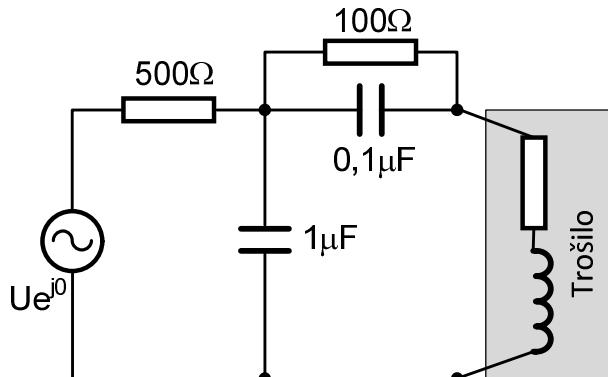




Ljubomir Malešević

OSNOVE ELEKTROTEHNIKE II

Zbirke pitanja i zadataka



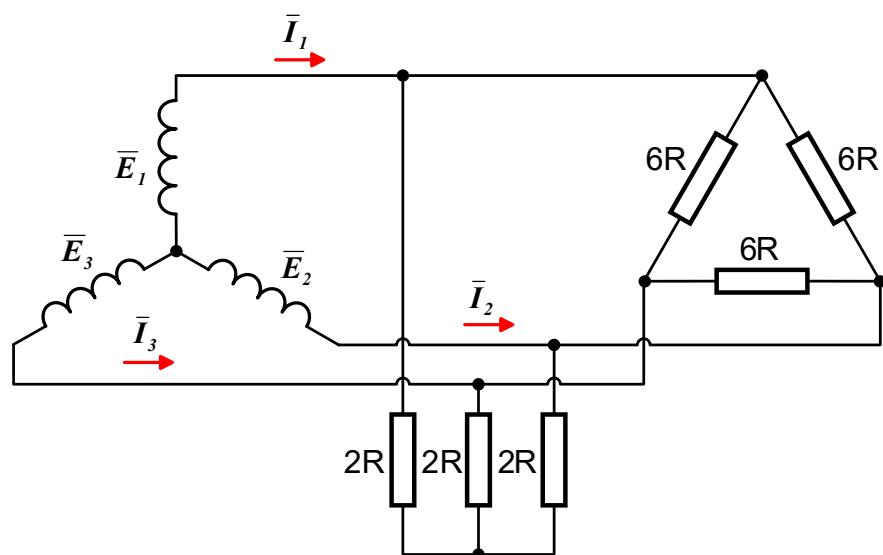
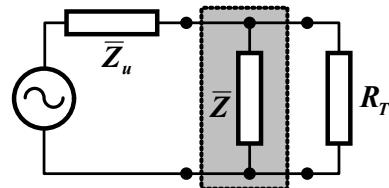
STUDIJI ELEKTRONIKE I ELEKTROENERGETIKE

SPLIT, 2018.

- 1. ZBIRKA PITANJA I ZADATAKA S KOLOKVIJA**
- 2. ZBIRKA ZADATAKA S PISMENIH ISPITA**
- 3. ZBIRKA PITANJA I ZADATAKA S USMENIH ISPITA**

Ljubomir Malešević

ZBIRKA PITANJA I ZADATAKA S KOLOKVIJA IZ OSNOVA ELEKTROTEHNIKE II



STRUČNI STUDIJI ELEKTRONIKE I ELEKTROENERGETIKE

Split, 2018.



PREDGOVOR

Zbirka s primjerima kolokvija (međuispita) dio je nastavnih materijala iz kolegija Osnove elektrotehnike II. Izrađena je za studente stručnih studija elektroenergetike i elektronike na Odsjeku za elektrotehniku Sveučilišnog odjela za stručne studije Sveučilišta u Splitu.

Zbirka sadrži trideset i jedan (31) primjer kolokvija, s ukupno 310 pitanja i zadataka, što su se održavali na stručnim studijima elektronike i elektroenergetike. Za svaki kolokvij u drugom dijelu zbirke navedena su odgovarajuća završna rješenja zadataka. Na kraju zbirke dan je primjer triju kolokvija s potpunim rješenjima zadataka.

Kolokviji se održavaju nakon što su na predavanjima i vježbama obrađene određene cjeline gradiva. Predviđena su tri kolokvija iz sljedećih područja:

1. TRENUTAČNE I SREDNJE VRIJEDNOSTI IZMJENIČNIH VELIČINA,
IZMJENIČNE MREŽE (fazorska i simbolička metoda)
2. ČETVEROPOLI, REZONANCIJA, SVITCI S FEROMAGNETSKOM JEZGROM
3. TRANSFORMATORI, TROFAZNI SUSTAVI, OBRTNO MAGNETSKO POLJE.

Svaki kolokvij sadrži deset pitanja u kojima su kombinirani teorijski i praktični zadatci. Za pozitivnu ocjenu potrebno je ostvariti najmanje 50 % točnih i obrazloženih odgovora. Student koji pozitivno rješi sva tri kolokvija oslobođen je praktičnog (pismenog) i teorijskog (usmenog) ispita te mu se, ovisno o postignutom rezultatu, na prvom ispitnom terminu završnog ispita upisuje ocjena u indeks. Studentima koji su pozitivno rješili jedan ili dva kolokvija odnosno se gradivo priznaje kao dio položenoga završnog ispita. Preostali dio gradiva polažu na praktičnom i teorijskom ispitnu. Rezultati kolokvija ne vrijede na popravnim ispitima u rujnu.

Sastavni su dio ovih nastavnih materijala skripta koja sadrže gradivo s predavanja iz Osnova elektrotehnike II (OE II) i slajdovi s PowerPoint prezentacijom gradiva koje se studentima iznosi na predavanjima.

Kao dopuna za pripremu kolokvija preporučuje se:

- Lj. Malešević: *Zbirka pitanja i zadataka s usmenih ispita iz OE II, web-izdanje* (Moodle), Sveučilišni odjel za stručne studije Sveučilišta u Splitu, 2018.
- Lj. Malešević: *Zbirka zadataka s pismenih ispita iz OE II, web-izdanje* (Moodle), Sveučilišni odjel za stručne studije Sveučilišta u Splitu, 2018.

