

SVEUČILIŠTE U SPLITU
SVEUČILIŠNI STUDIJSKI CENTAR ZA STRUČNE STUDIJE

POSLOVNA MATEMATIKA
zbirka zadataka

Renata Kožul Blaževski

rujan, 2011.

SADRŽAJ

1. OSNOVNI GOSPODARSKI RAČUN	4
1.1. Omjeri i razmjeri	4
1.2. Pravilo trojno	5
1.3. Postotni račun	6
1.4. Račun diobe	7
1.5. Račun smjese.....	8
1.6. Verižni račun.....	8
Rješenja	9
2. OSNOVE KAMATNOG RAČUNA.....	12
2.1. Dekurzivno i anticipativno ukamaćivanja	12
2.2. Jednostavni kamatni račun.....	12
2.2.1. Dekurzivni obračun kamata.....	12
2.2.2. Anticipativni obračun kamata.....	15
2.3. Složeni kamatni račun.....	15
2.3.1. Dekurzivni obračun kamata.....	15
2.3.2. Anticipativni obračun kamata.....	17
2.4. Relativni i konformni kamatnjak.....	17
Primjer I kolokvija	19
Rješenja.....	20
3. PRIMJENA SLOŽENOG KAMATNOG RAČUNA.....	23
3.1. Konačna i sadašnja vrijednost više periodičnih uplata (isplata).....	23
3.2. Vječna renta.....	25
3.3. Neprekidno ukamaćivanje.....	25
3.4. Kombinirani zadaci.....	26
Rješenja.....	27
4. ZAJAM.....	28
4.1. Model otplate zajma jednakim anuitetima.....	28
4.2. Interkalarne kamate.....	29
4.3. Krnji ili nepotpuni anuitet.....	30
4.4.Reprogramiranje (konverzija) zajama.....	31
4.5. Model otplate zajma s konstantnom otplatnom kvotom.....	32

4.6. Otplata zajma uz anticipativni obračun kamata.....	32
4.7. Potrošački kredit.....	33
Primjer II kolokvija	35
Rješenja.....	36
Primjer pismenog ispita.....	44
Literatura.....	45

1. OSNOVNI GOSPODARSKI RAČUN

1.1. Omjeri i razmjeri

1. Pojednostavnite omjere:

1) $27 : 36$

2) $(x^2 - y^2) : (x - y)$

3) $(a^3 + b^3) : (a^2 - ab + b^2)$

2. Napišite omjere u obliku omjera cijelih brojeva:

1) $3\frac{2}{3} : 4$

2) $-2,14 : 5$

3) $2\frac{2}{3} : 3\frac{3}{4}$

3. Napišite produženi omjer iz slijedećih omjera:

1) $3 : 4, 5 : 7$

2) $\frac{5}{2} : \frac{2}{5}, \frac{2}{3} : \frac{3}{2}$

4. Odredi x iz razmjera:

1) $2 : 3 = 4 : x$

2) $5,2 : x = 9,4 : 7,14$

3) $(x+1) : (x-1) = (2x+1) : 2x$

4) $\frac{a^2 - b^2}{ab} : \frac{a+b}{a-b} = \frac{a-b}{a} : x$

5. Odredi produženi razmjer ako je zadano

1) $a : b = 3 : 4$ 2) $a : d = 4 : 7$

$b : c = 5 : 7$ $b : d = 3 : 4$

$c : d = 1 : 2$ $c : d = 7 : 5$

6. Ako je cijena 240 kilograma neke robe 7 680 kuna, kolika će biti cijena 512 kilograma te robe?

7. U leguri mase 450 grama količina čistog zlata prema količini bakra odnosi se kao 8 :1. Kolika je masa čistog zlata u leguri?
8. Tri radnika obavila su jedan posao. Ako je radnik A radio 16 sati, radnika B 20 sati, a radnik C 32 sata, kako će pravedno rasporediti zaradu od 2 495,60 kuna?

1.2. Pravilo trojno

1. Da se istovari neka roba, potrebno je 20 radnika od kojih će svaki raditi 12 sati. Koliko je radnika potrebno da bi se ta roba istovarila ako će svaki od tih radnika raditi 8 sati?
2. Po planu žetve se trebala obaviti za 14 dana. Ali, prije početka žetva je povišena za 20 hektara na dan i žetva je obavljena za 10 dana. Koliko je hektara bilo pod usjevom?
3. Za izradu jednog odjevnog predmeta potrebno je 6,5 metara tkanine širine 80 centimetara. Koliko je tkanine širine 1 metar potrebno za izradu tog odjevnog predmeta?
4. Za 12 dana 23 radnika iskopaju kanal duljine 828 metara. Za koliko će dana 15 radnika iskopati kanal duljine 480 metara, ako se teškoće pri kopanju kanala kojeg kopa prva grupa radnika odnose prema teškoćama koje kopa druga grupa ka 4:3?
5. Pri noćnom ribarenju se utroši 320 litara petroleja za 22 svjetiljke koje su gorjele 30 noći po 6 sati. Koliko će se petroleja potrošiti u toku 45 noći za 20 svjetiljki koje će gorjeti po 5,5 sati?
6. Od 12 kilograma pređe može se satkati 28 metara platna širine 1,1 metara. Koliko se metara platna širine 80 centimetara može satkati od 30 kilograma pređe?
7. Četiri čovjeka ispilaju 20 m³ drva za 4 dana radeći 6 sati dnevno na 3 reza. Koliko dana će raditi 6 ljudi 8 sati dnevno, ako želimo 30 m³ drva pilati na 4 reza?

8. Da se izlije 2 285 kilograma željeza potrebno je 17 000 tona ugljena. Koliko treba ugljena da se izlije 11 812 kilograma željeza?
9. Promjer prvog zupčanika u paru je 36 centimetara. Dok se prvi zupčanik okrene oko osi 100 puta, drugi zupčanik u paru okrene se 90 puta. Koliki je promjer drugog zupčanika?
10. Toplana je primila 300 tona mazuta i potrošili u 24 dana za 5 peći 120 tona. Koliko će dana trajati ostatak mazuta ako se i dalje postiže ista temperatura, ali se upotrebljavaju samo 4 peći?

1.3. Postotni račun

1. Dva poduzeća uložila su za izgradnju skladišnog prostora 5 550 000 kuna. Koliko je uložilo prvo poduzeće ako sudjeluje sa 45,5% u zajedničkom poslu?
2. Od 3 700 kilograma pšenice dobije se 3 011,8 kilograma brašna. Koliko je to u postocima?
3. Zajedno s 6% provizije račun je plaćen 8 480 kuna. Koliko iznosi provizija, a koliko račun?
4. Nakon sniženja od 7,5% cijena stroja je 1 794,50 eura. Kolika je bila cijena tog stroja prije sniženja?
5. Dobavljač je odobrio kupcu 8% količinskog rabata i 3% cassa-sconta, pa je kupac doznačio 2 660 kuna. Na koji iznos glasi faktura? Koliki je rabat, a koliki sconto?
6. Cijena robe povećana je za 5%, a zatim smanjena za 5%, pa je sada 79,80 kuna. Kolika ja bila prvobitna cijena?
7. Koliki je ukupan broj radnika u poduzeću u kojem je 35% žena, a ostalo su muškarci, a njih je 252 više nego žena?
8. Cijena neke robe je 8 550 kuna i ona donosi 5% gubitka. Po kojoj cijeni treba tu robu prodati da se na njoj zaradi 8%?

9. Poduzeće je prodalo neku robu uz 6% gubitka, pa je onda povisilo cijenu za 6,5%. Je li sada poduzeće na gubitku ili dobitku i za koliko posto?
10. Nakon odbitka 4% cassa-sconta račun iznosi 7 680 kuna. Na koliko je glasio račun?
11. Broj novorođene djece u nekom gradu povećao se ove godine u odnosu prema prošloj godini za 8‰ i sada ih ukupno ima 5 040. Koliko je djece rođeno ove godine?
12. Iznos fakture neke robe je 6 930 kuna. Koliki su bili transportni troškovi, a koliko premija osiguranja, ako su transportni troškovi 15%, a premija osiguranja 4 ‰ fakturane cijene?