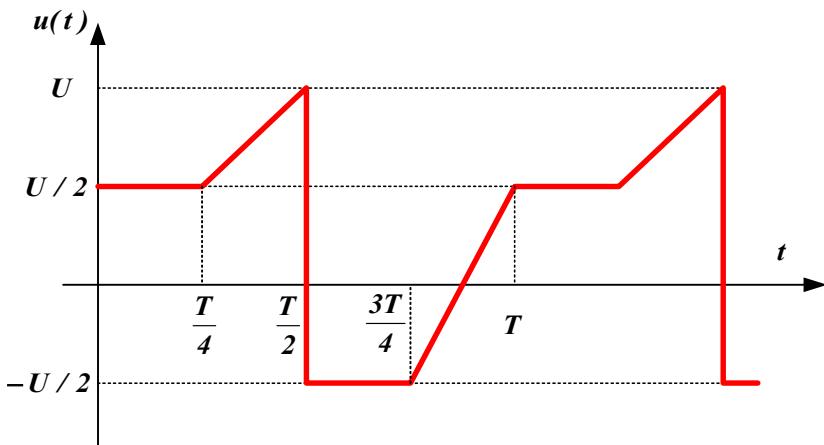
AUTOR



Sadrzaj

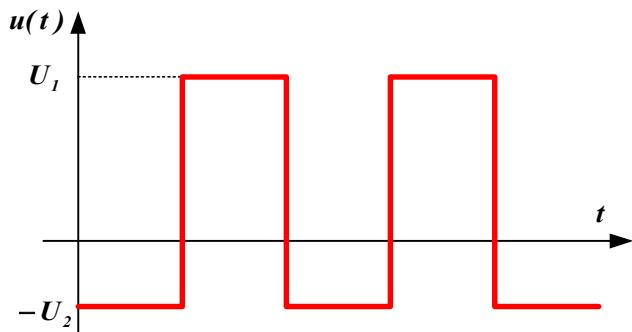
Kolokvij A-1	1
Kolokvij A-2	3
Kolokvij A-3	4
Kolokvij B-1	6
Kolokvij B-2	8
Kolokvij B-3	9
Kolokvij C-1	11
Kolokvij C-2	13
Kolokvij C-3	15
Kolokvij D-1	17
Kolokvij D-2	19
Kolokvij D-3	21
Kolokvij E-1	23
Kolokvij E-2	25
Kolokvij E-3	27
Kolokvij F-1	29
Kolokvij F-2	31
Kolokvij F-3	32
Kolokvij G-1	34
Kolokvij G-2	36
Kolokvij G-3	38
Kolokvij H-1	40
Kolokvij H-2	42
Kolokvij H-3	43
Kolokvij I-1	45
Kolokvij I-2	47
Kolokvij I-3	49
Kolokvij J-3	51
Kolokvij K-1	53
Kolokvij K-2	55
Kolokvij K-3	57
Završna rješenja zadataka	59
Primjeri potpunih rješenja pitanja i zadataka	77

Kolokvij A-1



- ❶ Odredite aritmetičku srednju vrijednost napona čiji je valni oblik prikazan na slici.

- ❷ Efektivna srednja vrijednost – opća definicija, izvod efektivne vrijednosti sinusoidnih veličina.



- ❸ Izračunajte srednju snagu na otporniku R ako je otpornik priključen na napon valnog oblika prema slici.

- ❹ Za serijski spoj aktivnog i induktivnog otpora nacrtajte: valne oblike struje i napona, valni oblik snage, fazorski dijagram, trokut otpora i snaga. Napišite jednadžbe napona na elementima kruga, ukupnog napona, struje i impedancije kruga te faznog kuta.

- ❺ Serijski $R-L-C$ krug spojen je na napon $u(t)=141\sin(200t+53,1^\circ)V$. Zadano je: $R=6 \Omega$, $L=50 mH$, $C=2,5 mF$. Odredite: X_L , X_C , X , Z , fazni kut φ , struje I_m , I , $i(t)$, napone U_R , U_L , U_C , u_R , u_L , u_C , snage P , Q , S , te nacrtajte fazorski dijagram.

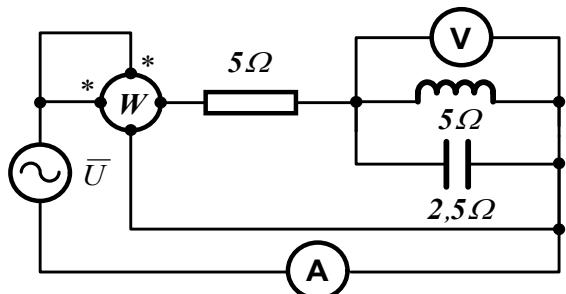
- ❻ Trošilo induktivnog karaktera snage $P=2200 W$ spojeno je na izmjenični napon $U=220 V$, $f=50 Hz$. Struja kroz trošilo je $I=20 A$. U cilju kompenzacije faktora snage $\cos\varphi$ trošilu se paralelno spaja kondenzator C . Kolika mora biti njegova kapacitivnost ako se želi postići maksimalna vrijednost faktora snage? Nacrtajte fazorski dijagram.

-
- 7 a) Napon $u(t)=20\cos(\omega t+40^\circ)V$ prikažite kao kompleksni broj u algebarskom obliku.
b) Napon $\bar{U}=(-30-j30)V$ transformirajte u vremensku domenu $u(t)$.
c) Struju $\bar{I}=(3+j4)A$ pretvorite u eksponencijalni oblik.
-

8 Odredite impedanciju sljedećih mreža:

- a) serijski spoj $R=5 \Omega$, $C=100 \mu F$
- b) $L=2,5 mH$ u paraleli s mrežom pod a)
- c) $C_I=100 \mu F$ u seriji s mrežom pod b).

Zadano je $\omega=2000 \text{ rad/s}$.

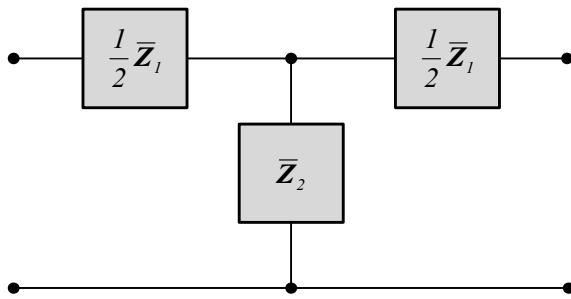


9 Odredite pokazivanje instrumenata na slici ako je $\bar{U}=100e^{j\theta}V$.

10 Izvedite uvjet za dobivanje maksimalne snage na trošilu u izmjeničnim mrežama.

Kolokvij A-2

- ❶ Izvedite konstante nesimetričnoga Π (pi)-četveropola.



- ❷ Odredite karakterističnu impedanciju četveropola na slici.

- ❸ Pokusom kratkoga spoja i praznoga hoda nekog četveropola određeno je: $\bar{U}_{l0} = 100e^{j60^\circ} V$, $\bar{U}_{lk} = 100e^{j30^\circ} V$, $\bar{I}_{l0} = 10e^{j30^\circ} A$, $\bar{I}_{lk} = 10e^{-j30^\circ} A$. Izračunajte ulaznu impedanciju četveropola ako je on opterećen karakterističnom impedancijom.

- ❹ Opišite temeljna svojstva serijskoga $R-L-C$ kruga u rezonantnim uvjetima i nacrtajte fazorski dijagram.

- ❺ Serijski $R-L-C$ krug spojen je na napon $U=220 V$ frekvencije $50 Hz$. Kolika mora biti kapacitivnost C da bi u krugu tekla maksimalna struja i kolika je ta struja? Zadano je: $R=10 \Omega$, $L=0,5 H$.

- ❻ Na krug iz prethodnog zadatka paralelno se spaja kondenzator C_L . Kolika mora biti njegova kapacitivnost ako rezonancija u krugu nastaje pri frekvenciji $f_l = 100 Hz$? Kolika je ukupna struja?

- ❼ Kako se definira širina propusnog pojasa (grafički i analitički)? Izvedite relaciju koja pokazuje odnos propusnog pojasa i parametara kruga f_r i Q .

- ❽ Svitak s $N=500$ zavoja spojen je na izvor $U=220 V, f=50 Hz$. Izmjerene vrijednosti struje i snage su: $I=7 A$, $P=49 W$. Odredite otpor zavoja svitka R_{Cu} i induktivnost svitka L . Nacrtajte nadomjesnu shemu i fazorski dijagram.

- ❾ Kada se u svitak iz prethodnog zadatka umetne feromagnetska jezgra, svitkom teče struja $I' = 2 A$. Uz pretpostavku da su gubitci histereze i vrtložnih struja te rasipni magnetski tok zanemarivi, odredite: djelatni i induktivni otpor svitka s feromagnetskom jezgrom, djelatnu snagu, ukupni $\cos\varphi$, inducirani EMS i maksimalni magnetski tok kroz svitak. Nacrtajte nadomjesnu shemu i fazorski dijagram.

- ❿ Nacrtajte potpunu nadomjesnu shemu i fazorski dijagram svitka s feromagnetskom jezgrom.

Kolokvij A-3

❶ Visokonaponski namot transformatora ima 750, a niskonaponski 50 zavoja. Visokonaponski namot spojen je na nazivni napon $U=220\text{ V}$, frekvencije $f=50\text{ Hz}$. Trošilom teče nazivna struja od 40 A . Uz pretpostavku da na transformatoru nema nikakvih unutarnjih padova napona, odredite:

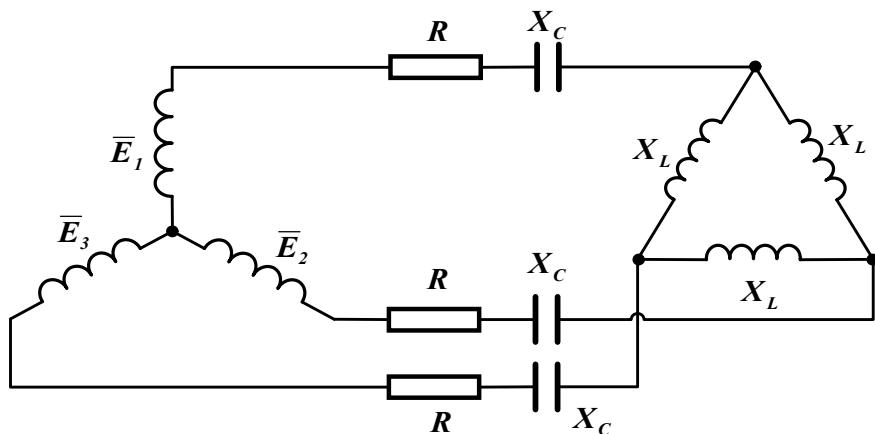
- a) prijenosni omjer
- b) sekundarni napon
- c) otpor trošila.

❷ Zvučnik od $8\ \Omega$ prilagođen je na *500-omsku* audioliniju preko transformatora. Odredite prijenosni omjer te primarni i sekundarni napon ako je zvučniku potrebno isporučiti 10 W audiosnage. Napomena: zvučnik je čisti djelatni otpor, a transformator se može smatrati idealnim.

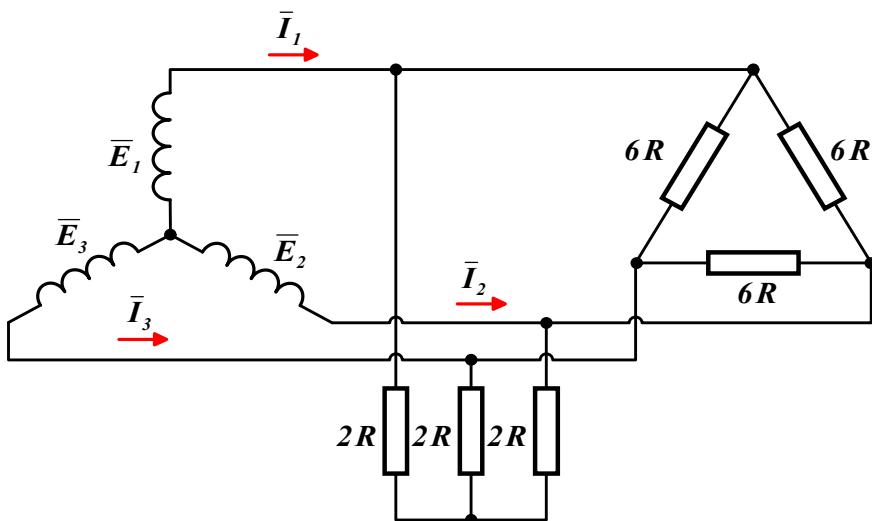
❸ Idealni transformator $5000\text{ V}/220\text{ V}$, 50 Hz , nazivne snage 5 kVA , projektiran je tako da se u svakom zavoju inducira EMS od $2,5\text{ V}$. Odredite:

- a) prijenosni omjer transformatora (A)
- b) broj zavoja na niskonaponskoj i visokonaponskoj strani (N_1, N_2)
- c) nazivnu struju primara (I_1)
- d) prijenosni omjer ako je niskonaponski namot na primarnoj strani (*step-up transformer*).

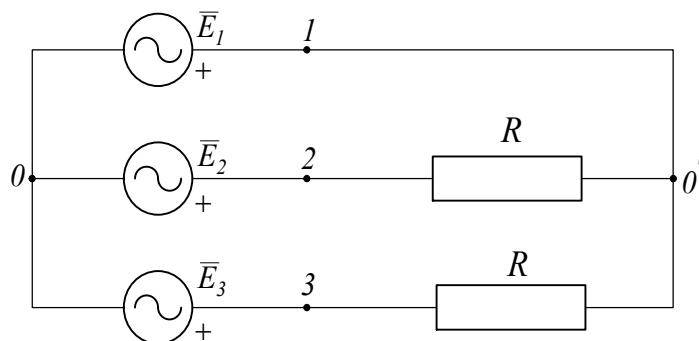
❹ Određivanje parametara transformatora s feromagnetskom jezgrom (nadomjesne sheme, fazorski dijagrami i izračun parametara temeljem pokusa praznog hoda i kratkog spoja).