1.4. Račun diobe

1. Utrošak vode od 12 753 kuna treba podijeliti na pojedine pogone tvornice prema utvrđenom ključu 1 : 3 : 5. Kojom će se svotom zadužiti svaki pogon?
2. Nagradu od 3 420 kuna treba podijeliti djeci obrnuto razmjerno starosti. Starost djece je : A = 5 godina, B = 8 godina, C = 12 godina, D = 15 godina. Koliki iznos nagrade će dobiti svako dijete?
3. Tri izvozna poduzeća u jednom poslu postigli su zajednički dohodak od 177 600 eura. Poduzeće A uložilo je u taj zajednički posao 150 000 eura na 2 mjeseca, poduzeće B 20 000 eura na 30 dana, a poduzeće C 100 000 eura na 72 dana. Kako razdijeliti dohodak?
4. Pri popravku ceste utrošeno je za ljudski rad 40 500 kuna. Koliki dio te svote otpada na pojedinu općinu ako je dogovorom općina A dala 12 radnika za 10 dana, općina B 6 radnika za 4 dana i općina C 12 radnika za 15 dana?
5. Ukupan trošak prijevoza željeznicom od 134 420 kuna treba razdijeliti na pojedine vrste robe upravo razmjerno težini i obrnuto razmjerno udaljenosti na koju je prevezena roba, ako je:
 1. roba 5000 kg 250km
 2. roba 6000 kg 450km
 3. roba 8000 kg 150km.

Koliki iznos troškova prijevoza otpada na pojedinu vrstu robe?

6. Četiri radnika završe neki posao za 20 dana. Radnik A je izostao s posla 3 dana, radnik B 2 dana, dok su radnici C i D radili svih 20 dana. Ako su zajedno zaradili 3 750 kuna, koliko je dobio svaki od njih?

1.5. Račun smjese

1. U tvornici duhana pomiješano je 150 kilograma duhana po 9,80 kuna, 72 kilograma po 11,20 kuna i 98 kilograma po 12,50 kuna. Kolika je cijena 1 kilograma mješavine duhana?
2. Kovnica treba 6 kilograma srebra finoće 800. U tu je svrhu uzeto 2 kilograma srebra finoće 950. Kolika je finoća druge vrste srebra koju treba dodati?
3. Treba nam 40 litara vode od 32°C . Možemo se koristiti vodom od 8°C i vodom od 60°C . U kojem omjeru treba obaviti miješanje i koliko treba uzeti od svake vrste vode?
4. Od tri vrste jabuka po cijeni od 2,5 kuna, 2,8 kuna i 3,5 kuna za kilogram treba načiniti 476 kilograma mješavine po 3 kune za kilogram. Odredite omjerne dijelove i količine.
5. Kako miješati robu od 12, 20, 32, 40 i 50 kuna, ako želimo dobiti 7 800 kilograma smjese po cijeni od 30 kuna?
6. U kojem omjeru treba miješati alkohol od 90 %, 70 %, 60% i 30 % jakosti te vodu da se dobije alkohol jakosti 50 %?

1.6. Verižni račun

1. Koliko košta 100 kilograma robe u Zagrebu ako 50 libri te iste robe košta u New Yorku 360 \$, a 1\$ se obračunava po tečaju 5,5517 kuna? (1 libra = 0,4536 kilograma)
2. Za 1 kilogram kave plaća se 96 kuna. Koliko košta 1 kilogram mesa, ako se za 3 kilograma kave dobije 7,5 kilograma mesa?

3. Koliko kuna košta 100 kilograma robe u Rijeci ako u New Yorku 1 libra takve robe košta 2,40 \$ uz 2% sconta, a posrednik naplaćuje 3% provizije (od cijene umanjene za sconto)? Dolar se obračunava po službenom tečaju $1\$ = 5,5423$ kuna, a provizija banke je 3%.
4. Koliko je metara 100 ruskih aršina, ako je 9 ruskih aršina jednako 7 yardi, 35 yardi je jednako 32 metra?

RJEŠENJA:

1. OSNOVNI GOSPODARSKI RAČUN

1.1. Omjeri i razmjeri

1. 1) $3:4$, 2) $x + y$, 3) $a + b$
2. 1) $11:12$, 2) $-107:250$, 3) $32:45$
3. 1) $15:20:28$, 2) $25:4:9$
4. 1) 6 , 2) $3,95$, 3) $-\frac{1}{3}$, 4) $\frac{b}{a-b}$
5. 1) $15:20:28:56$, 2) $80:105:196:140$
6. 16 384 kuna
7. zlata: 400 grama, bakra: 50 grama
8. radnik A: 587,2 kuna, radnik B: 734 kuna, radnik C: 1174,4 kuna

1.2. Pravilo trojno

1. 30 radnika
2. 700 hektara
3. 5,2 metra
4. 8 dana
5. 400 litara
6. 96,25 metara
7. 2 dana i 6 sati
8. 87 879,21 kilogram
9. 40 centimetara
10. 45 dana

1.3. Postotni račun

1. 2 525 250 kuna
2. 81,4%
3. račun: 8 000 kuna, provizija: 480 kuna
4. 1 940 eura
5. faktura: 2 980,73 kuna, rabat: 238,46, sconto: 82,72 kuna
6. 80 kuna
7. 840
8. 9 720 kuna
9. 0,11% na dobitku
10. 8 000 kuna
11. 40
12. transport: 1039,5 kuna, premija: 27,72 kuna

1.4. Račun diobe

1. I pogon: 1 417 kuna, II pogon: 4 251 kuna III pogon: 7 085 kuna
2. A: 1 440 kuna, B: 900 kuna, C: 600 kuna, D: 480 kuna
3. A: 95 142,86 kuna, B: 6 342,86 kuna, C: 76 114,28 kuna
4. A: 15 000 kuna, B: 3 000 kuna, C: 22 500 kuna
5. 1. roba: 31 020 kuna, 2. Roba: 20 680 kuna, 3. roba: 82 720 kuna
6. A: 850 kuna, B: 900 kuna, C: 1 000 kuna, D: 1 000 kuna

1.5. Račun smjese

1. 10,94 kuna
2. 725
3. 6:7, vode od 8°C: 21,54 litre, vode od 60°C: 18,46 litara
4. jabuke po cijeni od 2,5 kuna: 140 kilograma, jabuke po cijeni od 2,8 kuna: 140 kilograma i jabuke po cijeni od 3,5 kuna: 196 kilograma
5. roba od 12 kuna: 3 000 kilograma, roba od 20 kuna: 200 kilograma, roba od 32 kuna: 1 000 kilograma, roba od 40 kuna: 1 800 kilograma i roba od 50 kuna: 1 800 kilograma

6. 5:2:2:3:4

1.6. Verižni račun

1. 8 812,22 kuna

2. 38,4 kuna

3. 2 968,87 kuna

4. 71,11 kuna

2. OSNOVE KAMATNOG RAČUNA

2.1. Dekurzivno i anticipativno ukamaćivanje

1. Svota od 9 000 kuna uložena je u banku uz 2,5% godišnjih kamata. Kolika je vrijednost te svote nakon godine dana, ako su kamate obračunavaju:
 - 1) dekurzivno
 - 2) anticipativno?
2. Nakon godine dana štednje, ulagač na računu ima 52 631,22 kuna. Koliko je na računu imao prije godinu dana, ako je godišnja kamatna stopa iznosila 5 % i bila:
 - 1) dekurzivna
 - 2) anticipativna?
3. Za godinu dana vrijednost glavnice narasla je sa 16 000 kuna na 18 000 kuna. Koliki je kamatnjak primijenjen, ako je kapitalizacija bila:
 - 1) dekurzivna
 - 2) anticipativna?

2.2. Jednostavni kamatni račun

2.2.1. Dekurzivan obračun kamata

$$I = \frac{C_0 \cdot n \cdot p}{100} \quad C_n = C_0 + I \quad C_n = C_0 \left(1 + \frac{n \cdot p}{100} \right)$$

$$I = \frac{C_0 \cdot m \cdot p}{1200} \quad C_m = C_0 \left(1 + \frac{m \cdot p}{1200} \right)$$

$$I = \frac{C_0 \cdot d \cdot p}{36500} \quad C_d = C_0 \left(1 + \frac{d \cdot p}{36500} \right)$$

$$I = \frac{C_0 \cdot d \cdot p}{36600} \text{ (za prijestupnu godinu)} \quad C_d = C_0 \left(1 + \frac{d \cdot p}{36600} \right)$$