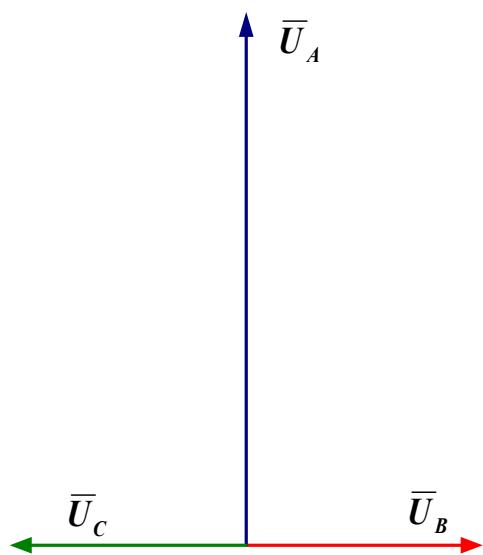
❺ Trofazni generator faznog napona $U=100\text{ V}$ opterećen je grupom trošila prema slici. Ako je $X_L=6\ \Omega$, $X_C=2\ \Omega$, $R=10\ \Omega$, kolika je ukupna djelatna snaga koju daje generator?



- ⑥ Fazni naponi trofaznog generatora su $U=220$ V. Generator je opterećen grupom djelatnih otpora prema slici. Odredite efektivne vrijednosti linijskih struja I_1 , I_2 , I_3 ako je $R=10 \Omega$.



- ⑦ U trofaznom sustavu bez nultog vodiča nastupio je kratki spoj u jednoj fazi. Nacrtajte fazorski dijagram napona, pripadne jednadžbe napona nesimetrije, faznih napona i struja te ukupne djelatne snage u odnosu na snagu prije kratkog spoja.



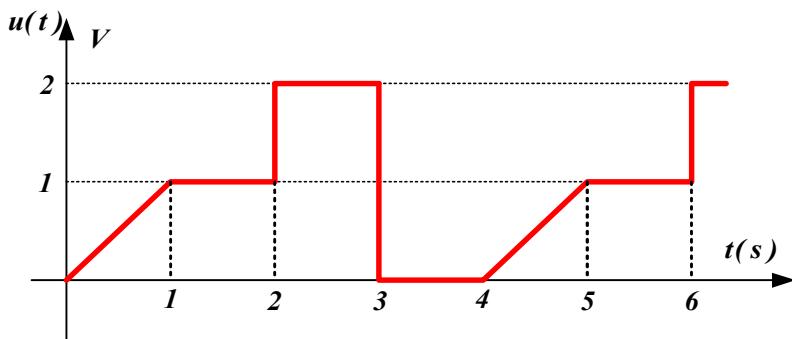
- ⑧ Fazorskim dijagramom zadan je nesimetrični sustav napona \bar{U}_A , \bar{U}_B , \bar{U}_C . Grafičkom metodom odredite sve simetrične komponente direktnog, nultog i inverznog sustava.

- ⑨ Određivanje djelatne snage, faze i jalove snage u simetričnom sustavu metodom dvaju vatmetara (Aronov spoj).

- ⑩ Temeljne karakteristike rotacijskoga magnetskog polja.

Kolokvij B-1

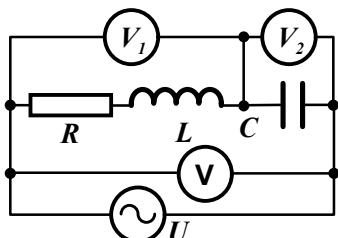
- ① Sinusoidni napon ima maksimalnu vrijednost $U_m=100 \text{ V}$, a u trenutku $t=0$ vrijednost mu je $u(t=0)=50 \text{ V}$. Odredite izraz za trenutačnu vrijednost napona $u(t)$ ako je njegov period $T=2 \text{ ms}$.



- ② Odredite efektivnu srednju vrijednost naponskog valnog oblika prikazanoga na slici.

- ③ Aritmetička srednja vrijednost (izvod, geometrijska interpretacija, aritmetička srednja vrijednost sinusoidne struje).

- ④ Paralelni spoj djelatnog i kapacitivnog otpora priključen je na izvor $u(t)=U_m \sin \omega t$. Nacrtajte valne oblike struje i napona, valni oblik snage, fazorski dijagram, trokut otpora i snaga. Napišite jednadžbe trenutačnih vrijednosti struja i_R , i_C , i i snage p te jednadžbe za efektivne vrijednosti napona i struja u krugu, fazni kut i relacije za snage iz trokuta snaga.



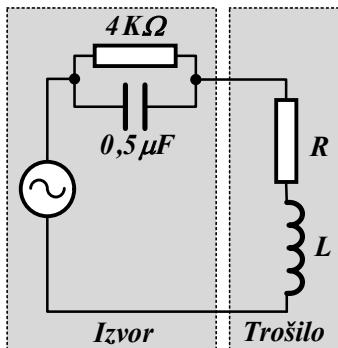
- ⑤ Sva tri voltmatra mjere jednake efektivne vrijednosti napona ($U_1=U_2=U$). Nacrtajte pripadni fazorski dijagram napona i struja. Koliki je fazni kut između napona izvora i struje?

- ⑥ Svitak s $R=10 \Omega$, $L=32 \text{ mH}$, priključen je na izvor $U=220 \text{ V}$, $f=50 \text{ Hz}$. U cilju kompenzacije faktora snage $\cos \varphi$ trošilu se paralelno spaja kondenzator C . Kolika mora biti kapacitivnost tog kondenzatora ako se želi postići maksimalna vrijednost faktora snage. Nacrtajte fazorski dijagram.

- ⑦ Odredite eksponencijalni oblik izraza:
$$\frac{5e^{j36,9^\circ} \cdot 10e^{-j53,1^\circ}}{(4+j3)+(6-j8)}.$$

- ⑧ U serijskom $R-X_L$ krugu odredite R i L ako je $u(t)=20\cos(\omega t+30^\circ) \text{ V}$, $i(t)=2\sin(\omega t+75^\circ) \text{ mA}$, $\omega=2 \cdot 10^6 \text{ rad/s}$.

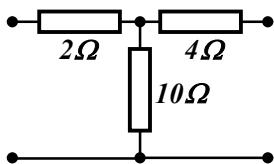
❾ Za zadane elemente R , X_C serijskog spoja odredite elemente nadomjesnog paralelnog spoja (G , B_C , Y).



❿ Za koje će vrijednosti R i L biti maksimalan prijenos snage na trošilo? Zadano je $\omega=1000\text{ rad/s}$.

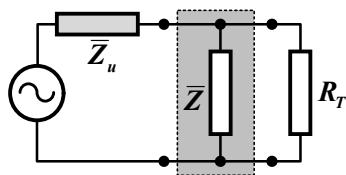
Kolokvij B-2

- ① Prikažite četveropol i jednadžbe četveropola uporabom Z parametara. Kako se određuju Z parametri?



- ② Odredite prijenosne parametre zadanog četveropola ($\bar{A}_{11}, \bar{A}_{12}, \bar{A}_{21}, \bar{A}_{22}$).

- ③ Ulagna i izlazna impedancija četveropola (nadmjesne sheme i pripadne jednadžbe).



- ④ Unutarnja impedancija izmjeničnog izvora je $\bar{Z}_u = (0,8 - j1,6)\Omega$. Izvor treba prilagoditi na trošilo $R_T = 4\Omega$ pomoću sprežnog četveropola s impedancijom \bar{Z} prema slici. Odredite tu impedanciju.

- ⑤ Nacrtajte približni oblik frekvencijskih krivulja I, U_L, U_C, Z za serijski $R-L-C$ rezonantni krug.

- ⑥ Projektirajte elemente serijskog rezonantnog kruga R, L i C uz uvjet da je rezonantna frekvencija $\omega_r = 2500 \text{ rad/s}$, propusni pojas $B = 500 \text{ rad/s}$ i impedancija u rezonanciji $\bar{Z}(\omega_r) = 100\Omega$.

- ⑦ Shema, fazorski dijagram i svojstva paralelnoga rezonantnog kruga.

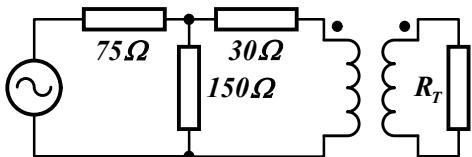
- ⑧ Visokofrekvenčni paralelni $R-L-C$ rezonantni krug predviđen je za rad na rezonantnoj frekvenciji $\omega_r = 10^7 \text{ rad/s}$ uz propusni pojas $B = 2 \cdot 10^5 \text{ rad/s}$. Koliki je faktor dobrote Q kruga i induktivnost L ako je $C = 10 \text{ pF}$?

- ⑨ Svitak s feromagnetskom jezgrom spojen je na sinusni napon. Otpor zavoja svitka je R_{Cu} , a rasipni magnetski tok je zanemariv. Nacrtajte nadomjesnu shemu svitka i fazorski dijagram.

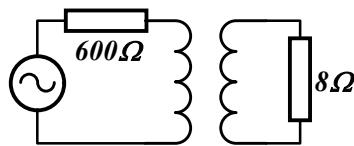
- ⑩ Svitak iz prethodnog zadatka priključen je na izvor $U = 220 \text{ V}, f = 50 \text{ Hz}$. Mjeranjem su određene struja $I = 1,5 \text{ A}$ i snaga $P = 45 \text{ W}$. Ako je $R_{Cu} = 2 \Omega$, odredite gubitke u jezgri P_{Fe} , fazni pomak između napona i struje φ te kut gubitaka δ (kut između struje I i glavnog magnetskog toka Φ_g).

Kolokvij B-3

- ❶ Idealni transformator ima 480 primarnih i 240 sekundarnih zavoja. Primar je spojen na naponski izvor maksimalne vrijednosti $U_m=310,2 \text{ V}$, frekvencije $f=50 \text{ Hz}$. Sekundarni svitak isporučuje djelatnom trošilu snagu od $3,3 \text{ kW}$. Odredite primarnu i sekundarnu struju te impedanciju koju „vidi“ izvor.

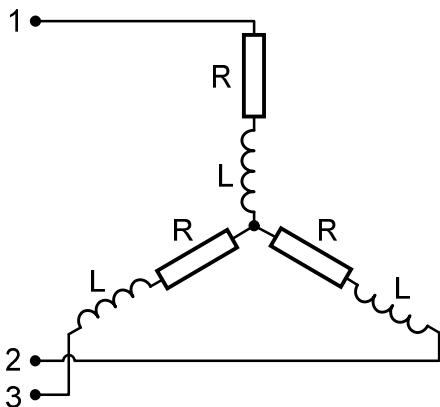


- ❷ Idealni transformator ubačen je kao sučelje prema trošilu $R_T=3 \text{ k}\Omega$. Odredite prijenosni omjer transformatora tako da ulazni otpor gledano sa stezaljka naponskog izvora bude 150Ω .



- ❸ Stereopojačalo ima izlazni otpor od 600Ω . Ulagani je otpor zvučnika (trošilo) 8Ω . Koliki treba biti prijenosni omjer transformatora da bi se dobio maksimalan prijenos snage?

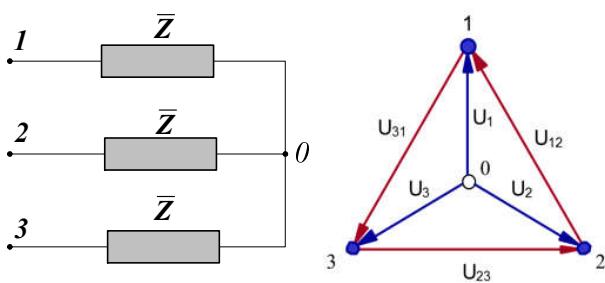
- ❹ Nadomjesna shema transformatora s feromagnetskom jezgrom reduciranjem na primar. Jednadžbe ulaznog i izlaznog kruga te fazorski dijagram za induktivno trošilo.



- ❺ Na slici je model trofaznog motora s $X_L=30 \Omega$, $R=40 \Omega$. Ako se motor priključi na fazni napon $U=220 \text{ V}$, odredite fazne struje i ukupnu djelatnu snagu motora.

- ❻ Simetrično u trokut spojeno trošilo uzima 30 kVA pri faktoru snage $\cos\varphi=0,866_{ind.}$. Linijski napon je $U_L=381 \text{ V}$. Odredite efektivnu vrijednost linijske struje te djelatni otpor i reaktanciju fazne impedancije.

- ❼ Nacrtajte sheme za mjerjenje snage simetričnog trošila (spoј trošila u zvijezdu i u trokut).