1. Koliko iznose jednostavne kamate na glavnica od 50 000 kuna za razdoblje od tri godine i uz godišnji kamatnjak 8? Obračun kamata je dekurzivan.
2. Dužnik je vratio nakon jedne godine i šest mjeseci posuđeni iznos od 6 000 kuna i jednostavne kamate u iznosu od 801 kune. Koliki je bio godišnji kamatnjak? Obračun kamata je dekurzivan.
3. Uz koju se jednostavnu godišnju kamatnu stopu i dekurzivan obračun kamata neki iznos za 9 godina poveća za 60%?
4. Uz koji godišnji kamatnjak neka glavnica za 10 godina učetverostruči svoju vrijednost? Obračun kamata je jednostavan i dekurzivan.
5. Za 2 godine i 7 mjeseci plaćeno je 14 192,20 kuna jednostavnih kamata na glavnica od 146 500 kuna. Kolika je bila godišnja dekurzivna kamatna stopa?
6. Štediša u tri navrata: početkom godine, sredinom godine i krajem godine uloži po 5 000 eura. Kojim će iznosom raspolagati početkom druge godine, ako banka obračunava 15% jednostavnih godišnjih kamata, uz dekurzivnu kapitalizaciju?
7. Kupac je podmirio iznos fakture nakon dva mjeseca zakašnjenja. Koliki je iznos fakture, ako je zbog tog zakašnjenja platio 6% godišnjih jednostavnih zateznih kamata u iznosu od 480 kuna? Obračun kamata je dekurzivan.
8. Odredite godišnji kamatnjak uz koji glavnica od 10 000 kuna donese za 4 mjeseca 500 kuna jednostavnih kamata, ako je obračun kamata dekurzivan.
9. Neka svota posuđena je uz 4% jednostavnih godišnjih kamata. Kolika je bila ta svota, ako je nakon dva mjeseca vraćeno 360 000 kuna? Obračun kamata je dekurzivan.
10. Dužnik je nakon tri mjeseca vratio dug zajedno sa jednostavnim kamatama u iznosu od 732 160 kuna. Koliko iznose kamate, a koliko posuđena svota? Godišnji dekurzivni kamatnjak je 36.
11. Dužnik je nakon 8 mjeseci vratio zajam zajedno sa jednostavnim i dekurzivnim kamatama u ukupnom iznosu od 268 320 kuna. Koliki je bio zajam, a kolike kamate ako je godišnji kamatnjak iznosio 10?

12. Za koliko dana iznos od 85 000 kuna, uz godišnji kamatnjak 6, donese 12 750 kuna jednostavnih kamata? Obračun kamata je dekurzivan.
13. Poduzeće je podiglo kratkoročni kredit za obrtna sredstva od 500 000 kuna uz 8% godišnjih kamata za vrijeme od 13.01. do 16.09. iste godine (godina nije prijestupna). Obračun kamata je dekurzivan. Koliko iznose jednostavne kamate?
14. Dužnik je 05.05. posudio od banke iznos od 15 000 kuna. Kada je vraćen dug, ako je dužnik za posuđenu glavnici platio 500 kuna jednostavnih kamata? Obračun kamata je dekurzivan i primjenjuje se godišnji kamatnjak 12.
15. Štediša je na kunskoj knjižici u 2011. godini imao sljedeće podatke:

DATUM	UPLATA	ISPLATA	STANJE
12.01.	6.000,00	—	6.000,00
14.05.	15.000,00	—	21.000,00
15.07.	—	12.000,00	9.000,00
15.11.	—	5.000,00	4.000,00

- Koliko će štediša dobiti jednostavnih dekurzivnih kamata na kraju 2011. godine, ako je godišnja kamatna stopa 4%?
16. Fakturu je trebalo podmiriti 05.05.2011., a isplaćena je 13.08.2011. uvećana za zatezne kamate u iznosu 746 000 kuna. Na koji je iznos glasila ta faktura? Obračun kamata je jednostavan i dekurzivan. Godišnji kamatnjak je 6.
17. Fakturu je trebalo podmiriti 05.05.2011. Poduzeće je podmirilo fakturu već 04.04.2011. i doznačilo dobavljaču 108 942 kuna po odbitku 6% godišnjih kamata. Na koji je iznos glasila ta faktura? Obračun kamata je jednostavan i dekurzivan.
18. Banka je poduzeću odobrila kratkoročni kredit za razdoblje od 01.02.2011. do 01.07.2011. uz 6% godišnjih kamata i isplatila po odbitku kamata 97 534,25 kuna. Koliko iznosi kredit ako je obračun kamata jednostavan i dekurzivan?

2.2.2. Anticipativan obračun kamata

$$C_n = C_0 \frac{100}{100 - n \cdot q} \quad I = \frac{C_n \cdot n \cdot q}{100} \quad C_n = C_0 + I$$

1. Izračunajte konačnu vrijednost svote od 50 000 kuna nakon pet godina štednje, ako je godišnja kamatna stopa bila 4%, a kamate se obračunavaju godišnje, anticipativno i jednostavno.
2. Uz koju jednostavnu anticipativnu godišnju kamatnu stopu se neki iznos za 8 godina udvostruči?
3. Koliki iznos treba danas posuditi ako se na račun kamata plaća iznos od 16 000 kuna? Dogovoreno je da će se dug vratiti za 5 godina uz anticipativni obračun kamata i uz godišnju kamatnu stopu od 8%. Obračun kamata je godišnji i jednostavan.

2.3. Složeni kamatni račun

2.3.1. Dekurzivan obračun kamata

$$C_n = C_0 \left(1 + \frac{P}{100}\right)^n \quad r = 1 + \frac{P}{100} \quad C_n = C_0 \cdot r^n$$

$$I = C_n - C_0 = C_0 \cdot (r^n - 1)$$

1. Ulagač je danas na deset godina oročio u banci ulog od 80 000 kn. Banka u tom slučaju odobrava fiksnu godišnju kamatu od 25%. Kolikim će iznosom raspolagati ulagač po isteku razdoblja oročenja, ako je obračun kamata dekurzivan, godišnji i složen? Kolike su ukupne složene kamate?
2. Koliki iznos treba štediša uložiti danas na banku ako želi da na temelju te uplate na kraju pete godine raspolagati iznosom od 10 000 kuna? Obračun

kamata je složen, polugodišnji i dekurzivan, a banka obračunava kamate po polugodišnjoj stopi $p = 4\%$.

3. Uz koju je godišnju kamatnu stopu banka obračunala složene dekurzivne kamate na iznos od 20 000 kuna za 4 godine, ako je ukupan iznos kamata 5 120 kuna?
4. Za koliko postotaka se poveća iznos uložen u banku uz fiksnu godišnju kamatnu stopu 5% na deset godina ako je obračun kamata složen, godišnji i dekurzivan?
5. Koliko godina nakon što je stavio na štednju iznos od 10 000 kuna štediša može na temelju te jedne uplate podići iznos od 20 121,96 kuna ako banka obračunava 6% godišnjih kamata? Obračun kamata je složen, godišnji i dekurzivan.
6. Na koliko godina treba uložiti glavicu uz 6% godišnjih dekurzivnih i složenih kamata da bi se ona udvostručila?
7. Štediša uloži u banku 10 000 kuna početkom godine. Koliko će na računu imati početkom šeste godine, ako banka u prve tri godine primjenjuje godišnju kamatnu stopu $p_1 = 5\%$, a nakon toga godišnju kamatnu stopu $p_2 = 8\%$, kapitalizacija je dekurzivna, godišnja i složena?
8. Neka osoba u banku uloži danas iznos od 5 000 kuna. Ako na kraju desete godine (računajući od danas) na temelju tog uloga raspolaže iznosom od 7 000 kuna, a poznato je da je u prvih 5 godina godišnji kamatnjak fiksni i iznosi 5, koliki je fiksni godišnji kamatnjak u preostalim 5 godina ukamaćivanja? Obračun kamata je složen, godišnji i dekurzivan.
9. Na banku je uplaćeno 60 000 kuna prije 8 godina. Kojim će se iznosom moći raspolagati za 4 godine ako je danas uloženo još 30 000 kuna? Obračun kamata je složen, godišnji i dekurzivan, a kamatna stopa iznosi 7,5% godišnje.
10. Poduzeće je trebalo podmiriti dugovanja: 50 000 kuna od prije 10 godina, 40 000 kuna prije 8 godina i 20 000 kuna prije 3 godine od danas. Kojim iznosom može podmiriti cijeli dug ako je godišnja kamatna stopa za prvih 5 godina bila 41%, a za posljednjih 5 godina 61%? Obračun kamata je složen,

Poslovna matematika
godišnji i dekurzivan.

11. Prije koliko godina (od danas) je trebalo staviti na štednju iznos od 33 000 kuna ako se želi za dvije godine (od danas) raspolagati na temelju jednokratne uplate iznosom od 60 000 kuna i ako banka obračunava 7,5 % godišnjih kamata? Obračun kamata je složen, godišnji i dekurzivan.
12. Uz koju je godišnju kamatnu stopu banka obračunala složene dekurzivne kamate na iznos od 30 000 kuna za 5 godina, ako je ukupan iznos kamata 7 250 kuna?

2.3.2. Anticipativan obračun kamata

$$C_n = C_0 \left(\frac{100}{100 - q} \right)^n \quad \rho = \frac{100}{100 - q} \quad C_n = C_0 \cdot \rho^n$$

1. Štediša je uložio danas na banku 80 000 kuna. Banka odobrava 7,5 % kamata godišnje. Kolikom će iznosom raspolagati štediša na kraju šeste godine ako je obračun kamata složen, godišnji i anticipativan?
2. Neka osoba danas raspolaže s iznosom od 10 000 kuna. Ako će za osam godina raspolagati iznosom od 14 000 kuna, kolika je fiksna godišnja kamatna stopa? Ukamaćivanje je složeno, godišnje i anticipativno.