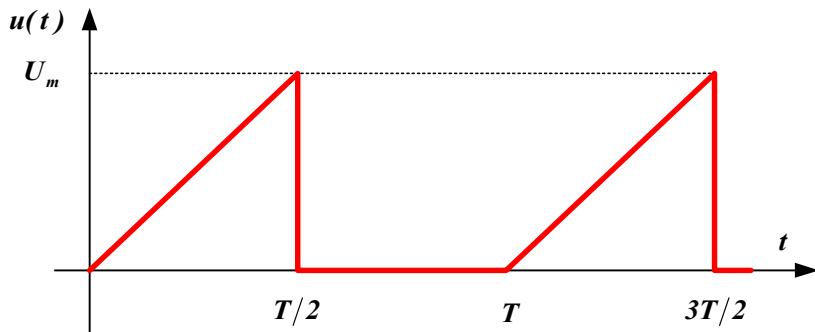
⑧ Na slici je prikazano simetrično trofazno trošilo i pripadni fazorski dijagram naponu. Nacrtajte u fazorskem dijagramu novi položaj nulte točke trošila i nesimetričnih faznih naponu $\bar{U}'_1, \bar{U}'_2, \bar{U}'_3$ nakon prekida prvog faznog voda (1). Odredite vrijednosti tih nesimetričnih naponu.

⑨ Za vrste sustava iz prethodnog zadatka (bez nultog voda) inverzna komponenta jednaka je nuli u oba slučaja (prije i nakon prekida faze 1). Nulta komponenta postoji samo u slučaju nesimetrije. Dokažite tvrdnju da je $\bar{U}_i = \theta$ u oba slučaja.

⑩ Temeljne karakteristike rotacijskoga magnetskog polja.

Kolokvij C-1

- ① Elektrolitska srednja vrijednost (opća definicija, elektrolitska srednja vrijednost sinusoidne struje i grafička interpretacija).



- ② Odredite efektivnu vrijednost periodičnog napona na slici i srednju snagu koje se isporučuje trošilu otpora R .

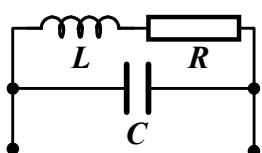
- ③ Serijskim RC spojem teče struja $i(t) = I_m \sin \omega t$. Nacrtajte valne oblike struje $i(t)$, napona $u_R(t)$, $u_C(t)$, $u(t)$, valni oblik snage $p(t)$, fazorski dijagram napona i struje, trokut otpora i trokut snaga. Napišite jednadžbe trenutačnih vrijednosti napona u_R , u_C , u i snage p te jednadžbe za efektivne vrijednosti napona i struje u krugu, fazni kut i relacije za snage iz trokuta snaga.

- ④ Svitkom induktivnosti L otpora R teče struja $I=25 A$ kada je priključen na istosmjerni napon $U=100 V$. Ako se isti svitak spoji na sinusoidni napon $U=100 V$, frekvencije $f=400 Hz$, njime teče struja $I=10 A$. Odredite kolika treba biti kapacitivnost C kondenzatora serijski spojenoga sa svitkom da bi pri istom naponu i frekvenciji krugom tekla struja $I=20 A$.

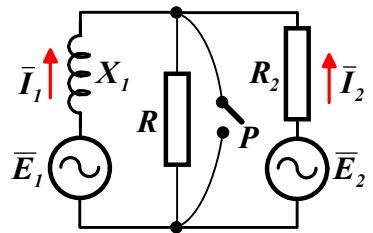
- ⑤ Kako i zašto se provodi postupak kompenzacije faktora snage $\cos \phi$? Za trošilo induktivnog karaktera pokažite primjer potpune kompenzacije faktora snage (shema kruga i fazorski dijagram).

- ⑥ Zadani su naponi $u_1(t) = -20 \sin(314t - 45^\circ) V$ i $u_2(t) = 7,07 \sin(314t + 36,9^\circ) V$. Odredite fazore obaju napona u algebarskom (rektaangularnom) obliku i zbroj napona $u(t) = u_1(t) + u_2(t)$ u vremenskoj domeni. Nacrtajte fazore \bar{U}_1 , \bar{U}_2 , \bar{U} u kompleksnoj ravnini.

- ⑦ Odredite sinusoidni oblik $i(t)$ struje $\bar{I} = (15 + j5 + 10e^{j180^\circ}) mA$ pri frekvenciji $\omega = 1000 rad/s$.



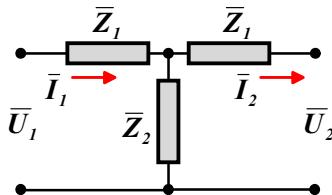
- ⑧ Zadano je: $R=1 \Omega$, $L=1 mH$, $C=0,1 \mu F$. Kolika je nadomjesna impedancija kruga u $k\Omega$ pri frekvenciji $\omega=10^5 rad/s$?



⑨ Kada je prekidač P zatvoren, kompleksne vrijednosti struja kroz generatore su $\bar{I}_1 = -j3A$ i $\bar{I}_2 = 4A$. Zadano je: $X_1=3\ \Omega$, $R=8\ \Omega$, $R_2=8\ \Omega$. Kolika je efektivna vrijednost struje kroz otpornik R kada je prekidač otvoren?

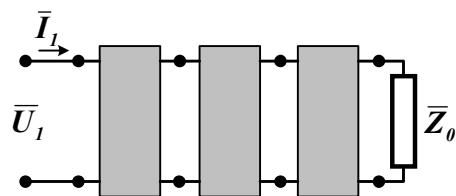
⑩ U izmjeničnom krugu trenutačne vrijednosti napona i struje su $u(t)=141\sin(314t+80^0)\ V$, $i(t)=14,1\sin(314t+20^0)\ A$. Kolika je djelatna snaga kruga $P(W)$?

Kolokvij C-2



- ❶ Odredite parametre simetričnog T -četveropola temeljem pokusa otvorenog kruga i kratkog spoja.

- ❷ Na simetričnom četveropolu izmjerene su ulazne impedancije otvorenog kruga $\bar{Z}_{ul_{OK}} = 10e^{j90^\circ} \Omega$ i kratkog spoja $\bar{Z}_{ul_{KS}} = 10e^{j30^\circ} \Omega$. Odredite konstantu \bar{A}_{II} toga simetričnog četveropola.

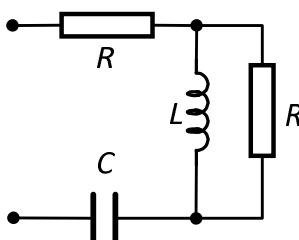


- ❸ Lanac od triju četveropola zaključen je karakterističnom impedancijom $\bar{Z}_0 = 25e^{-j45^\circ} \Omega$. Trenutačna vrijednost napona na ulazu je $u_1(t) = 200\sqrt{2} \sin(\omega t - 15^\circ) V$. Odredite efektivnu vrijednost i fazu ulazne struje \bar{I}_1 .