2.4. Relativni i konformni i kamatnjak

$$p_r = \frac{p}{m} \quad m = \frac{n_1}{n_2} \quad p' = 100 \cdot \left[\left(1 + \frac{p}{100} \right)^{\frac{1}{m}} - 1 \right] \quad r' = r^{\frac{1}{m}}$$

1. Odredite uz primjenu relativne kamatne stope i zadani mjesečni kamatnjak $p = 2$, kolika je vrijednost svote od 1 000 000 kuna nakon pet godina, ako je kapitalizacija složena, dekurzivna i
 - 1) godišnja
 - 2) polugodišnja
 - 3) mjesečna.
2. Odredite uz primjenu konformne kamatne stope i zadani mjesečni kamatnjak $p = 2$, kolika je vrijednost svote od 1 000 000 kuna nakon pet godina, ako je kapitalizacija složena, dekurzivna i
 - 1) godišnja
 - 2) polugodišnja
 - 3) mjesečna.
3. Odredite vrijednosti svote od 50 000 kuna za 10 godina od danas, ako se obračun kamata vrši kvartalno, dekurzivno i složeno uz godišnji kamatnjak $p = 12$, a kvartalni kamatnjak se računa
 - 1) relativno
 - 2) konformno.
4. Neka osoba uloži danas u banku iznos od 20 000 kuna. Kolika je vrijednost tog uloga na kraju petnaeste godine (računajući od danas) ako je obračun kamata složen, konforman, polugodišnji i dekurzivan uz fiksni godišnji kamatnjak 10? Kolike su ukupne složene kamate?
5. Za koje vrijeme se neka glavnica uložena u banku uz fiksnu godišnju kamatnu stopu 8 utrostruči ako je obračun kamata složen, polugodišnji i dekurzivan? Primijenite relativnu kamatnu stopu.
6. Odredite vrijednost koju bi danas trebalo položiti na štednju, da bi se uz složeno i dekurzivno ukamaćivanje s 10% godišnjih kamata za 1 000 dana na računu posjedovalo 15 000 eura. Primijeniti konformni kamatnjak.
7. Štediša je 1.01.2003. godine uložio 10 000 kuna. Dana 1.10.2003. podigao je 4 000 kuna, a zatim 31.05.2004. uložio 5 000 kuna i 31.03.2005. još 8000 kuna. Koliko će imati na računu 1.01.2006., ako je banka primjenjivala složenu, dekurzivnu i konformnu godišnju kamatnu stopu $p = 8\%$?

8. Koji je iznos potrebno danas oročiti na banku uz složeno polugodišnje ukamaćivanje da bi se na kraju treće godine imalo pravo podići na ime složenih kamata 241 340 kuna? Godišnja anticipativna kamatna stopa je 30%. Koristite konformnu kamatnu stopu.

Primjer I kolokvija

1. Brodska vozarina za teret od 20 tona od Rijeke do Splita (450 km) iznosi 15 360 kuna. Kolika bi bila udaljenost na koju se može otpremiti 72 tone tereta za istu vozarinu? (5 bodova)
2. Nakon povećanja od 5 % radniku je isplaćena plaća od 1 800 kuna. Za koliko kuna je povećana plaća? (5 bodova)
3. Ako se miješaju četiri vrste brašna po cijeni od 1, 2, 5 i 8 kuna po kilogramu, koliko kilograma treba uzeti od svake vrste brašna da se dobije 5 000 kilograma mješavine po cijeni od 4 kune za jedan kilogram? (5 bodova)
4. Neka osoba danas raspolaže iznosom od 10 000 kuna. Ako će za 15 mjeseci raspolagati iznosom od 10 500 kuna, kolika je godišnja kamatna stopa? Obračun kamata je jednostavan i dekurzivan. (7 bodova)
5. Štediša ulaže u banku 2 000 kuna početkom prve i još 7 000 kuna početkom četvrte godine. Kolikim će iznosom raspolagati na kraju sedme godine, ako banka primjenjuje polugodišnju kamatnu stopu 4%? Obračun kamata je složen, dekurzivan i konforman. (10 bodova)

Rješenja:

2. OSNOVE KAMATNOG RAČUNA

2.1. Dekurzivno i anticipativno ukamaćivanje

- 1) 9 225 kuna, 2) 9 230,77 kuna,
- 1) 50 124,77 kuna, 2) 49 999,66 kuna
- 1) 12,5, 2) 11,11

2.2. Jednostavni kamatni račun

2.2.1. Dekuzivan obračun kamata

- 12 000 kuna
- 8,9
- 6,69%
- 30
- 3,75%
- 16 125 eura
- 48 000 kuna
- 15
- 357 615,89 kuna
- $I = 60 453,58$ kuna, $C_n = 671 706,42$ kuna
- $I = 16 770$ kuna, $C_0 = 251 520$ kuna
- 912,5 dana
- 26 958,90 kuna
- 101 dan, 14.08.
- 364,38 kuna
- 733 935,31 kuna
- 109 500 kuna
- 100 000 kuna

2.2.2. Anticipativan obračun kamata

- 62 500 kuna
- 6,25%
- 24 000 kuna

2.3. Složeni kamatni račun

2.3.1. Dekuzivan obračun kamata

1. 665 058,06 kuna
2. 6 755,64 kuna
3. 5,86%
4. 62,89%
5. 12 godina
6. 11,9 godina
7. 13 502,54 kuna
8. 1,87
9. 182 970,85 kuna
10. 4 310 785,08 kuna
11. 6 godina 3 mjeseca i 6 dana
12. 4,42%

2.3.2. Anticipativan obračun kamata

1. 127 714,32 kuna
2. 4,12%

2.4. Relativni i konformni kamatnjak

1. 1) 2 931 625,06 kuna, 2) 3 105 848,21 kuna, 3) 3 281 030,79 kuna
2. 1) 3 281 030,79 kuna, 2) 3 281 030,79 kuna, 3) 3 281 030,79 kuna
3. 1) 163 101,89 kuna, 2) 155 292,41 kuna
4. 83 544,96 kuna
5. 14 godina
6. 11 552,78 eura
7. 21 964,19 kuna
8. 125 996,38 kuna

Rješenja I kolokvija

1. 125 kilometar
2. 85,71 kuna

3. brašno od 1 kuna po kilogramu: 2 000 kilograma, brašno od 2 kuna po kilogramu: 500 kilograma, brašno od 5 kuna po kilogramu: 1 000 kilograma, brašno od 8 kuna po kilogramu: 1 500 kilograma
4. 4%
5. 13 043,34 kuna

3. PRIMJENE SLOŽENOG KAMATNOG RAČUNA

3.1. Konačna i sadašnja vrijednost više periodičnih uplata (isplata)

	postnumerando		prenumerando	
	konačna vrijednost	početna vrijednost	konačna vrijednost	početna vrijednost
dekurzivni obračun kamata	$S'_n = R \cdot \frac{r^n - 1}{r - 1}$	$A_n = R \cdot \frac{r^n - 1}{r^n \cdot (r - 1)}$	$S_n = R \cdot r \cdot \frac{r^n - 1}{r - 1}$	$A'_n = R \cdot \frac{r^n - 1}{r^{n-1} \cdot (r - 1)}$
anticipativni obračun kamata	$S'_n = R \cdot \frac{\rho^n - 1}{\rho - 1}$	$A_n = R \cdot \frac{\rho^n - 1}{\rho^n \cdot (\rho - 1)}$	$S'_n = R \cdot \rho \cdot \frac{\rho^n - 1}{\rho - 1}$	$A'_n = R \cdot \frac{\rho^n - 1}{\rho^{n-1} \cdot (\rho - 1)}$

1. Neka osoba ulaže početkom svakog mjeseca jednake iznose od 2 000 kuna. Na koliko naraste ušteđena svota u pet godina, ako štedionica obračunava kamate uz godišnju kamatnu stopu 5%, a ukamaćivanje je dekurzivno i složeno uz primjenu konformnog kamatnjaka?
2. Koliko se postnumerando nominalno jednakih godišnjih uplata po 5 500 kuna mora izvršiti da bi se raspolagalo iznosom od 114 430,29 kuna ako banka obračunava kamate uz fiksnu godišnju kamatnu stopu 7,5%, a obračun kamata je složen godišnji i dekurzivan?
3. Odredite konačnu vrijednost osam godišnjih postnumerando uplata od po 100 000 eura na kraju dvadesete godine od prve uplate, ako je godišnja kamatna stopa bila 5%, a kapitalizacija dekurzivna i složena.
4. Koliko treba uložiti na štednju danas uz godišnju kamatnu stopu 8 i dekurzivnu, složenu i konformnu kapitalizaciju da bi se steklo pravo na dvadeset kvartalnih postnumerando isplata u iznosu od po 10 000 kuna, koje će se isplaćivati počevši :
 - 1) od kraja idućeg kvartala
 - 2) od početka šeste godine?

5. Umjesto da dvadeset mjeseci prima jednake mjesečne prenumerando iznose od po 400 kuna, počevši od sada, korisnik se odlučuje na jednokratnu isplatu šest mjeseci od danas. Koliki će biti isplaćeni iznos, ako je na snazi mjesečna kamatna stopa $p = 2\%$, a kapitalizacija je dekurzivna i složena?
6. Neki štediša uložio je početkom godine na štednju 243 000 kuna, a nakon toga ulaže još 8 puta krajem polugodišta jednake iznose. Koliki su ti iznosi ako je vrijednost svih uloga zajedno sa kamatama na kraju šeste godine 541 383,41 kunu? Obračun kamata je složen, dekurzivan i konforman, a banka odobrava 12% kamata godišnje.
7. Za kupovinu polovnog auta, stigle su tri ponude: kupac A nudi 21 000 kuna odmah, kupac B 14 000 kuna odmah i 10 000 kuna za dvije godine od danas, a kupac C 10 000 kuna odmah i 12 mjesečnih prenumerando iznosa od 1 000 kuna s početkom od idućeg mjeseca. Koja je ponuda najbolja, ako je primijenjena godišnja dekurzivna konformna kamatna stopa $p = 20\%$?
8. Ulaganjem 10 000 kuna osoba stiče pravo na 20 jednakih godišnjih postnumerando isplata R . Izračunajte R ako je u prvih pet godina na snazi godišnji kamatnjak 8, a nakon toga godišnji kamatnjak 10. Kapitalizacija je složena i dekurzivna.
9. Štediša ulaže početkom svakog polugodišta u banku na štednju uloge istih iznosa R . Banka obračunava fiksnu dekurzivnu kamatu i obavijestila je štedišu na kraju treće godine da na računu ima 17855,02 kuna, a na kraju šeste godine da je na računu 41782,46 kuna. Koliki je godišnji kamatnjak banka primijenila? Koliko su iznosili polugodišnji ulozi R ?
10. Netko danas uloži u banku 100 000 kuna. Koliko će mu ostati na kraju šeste godine ako početkom svakog mjeseca podiže iz banke 1 000 kuna? Obračun kamata je složen, konforman i dekurzivan, a banka odobrava 7,5% kamata godišnje?

3.2. Vječna renta

dekurzivni obračun kamata	
prenumerando	$C_o' = \frac{a \cdot r}{r - 1}$
postnumerando	$C_o = \frac{a}{r - 1}$

1. Koliku bi svotu trebalo uložiti danas kako bismo osigurali vječnu postnumerando mjesečnu rentu od 1 000 eura ? Kapitalizacija je dekurzivna i složena uz 10% godišnjih kamata.
2. Kolika je sadašnja vrijednost vječne prenumerando kvartalne rente od 1 500 kuna s prvom isplatom osam godina od danas, ako je dekurzivna i složena godišnja kamatna stopa $p = 22\%$?
3. Uložena svota osigurava vječnu prenumerando godišnju rentu ili vječnu postnumerando polugodišnju rentu u istom iznosu. Odredite koji je dekurzivni i složeni godišnji kamatnjak primijenjen.

3.3. Neprekidno ukamaćivanje

$$C_n = C_0 \cdot e^{\frac{n \cdot p}{100}}$$

1. Ako je stalni godišnji prirast lopoča na jezeru 4%, a sada je četvrtina jezera prekrivena lopočima, koliko je godina potrebno da cijelo jezero bude prekriveno lopočima?
2. U nekoj šumi imamo nakon 9 godina i 6 mjeseci 53% drvene mase više nego na početku. Koliki je prosječni godišnji prirast?

3.4. Kombinirani zadaci

1. Štediša je 1.1.1998. uložio na štednju 30 000 kuna. Kolikim iznosom na računu raspolaže 31.12.2001, ako prve dvije godine na kraju svakog tromjesečja podiže po 2 500 kuna, a posljednje dvije godine svakog 1. rujna podiže po 4 000 kuna. Kapitalizacija je dekurzivna, složena i konformna, uz godišnje kamate od 12%.
2. Osoba polaže na štednju svotu C i to na slijedeći način: 25% svote uloži sada, još 35% svote za dvije godine, a ostatak pola godine nakon toga. Kolika mora biti ta svota da bi toj osobi osigurala dvadeset kvartalnih prenumerando isplata od 5 000 kuna od kojih će prva biti točno deset godina od danas. Kapitalizacija je složena, dekurzivna i konformna, uz godišnju kamatnu stopu $p = 15\%$.
3. Koliku svotu treba uložiti danas na banku ako se želi osigurati deset kvartalnih prenumerando isplata od po 2 500 kuna, počevši od početka treće godine, zatim jednokratnu isplatu u iznosu od 10 000 kuna krajem šeste godine i počevši od kraja desete godine vječnu mjesečnu prenumerando rentu u iznosu od 1 500 kuna? Godišnja kamatna stopa je $p=27\%$, a kapitalizacija konformna, složena i dekurzivna.
4. Štediša početkom godine uloži na banku 10 000 eura, a zatim ulaže još osam puta krajem svake godine određeni isti iznos R . Koliki su iznosi R ako će na kraju jedanaeste godine dobiti ukupne složene kamate od 13 120,20 eura? Godišnja kamatna stopa je $p = 7\%$, a ukamaćivanje dekurzivno i složeno.
5. Neka osoba osam godina uplaćuje fiksne kvartalne prenumerando iznose R . Koliki moraju biti ti iznosi da bi toj osobi osigurali jednokratnu isplatu od 100 000 kuna krajem desete godine i vječnu godišnju postnumerando rentu u iznosu od 20 000 kuna počevši od početka 21. godine? Kapitalizacija je složena, dekurzivna i konformna, uz godišnju kamatnu stopu $p = 12\%$.

Rješenja:

3. PRIMJENE SLOŽENOG KAMATNOG RAČUNA

3.1. Konačna i sadašnja vrijednost više periodičnih uplata (isplata)

1. 136 180,03 kuna
2. 13
3. 1 714 882,76 eura
4. 1) 164 422,84 kuna, 2) 111 903,42 kuna
5. 7 513,06 kuna
6. 5 003,25 kuna
7. ponuda A
8. 1 090,60 kuna
9. 2 500 kuna
10. 6 390,95 kuna

3.2. Vječna renta

1. 125 405,37 eura
2. 630,15 kuna
3. 161,8034

3.3. Neprekidna kapitalizacija

1. 34 godine 7 mjeseci i 27 dana
2. 4,48%

3.4. Kombinirani zadaci

1. 10 637,38 kuna
2. 22 717,05 kuna
3. 21 372,28 kuna
4. 453,45 kuna
5. 2 320,06 kuna

4. ZAJAM

4.1. Model otplate zajma jednakim anuitetima

$$C = a \cdot \frac{r^n - 1}{r^n \cdot (r - 1)} \quad a = C \cdot \frac{r^n \cdot (r - 1)}{r^n - 1} \quad I_k = \frac{C_{k-1} \cdot p}{100}$$

$$R_k = a - I_k \quad C_k = C_{k-1} - R_k \quad R_n = C_{n-1} \quad \sum_{k=1}^n R_k = C$$

$$n \cdot a = I + C \quad R_{k+1} = R_k \cdot r \quad R_k = R_1 \cdot r^{k-1}$$

$$a = R_n \cdot r \quad C_k = a \cdot \frac{r^{n-k} - 1}{r^{n-k} \cdot (r - 1)}$$

1. Zajam od 200 000 kuna odobren je poduzeću na 4 godine uz 15% godišnjih dekurzivnih kamata i plaćanje jednakih anuiteta na kraju godine. Koliki će biti godišnji jednaki anuiteti? Izradite otplatni plan. Kontrolirajte točnost R_3 i ostatka duga na kraju druge godine. (Iznose u otplatnom planu zaokružite na cijeli broj.)
2. Zajam od 40 000 kuna odobren je poduzeću na 4 godine uz 50% dekurzivnih godišnjih kamata i plaćanje jednakih anuiteta krajem polugodišta. Koliki će biti polugodišnji anuiteti? Obračun kamata je polugodišnji (primijeniti konformni kamatnjak). Izradite otplatnu tablicu.
3. Investicijski zajam od 600 000 kuna otplaćuje se 8 godina jednakim anuitetima krajem svake godine, uz konstantni, godišnji kamatnjak 40. Koliki je anuitet, ako je obračun kamata složen, godišnji i dekurzivan? Načinite otplatnu tablicu za posljednje dvije godine.