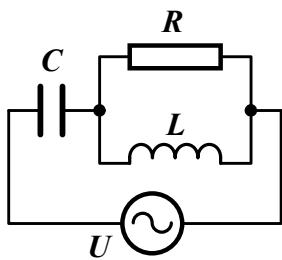
- ❹ Temeljem pokusa otvorenog kruga i kratkog spoja odredite ulazni napon i ulaznu struju \bar{U}_1, \bar{I}_1 za zadani režim rada \bar{U}_2, \bar{I}_2 na izlazu četveropola (zadano trošilo).

- ❺ Kristal kvarca ima svojstvo stvaranja razlike potencijala između dviju površina kada je izložen mehaničkom udaru. S druge strane, kada se na kristal narine izmjenični napon, stvaraju se mehaničke vibracije, odnosno dolazi do pojave elektromehaničke rezonancije. Kristal se može modelirati kao serijski rezontantni RLC krug. Za određeni kristal kvarca model je definiran s $R=1 \Omega$, $L=1 mH$, $C=10 \mu F$. Odredite rezonantnu frekvenciju kristala kvarca ω_r , faktor dobrote Q kruga i propusni pojas B .

- ❻ Navedite svojstva paralelnoga rezontantnog kruga, nacrtajte fazorski dijagram i pripadne relacije za napon, struje, impedanciju i faktor dobrote.



- ❼ Odredite rezonantnu frekvenciju ω_0 .



- ❸ Krug na slici u rezonanciji je pri naponu izvora $U=120\text{ V}$ i naponu na kondenzatoru $U_C=160\text{ V}$. Koliki je napon na induktivnosti U_L ? Kako izgleda fazorski dijagram napona i struja?

❹ Realni svitak s feromagnetskom jezgrom (rasipni tok $\Phi_\sigma > 0$, otpor zavoja $R_{Cu} > 0$) spojen je na izmjeničnu mrežu. Nacrtajte nadomjesnu shemu svitka i pripadni fazorski dijagram.

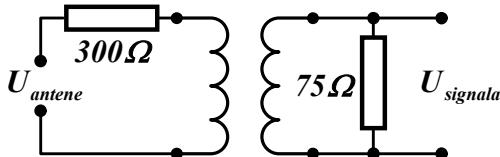
❺ Kada je neki svitak s feromagnetskom jezgrom spojen na istosmjerni izvor $U=40\text{ V}$, kroz namotaje svitka teče struja od 10 A . Ako se isti svitak priključi na izmjenični napon $U=220\text{ V}, f=50\text{ Hz}$, struja u svitku je 2 A , a faktor snage $\cos\varphi=0,12$. Odredite gubitke u bakru P_{Cu} i u željezu P_{Fe} .

Kolokvij C-3

1 Visokonaponska strana transformatora bez gubitaka ima 500 zavoja, a niskonaponska 100 zavoja. Kada je primar na visokonaponskoj strani, struja kroz trošilo je 12 A. Odredite:

- a) prijenosni omjer
- b) struju na primaru
- c) prijenosni omjer ako je primar na niskonaponskoj strani.

2 Nadomjesna shema linearog (zračnog) transformatora kao T-četveropola reducirano na primar. Opisati postupak redukcije, pripadne jednadžbe trafa i fazorski dijagram za induktivno trošilo.

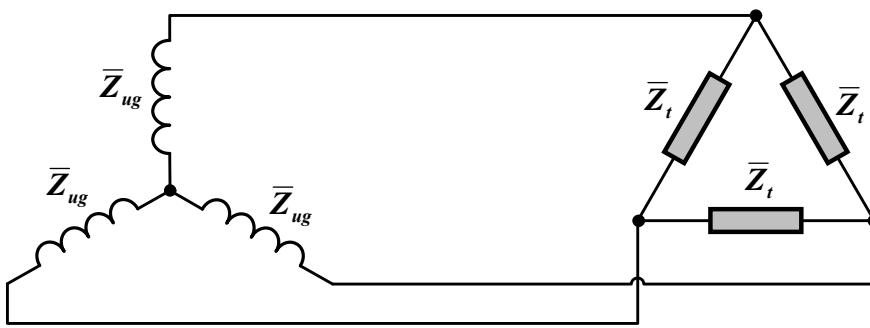


3 TV antena na krovu kuće povezana je kabelom impedancije 300Ω s TV prijamnikom u dnevnom boravku. Antenski ulaz na TV prijamniku ima impedanciju od 75Ω . Kako bi se postigao maksimalni prijenos snage od antene do televizora, potrebno je umetnuti idealni transformator između antene i TV-a. Odredite potrebiti prijenosni omjer trafa.

4 Transformator s feromagnetskom jezgrom od trafo limova presjeka $S=50 \text{ cm}^2$ ima $N_1=250$, $N_2=3000$ namotaja. Primarni namot spojen je na mrežu $U=220 \text{ V}, f=50 \text{ Hz}$. Odredite:

- a) magnetsku indukciju u jezgri B_m i inducirani EMS E_2 u sekundarnom namotu, uz pretpostavku zanemarivih gubitaka u željezu i bakru i zanemariva rasipnog toka;
- b) koeficijent korisnosti trafa η u %-tcima ako postoje gubitci u željezu $P_{Fe}=52 \text{ W}$ i gubitci u bakru $P_{Cu}=189 \text{ W}$, a transformator isporučuje trošilu snagu od 12 kW .

5 Nesimetrično trošilo u spoju zvijezda priključeno je na simetričnu trofaznu mrežu nultim vodom zanemarive impedancije. Nacrtajte nadomjesnu shemu sustava generator-trošilo, relacije za fazne napone i struje, napon nesimetrije i struju nultog voda. Nacrtajte fazorski dijagram napona i struja.

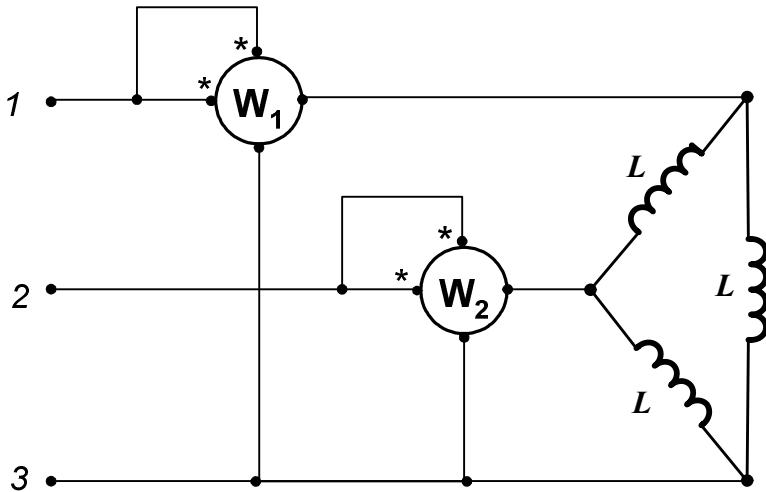


6 Ako je nulta točka simetričnog trofaznog trošila nepristupačna, kako se može izvršiti mjerjenje napona i snage? Nacrtajte pripadne sheme i pokažite kako se iz očitanja vatmetra može odrediti ukupna snaga.