4. Zajam se amortizira u 4 godine jednakim anuitetima krajem svakog mjeseca, uz 1% mjesečnih kamata. Odredite visinu zajma, ako je obračun kamata složen, mjesečni i dekurzivan i ako se zna da je ostatak duga u drugom razdoblju 48 358,56 kuna.
5. Ukupne kamate nekog zajma iznose 12 313,50 kuna. Zajam se amortizira u 2,5 godine jednakim anuitetima krajem svakog polugodišta, uz godišnji kamatnjak 8. Odredite visinu zajma, ako je obračun kamata složen, polugodišnji i dekurzivan. Primijenite relativni kamatnjak.
6. Ostatak duga na kraju treće godine iznosi 31 450,08 kuna. Izračunajte iznos zajma, ako jednaki anuiteti dopijevaju krajem godine kroz 5 godina uz godišnji kamatnjak 5. Obračun kamata je složen, godišnji i dekurzivan.
7. Investicijski zajam, odobren uz složenu godišnju dekurzivnu kapitalizaciju, amortizira se jednakim anuitetima krajem godine. Za iznos kamata u $(n - 2)$ -om i n -tom (zadnjem) terminu amortizacije vrijedi odnos $I_{n-2} : I_n = 129 : 64$. Uz koju godišnju kamatnu stopu je odobren zajam?
8. U planu amortizacije nekog zajma nalazimo podatke $C_3 = 126\,388,89$ kuna i $C_5 = 50\,000$ kuna. Zajam se otplaćuje po godišnjoj kamatnoj stopi 107,36%. Odredite visinu anuiteta i vrijeme otplate, ako se zajam amortizira jednakim anuitetima krajem kvartala. Koristite konformni kamatnjak.

4.2. Interkalarne kamate

1. Izgradnja jednog gospodarskog objekta trajala je dvije godine. Objekt je stavljen u pokusnu proizvodnju u trećoj godini, a u četvrtoj je počela redovna proizvodnja. Za izgradnju objekta koristio se zajam od 400 000 kuna pod sljedećim uvjetima:
 - početkom prve godine doznačena je tranša od 100 000 kuna,
 - početkom druge godine doznačena je tranša od 300 000 kuna,
 - rok otplate zajma 7 godina, godišnji kamatnjak 80, anuiteti su jednaki i plaćaju se na kraju godine i počinju se vraćati krajem 4 godine.Otplata zajma obično počinje u razdoblju redovite proizvodnje. Obračun kamate je

Poslovna matematika
godišnji i dekurzivan.

Izračunajte iznos interkalarnih kamate i iznose jednakih anuiteta, ako se:

- 1) interkalarne kamate plaćaju odjednom,
 - 2) interkalarne kamate pridodaju iznosu odobrenog zajma.
2. Izgradnja gospodarskog objekta trajala je jednu godinu. Objekt je stavljen u pokusnu proizvodnju u drugoj godini, a u trećoj godini je počela redovna proizvodnja. Za izgradnju objekta koristio se zajam od 200 000 kuna pod sljedećim uvjetima:
- iznos zajma iskorišten je početkom prve godine,
 - rok otplate zajma 5 godina, godišnji kamatnjak 100, anuiteti su jednaki i plaćaju se krajem godine.

Obračun kamate je godišnji i dekurzivan.

Izračunajte iznos interkalarnih kamata i iznos jednakih anuiteta, ako se:

- 1) interkalarna kamata plaća odjednom,
- 2) interkalarna kamata pridodaje iznosu odobrenog zajama.

Izradite otplatne tablice i kontrolirajte njihovu točnost.

4.3. Krnji ili neputpeni anuitet

$$a' = C \cdot r^{n+1} - a \cdot r \cdot \frac{r^n - 1}{r - 1} \qquad n = \frac{\log a - \log [a - C(r - 1)]}{\log r}$$

$$C_k = a \cdot \frac{r^{n-k} - 1}{r^{n-k} \cdot (r - 1)} + a' \cdot \frac{1}{r^{n-k+1}} \qquad C = a \cdot \frac{r^n - 1}{r^n \cdot (r - 1)} + a' \cdot \frac{1}{r^{n+1}}$$

1. Poduzeće trži zajam od 400 000 kuna uz 50% godišnjih dekurzivnih kamata i može plaćati jednak anuitet od 250 000 kuna krajem godine. Izračunajte vrijeme amortizacije zajma i posljednji anuitet. Izradite otplatnu tablicu.

2. Poduzeću je odobren zajam od 1 000 000 kuna, uz plaćanje jednakih kvartalnih anuiteta od 220 000 kuna na kraju kvartala i uz godišnji kamatnjak 120%. Koliko će godina otplaćivati zajam i koliki je posljednji anuitet, ako je obračun kamata složen, godišnji i dekurzivan? Koristiti konformnu kamatnu stopu.
3. Neki zajam otplaćuje se kvartalno sa 6 punih i jednim krnjim anuitetom. Kapitalizacija je složena, dekurzivna i konformna, a mjesečni kamatnjak je $p = 2,8436154\%$. Ako je krnji anuitet 30 000 kuna, a ostatak duga krajem trećeg razdoblja 170 000 kuna. Odredite koliki je taj zajam i koliki je anuitet otplate?
4. Zajam je odobren uz godišnji kamatnjak 200 i plaćanje anuiteta na kraju polugodišta. Zajam se amortizira jednim polugodišnjim anuitetom od 15 000 kuna i krnjim anuitetom. Izradite otplatnu tablicu, ako je $R_1 = 7679,49$ kuna i ako je obračun kamata složen, polugodišnji i dekurzivan.

4.4. Reprogramiranje (konverzija) zajma

1. Poduzeće je trebalo amortizirati zajam od 400 000 kuna jednakim anuitetima na kraju godine kroz četiri godine, uz dekurzivni kamatnjak 50. Međutim, nakon dvije godine poduzeće je tražilo od kreditora produženje otplaćivanja zajma za dvije godine. Koliki će anuitet plaćati prve dvije godine, a koliki nakon odobrena promjene? Izradite otplatnu tablicu.
2. Poduzeće treba amortizirati zajam od 400 000 kuna jednakim anuitetima po 250 000 kuna na kraju godine, uz godišnji kamatnjak 50. Međutim nakon dvije godine, sporazumno sa kreditorom, dogovorene su sljedeće promjene: dekurzivni kamatnjak smanjen je za 10, a prvotni dogovoreni anuitet smanjuje se za 100 000 kuna. Kada će se vratiti cijeli dug zajedno sa kamatama? Koliki je zadnji anuitet? Izradite otplatnu tablicu.
3. Zajam od 400 000 kuna odobren je na tri godine i plaćanje anuitete na kraju godine. Izračunajte iznose anuiteta, ako se u tijeku otplate zajma mijenja kamatnjak i to: u prvoj godini iznosi 50, u drugoj godini 100, u trećoj godini 150. Obračun kamata je složen, godišnji i dekurzivan. Napravite otplatnu tablicu.

4.5. Model zajma s jednakim otplatnim kvotama

$$R = \frac{C}{n} \quad I_k = \frac{C_{k-1} \cdot p}{100} \quad a_k = I_k + R \quad C_k = C_{k-1} - R$$

$$C_k = C \cdot \left(1 - \frac{k}{n}\right) \quad a_k = \frac{C}{n} \cdot \left[(n - k + 1) \cdot \frac{p}{100} + 1 \right] \quad I = \frac{C \cdot p}{200} \cdot (n + 1)$$

1. Zajam od 100 000 kuna odobren je poduzeću na 4 godine uz 4% godišnjih kamata i plaćanje polugodišnjim anuitetima, pri čemu su nominalno jednake otplatne kvote. Obračun kamata je složen, polugodišnji i dekurzivan. Koristite konformni kamatnjak. Postavite otplatnu osnovu.
2. Ostatak duga na kraju treće godine iznosi 1 500 kuna. Konstruirajte otplatnu tablicu, ako se zajam amortizira promjenjivim anuitetom na kraju godine kroz 6 godina, u kojima su otplatne kvote konstantne. Obračun kamata je složen i dekurzivan. Godišnji kamatnjak je 80. Kontrolirajte!
3. Zajam se amortizira promjenjivim anuitetima na kraju svakog polugodišta, u kojima su otplatne kvote konstantne kroz 4 godine, uz godišnji kamatnjak 50. Koliki je iznos zajam ako je sedmi varijabilni anuitet 72 474 kune i ako je obračun kamata složen, polugodišnji i dekurzivan.
4. Zajam od 40 000 kuna odobren je na 4 godine uz godišnjih kamatnjak 50 i plaćanje promjenjivih anuiteta na kraju svakog polugodišta, u kojima su otplatne kvote konstantne. Izračunajte ukupne kamate a da ne radite otplatnu tablicu. Obračun kamata je složen, polugodišnji i dekurzivan.

4.6. Otplata zajma uz anticipativan obračun kamata

$$I_0 = \frac{C_0 \cdot q}{100} \quad C_0 = a \cdot \frac{\rho^n - 1}{\rho^{n-1} \cdot (\rho - 1)} \quad a = C_0 \cdot \frac{\rho^{n-1} \cdot (\rho - 1)}{\rho^n - 1} \quad I_k = \frac{C_k \cdot q}{100}$$

$$R_k = (a - I_{k-1}) \cdot \rho \quad R_k = R_{k-1} \cdot \rho \quad R_k = R_1 \cdot \rho^{k-1}$$

$$a = R_n = C_{n-1} \quad C_k = C_{k-1} - R_k \quad C_k = a \cdot \frac{\rho^{n-k} - 1}{\rho^{n-k-1} \cdot (\rho - 1)}$$

$$a' = C \cdot \rho^n - a \cdot \rho \cdot \frac{\rho^n - 1}{\rho - 1} \quad n = \frac{\log a - \log \left[a - C + \frac{C}{\rho} \right]}{\log \rho}$$

$$C_k = a \cdot \frac{\rho^{n-k} - 1}{\rho^{n-k-1} \cdot (\rho - 1)} + \frac{a'}{\rho^{n-k}} \quad C_0 = a \cdot \frac{\rho^n - 1}{\rho^{n-1} \cdot (\rho - 1)} + \frac{a'}{\rho^n}$$

1. Zajam od 50 000 kuna odobren je poduzeću na 4 godine uz godišnjih kamatnjak 20 i plaćanje jednakih anuiteta. Koliki će biti godišnji anuitet? Obračun kamata je složen, godišnji i anticipativan. Izradite otplatni plan.
2. Zajam od 80 000 kuna treba otplatiti dogovorenim jednakim anuitetima od 20 000 kuna, koji dospijevaju na kraju godine, uz godišnjih kamatnjak 10. Obračun kamata je složen, godišnji i anticipativan. Koliko traje otplata zajma? Koliki je krnji anuitet? Izračunajte ostatak duga na kraju treće godine. Izradite otplatni plan.
3. Zajam od 10 000 kuna amortizira se kroz jednu i po godinu jednakim anuitetima krajem kvartala. Godišnji anticipativni kamatnjak je 15,065. Izradite plan amortizacije uz upotrebu konformnog kamatnjaka. Koliki će biti kvartalnianuitet? Obračun kamata je složen, godišnji i anticipativan.

4.7. Potrošački kredit

$$C_0 = C - P \quad a = \frac{C_0 + I}{n} \quad R = \frac{C_0}{n} \quad I_S = \frac{I}{n} \quad I = \frac{C_0 \cdot q \cdot \hat{m} \cdot (n+1)}{2400}$$

$$d = I_{j+1} - I_j \quad I_j = \frac{\left[C_0 - (j-1) \cdot \frac{C_0}{n} \right] \cdot \hat{m} \cdot q}{1200} \quad d = -\frac{C_0 \cdot q \cdot \hat{m}}{1200 \cdot n} = -\frac{R \cdot q \cdot \hat{m}}{1200}$$

1. Odobren je potrošački kredit od 12 000 kuna uz ove uvjete: rok otplate dvije godine i godišnja kamatna stopa $q = 36$. Koliki je iznos gotovinskog učešća potrebno uplatiti da bi kvartalna rata iznosila 1 686 kuna? Sastavite otplatni plan.
2. Poznato je da se potrošački kredit odobrava uz ove uvjete: 20% gotovinskog učešća, godišnja kamatna stopa $q=12\%$, rok otplate 3 godine. Koliki je iznos odobrenog potrošačkog kredita, ako kvartalna rata iznosi 2 000 kuna.
3. Koliki maksimalni iznos potrošačkog kredita može biti odobren zaposleniku čija prosječna mjesečna plaća u posljednja tri mjeseca iznosi 3 600 kuna ako se kredit odobrava na 9 mjeseci uz 20% učešća u gotovini i uz 12% godišnjih anticipativnih kamata. (Mjesečna rata ne smije biti veća od $\frac{1}{3}$ prosječne plaće.)
4. Odobren je potrošački kredit za kupovinu automobila u iznosu od 80 000 kuna i 20% gotovinskog učešća. Kredit se amortizira dvomjesečnim anuitetima uz godišnju kamatnu stopu $q = 30\%$. Ako je kredit odobren na pet godina odredite anuitet otplate i niz planiranih kamata.
5. Poznato je da se potrošački kredit, odobren bez gotovinskog učešća i uz godišnju kamatnu stopu $q=24$, amortizira polugodišnjim anuitetima. Ukupno obračunate kamate iznose 19 440 kuna, a diferencija niza planiranih kamata je -540 . Na koliko je mjeseci odobren kredit? Koliki je iznos kredita? Prikažite plan otplate i odgovorite koliki bi iznos dužnik morao uplatiti ako se u trenutku uplate šestog anuiteta želi osloboditi duga u cijelosti.

Primjer II kolokvija

1. Štediša u razdoblju od četiri godine krajem svakog kvartala uplati 2000 kuna. Kolikim će iznosom raspolagati na kraju šeste godine, ako je godišnja kamatna stopa 6, a kapitalizacija dekurzivna i složena. (10 bodova)
2. Zajam od 800 000 kuna otplaćivat će se jednakim anuitetima u iznosu od 195 400 kuna krajem svaka četiri mjeseca. Mjesečni kamatnjak je 2,53%. Obračun kamata je složen, dekurzivan i konforman. Koliko će vremena trajati otplata zajma? Izradite otplatni plan. (10 bodova)
3. Zajam se amortizira kroz 4 godine promjenjivim anuitetima na kraju svakog polugodišta. Otplatne kvote su konstantne i godišnji kamatnjak iznosi 50. Koliki je iznos zajma ako je sedmi varijabilni anuitet 72 474 kune i ako je obračun kamata složen, polugodišnji i dekurzivan? (10 bodova)

4. ZAJAM

4.1. Konačna i sadašnja vrijednost više periodičnih uplata (isplata)

1. $a = 70\,053$ kuna

k	a	I_k	R_k	C_k
0	-	-	-	200 000
1	70 053	30 000	40 053	159 947
2	70 053	23 992	46 061	113 886
3	70 053	17 083	52 970	60 916
4	70 053	9 137	60 916	0
Σ	280 212	80 212	200 000	

2. $a = 11\,202,67$ kuna

k	a	I_k	R_k	C_k
0	-	-	-	40 000
1	11 202,67	8 989,79	2 212,88	37 787,12
2	11 202,67	8 492,46	2 710,21	35 076,91
3	11 202,67	7 883,36	3 319,31	31 757,60
4	11 202,67	7 137,36	4 065,31	27 692,29
5	11 202,67	6 223,70	4 978,97	22 713,32
6	11 202,67	5 104,70	6 097,97	16 615,35
7	11 202,67	3 734,21	7 468,46	9 146,89
8	11 202,67	2 055,72	9 146,95	0,06
		+0,06	-0,06	
8	11 202,67	2 055,78	9 146,89	0,00
Σ	89 621,36	49 21,36	40 000,00	

3. a = 257 444,53 kuna

k	a	I_k	R_k	C_k
6	-	-	-	315 238,20
7	257 444,53	126 095,28	131 349,25	183 888,95
8	257 444,53	73 555,58	183 888,95	0,00
Σ	514 889,06	199 650,86	315 238,20	

4. 49 999,93 kuna

5. 99 999,54 kuna

6. 73 228,77 kuna

7. 60%

8. 60 000 kuna, 1,5 godina

4.2. Interkalarne kamate

1. 1) 353 692,72 kuna

2) 1 375 157,31 kuna

2. 1) 228 571,43 kuna

k	a	I_k	R_k	C_k
0	-	-	-	200 000,00
1	228 571,43	200 000,00	28 571,43	171 428,57
2	228 571,43	171 428,57	57 142,86	114 285,71
3	228 571,43	114 285,71	114 285,72	0,01
		+0,01	-0,01	
3	228 571,43	114 285,72	114 285,71	0,00
Σ	685 714,29	485 714,29	200 000,00	

2) 914 285,71 kuna

k	a	I_k	R_k	C_k
0	-	-	-	800 000,00
1	914 285,71	800 000,00	114 285,71	685 714,29
2	914 285,71	685 714,29	228 571,42	457 142,87
3	914 285,71	457 142,87	457 142,84	0,03
		-0,03	+0,03	
3	914 285,71	457 142,84	457 142,87	0,00
Σ	2 742 857,13	1 942 857,13	800 000,00	

4.3. Krnji ili nepotpuni anuitet

1. 4 godine, 243 750 kuna

k	a_k	I_k	R_k	C_k
0	-	-	-	400 000
1	250 000	200 000	50 000	350 000
2	250 000	175 000	75 000	275 000
3	250 000	137 500	112 500	162 500
4	243 750	81 250	162 500	0
Σ	993 750	593 750	400 000	

2. 6 godina, 128 240,60 kuna

3. $a=58\,459,40$ kuna, $C=280\,656,27$ kuna

4. 10 000 kuna

k	a_k	I_k	R_k	C_k
0	-	-	-	10 000,00
1	15 000,00	7 320,51	7 679,49	2 320,51
2	4 019,24	1 698,73	2 320,51	0,00
Σ	19 019,24	9 019,24	10 000,00	

4.4. Reprogramiranje (konverzija) zajma

1. anuitet prve dvije godine: 249 230,77 kuna

anuitet nakon promjene: 172 544,37 kuna

k	a_k	I_k	R_k	C_k
0	-	-	-	400 000,00
1	249 230,77	200 000,00	49 230,77	350 769,23
2	249 230,77	175 384,62	73 846,15	276 923,08
3	172 544,37	138 461,54	34 082,83	242 840,25
4	172 544,37	121 420,13	51 124,24	191 716,01
5	172 544,37	95 858,01	76 686,36	115 029,65
6	172 544,37	57 514,83	115 029,54	0,11
		-0,11	+0,11	
6	172 544,37	57 514,72	115 029,65	0,00
Σ	1 188 639,02	788 639,02	400 000,00	

2. 6 godina, 140 840 kuna

k	a_k	I_k	R_k	C_k
0	-	-	-	400 000
1	250 000	200 000	50 000	350 000
2	250 000	175 000	75 000	275 000
3	150 000	110 000	40 000	235 000
4	150 000	94 000	56 000	179 000
5	150 000	71 600	78 400	100 600
6	140 840	40 240	100 600	0
Σ	1 090 840	690 840	400 000	

3. $a_1 = 284\,210,53$ kuna, $a_2 = 421\,052,63$ kuna, $a_3 = 526\,315,78$ kuna

k	a_k	I_k	R_k	C_k
0	-	-	-	400 000,00
1	284 210,53	200 000,00	84 210,53	315 789,47
2	421 052,63	315 789,47	105 263,16	210 526,31
3	526 315,78	315 789,47	210 526,31	0,00
Σ	1 231 578,94	831 578,94	400 000,00	

4.5. Model zajma s konstantnom otplatnom kvotom

1.

	a_k	I_k	R_k	C_k
0	-	-	-	100 000
1	14 480,39	1 980,39	12 500	87 500
2	14 232,84	1 732,84	12 500	75 000
3	13 985,29	1 485,29	12 500	62 500
4	13 737,74	1 237,74	12 500	50 000
5	13 490,20	990,20	12 500	37 500
6	13 242,65	742,65	12 500	25 000
7	12 995,10	495,10	12 500	12 500
8	12 747,55	247,55	12 500	0
Σ	108 911,76	8 911,76	100 000	

2.

k	a_k	l_k	R_k	C_k
0	-	-	-	3 000
1	2 900	2 400	500	2 500
2	2 500	2 000	500	2 000
3	2 100	1 600	500	1 500
4	1 700	1 200	500	1 000
5	1 300	800	500	500
6	900	400	500	0
Σ	11 400	8 400	3 000	

3. 399 997,31 kuna

4. 80 908,15 kuna

4.6. Otplata zajma uz anticipativni obračun kamata

1. 16 937,67 kuna

k	a	l_k	R_k	C_k
0	-	10 000,00	-	50 000,00
1	16 937,67	8 265,58	8 672,09	41 327,91
2	16 937,67	6 097,56	10 840,11	30 487,80
3	16 937,67	3 387,53	13 550,14	16 937,66
4	16 937,66	0,00	16 937,66	0,00
Σ	67 750,68	27 750,67	50 000,00	

2. 5 godina, $a' = 17\,101,07$ kuna, $C_3 = 35\,390,96$ kuna

	a_k	I_k	R_k	C_k
0	-	8 000,00	-	80 000,00
1	20 000,00	6 666,67	13 333,33	66 666,67
2	20 000,00	5 185,19	14 814,81	51 851,86
3	20 000,00	3 539,10	16 460,90	35 390,96
4	20 000,00	1 710,11	18 289,89	17 101,07
5	17 101,07	0,00	17 101,07	0,00
Σ	97 101,07	25 101,07	80 000,00	

3. 1 841,26 kuna

k	a	I_k	R_k	C_k
0	-	400,00	-	10 000,00
1	1 841,26	339,94	1 501,32	8 498,68
2	1 841,26	277,39	1 563,87	6 934,81
3	1 841,26	212,23	1 629,03	5 305,78
4	1 841,26	144,35	1 696,91	3 608,87
5	1 841,26	73,65	1 767,61	1 841,26
6	1 841,26	0,00	1 841,26	0,00
Σ	11 047,56	1 447,56	10 000,00	

4.7. Potrošački kredit

1. 2 400 kuna

k	a	I_s	R	I_k	$I_k - I_s$
1	1 686	486	1 200	864	378
2	1 686	486	1 200	756	270
3	1 686	486	1 200	648	162
4	1 686	486	1 200	540	54
5	1 686	486	1 200	432	-54
6	1 686	486	1 200	324	-162
7	1 686	486	1 200	216	-270
8	1 686	486	1 200	108	-378
Σ	13 488	3 888	9 600	3 888	0

2. 25 104,60 kuna

3. 12 857,14 kuna

4. $a = 3\,786,67$ kuna, $I_1 = 3\,200$ kuna, $d = -106,67$ kuna

5. 48 mjeseci, $C = 36\,000$ kuna, 19 170 kuna

k	a	I_s	R	I_k	$I_k - I_s$
1	6 930	2 430	4 500	4 320	1 890
2	6 930	2 430	4 500	3 780	1 350
3	6 930	2 430	4 500	3 240	810
4	6 930	2 430	4 500	2 700	270
5	6 930	2 430	4 500	2 160	-270
6	6 930	2 430	4 500	1 620	-810
7	6 930	2 430	4 500	1 080	-1 350
8	6 930	2 430	4 500	540	-1 890
Σ	55 440	19 440	36 000	19 440	0

Rješenja II kolokvija

1. 40 196,57 kuna
2. 2 godine, $a' = 24\,075,61$ kuna
3. $C = 399\,997,31$ kuna

PRIMJER PISMENOG DIJELA ISPITA IZ POSLOVNE MATEMATIKE

I DIO

1. Plaća radnika povišena je za 7% i sada iznosi 4 500 kuna. Kolika je bila plaća prije povišenja? (5 bodova)
2. Jedna žarulja goreći 8 sati dnevno potroši energiju pri čijoj proizvodnji u termoelektrani nastane 340 litra kisele kiše. Koliko će sati dnevno gorjeti žarulja ako zbog toga nastane 425 litara kisele kiše? (5 bodova)
3. Poduzeće A primilo je u pošiljci 400 kg robe, poduzeće B 500 kg robe, a poduzeće C 600 kg robe. Troškovi prijevoza pošiljke iznose 6 630 kuna. Rasporedite troškove na pojedina poduzeća prema količini robe. (5 bodova)
4. Po odbitku kamata za vrijeme od 17.05. do 23.08. dužniku je isplaćen iznos od 45 000 kuna. Obračun kamata je jednostavan uz godišnju, dekurzivnu kamatnu stopu 6. Odredite iznos glavnice i iznos kamata (godina 365 dana, dani po kalendaru). (7 bodova)
5. Neka osoba danas raspolaže iznosom od 40 000 kuna. Ako će ta osoba na temelju navedenog iznosa na kraju pete godine (računajući od danas) raspolagati iznosom od 50 000 kuna, uz koliki fiksni kvartalni kamatnjak je uložila početni iznos u banku? Obračun kamata je složen, kvartalni i dekurzivan. (8 bodova)

II DIO

6. Netko danas uloži u banku 50 000 kuna. Koliki bi se nominalno jednaki prenumerando mjesečni iznosi mogli podizati na temelju tog uloga u idućih pet godina ako banka obračunava 6% godišnjih kamata. Obračun kamata je složen, konforman i dekurzivan. (10 bodova)
7. Za zajam od 275 000 kuna odvajati će se u ime anuiteta 68 750 kuna krajem svakog kvartala. Godišnji kamatnjak je 9. Koliko će vremena trajati otplata zajma? Izradite plan amortizacije. Obračun kamata složen, konforman i dekurzivan. (10 bodova)
8. Uz koliku je godišnju stopu i anticipativan obračun kamata odobren potrošački kredit u iznosu od 19 000 kuna na tri godine ako je učešće u gotovini 11%, a ukupne kamate iznose 3 128,35 kuna? Kredit se otplaćuje mjesečnim anuitetima. (10 bodova)

Literatura:

1. Relić, B.: „*Gospodarska matematika*“, drugo izmjenjeno i dopunjeno izdanje, Hrvatska zajednica računovođa i financijskih djelatnika, Zagreb, 2002.
2. Babić, Z. Tomić Plazibat, N.: „*Poslovna matematika*“, Ekonomski fakultet u Splitu, Split, 2004.