7 Na trofazni generator čija je unutarnja impedancija po fazi $\bar{Z}_{ug} = (1+j2)\Omega$ priključeno je simetrično trošilo spojeno u trokut. Kolika mora biti impedancija trošila \bar{Z}_t da bi bio ispunjen uvjet prilagodbe snage?

8 Simetrično trofazno trošilo spojeno u zvijezdu uzima iz mreže snagu P_1 . Kada dođe do prekida jednoga linijskog voda, snaga je P_1' . Ako se isto trošilo prespoji u trokut, pripadne snage su P_2 (u normalnim uvjetima) i P_2' (pri prekidu jednoga linijskog voda). Odredite omjere:

- a) P_1'/P_1
 - b) P_2'/P_2
 - c) P_1'/P_2' .
-



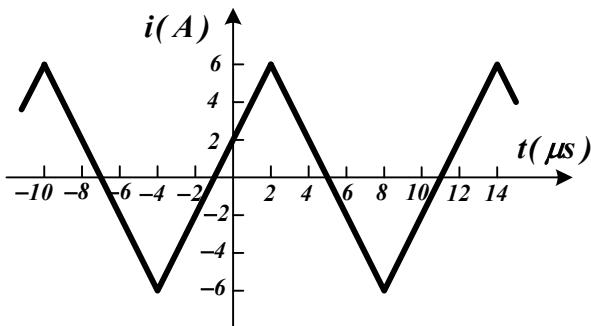
9 Snaga simetričnog trofaznog trošila mjeri se Aronovim spojem prema slici. Kakva će biti očitanja vatmetara W_1 i W_2 :

- a) jednaka i suprotnog predznaka
- b) jednaka nuli
- c) jednaka i istog predznaka
- d) $P_{W1} < P_{W2}$
- e) $P_{W1} > P_{W2}$

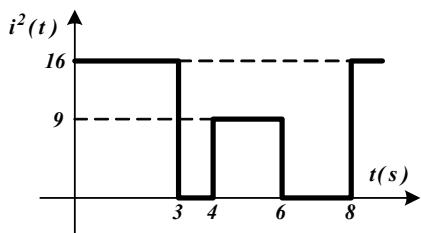
Dokažite izabranu tvrdnju.

10 Neki nesimetrični sustav napona $\bar{U}_1, \bar{U}_2, \bar{U}_3$ rastavljen je na simetrične komponente. Određene su direktna, inverzna i nulta komponenta napona \bar{U}_1 : $\bar{U}_{1d} = \bar{U}_{1i} = \bar{U}_{10} = j10$. Odredite nesimetrični napon \bar{U}_2 .

Kolokvij D-1

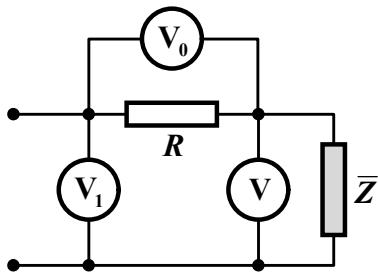


- 1 Odredite period T i frekvenciju f za periodični valni oblik prema slici. Koliko je punih ciklusa prikazano na slici?



- 2 Odredite efektivnu vrijednost periodične struje $i(t)$. Napomena: na slici je već prikazana kvadrirana trenutačna vrijednost $i^2(t)$.

- 3 Paralelni $R-L$ ($R=X_L$) spoj priključen je na napon $u(t)=U_m \sin \omega t$. Nacrtajte valne oblike napona $u(t)$, struja $i_R(t)$, $i_L(t)$, $i(t)$, valni oblik snage $p(t)$, fazorski dijagram napona i struja, trokut vodljivosti i trokut snaga. Napišite jednadžbe trenutačnih vrijednosti struja i_R , i_C , i i snage p te jednadžbe za efektivne vrijednosti napona i struja u krugu, fazni kut i relacije za snage iz trokuta snaga.



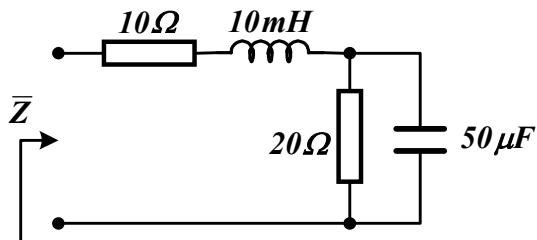
- 4 Snaga i faktor snage induktivnog trošila \bar{Z} induktivnog karaktera mjere se temeljem metode triju voltmetara. Pokazivanja voltmetara su: $U_I=220$ V, $U_0=120$ V, $U=150$ V. Odredite djelatnu snagu P i faktor snage $\cos \varphi$ na trošilu \bar{Z} ako je $R=25$ Ω .

- 5 Motor snage $P=2000$ W, $\cos \varphi_{ind}=0,5$, spojen je na izmjenični izvor $U=220$ V, $f=50$ Hz. Kako bi se kompenzirao faktor snage paralelno trošilu spaja se kondenzator. Kolika mora biti kapacitivnost tog kondenzatora da bi se u potpunosti kompenzirao faktor snage $\cos \varphi$? Nacrtajte shemu kruga i fazorski dijagram.

- 6 Izvršite sljedeće pretvorbe:

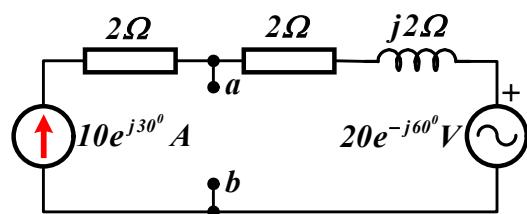
- a) trenutačne vrijednosti struje $i(t)=-56,4 \sin 100t+42,3 \cos 100t$ A u kompleksni fazor \bar{I} (algebarski i eksponencijalni oblik)

- b) kompleksnog fazora napona $\bar{U} = (-5 + j5 - 10e^{j180^\circ})V$ u trenutačnu vrijednost $u(t)$ pri frekvenciji $\omega=1000 \text{ rad/s}$.
-

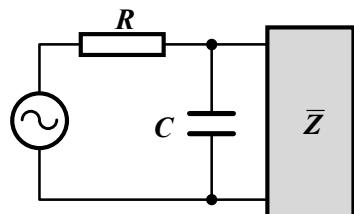


7) Kolika je nadomjesna impedancija kruga pri frekvenciji $\omega=1000 \text{ rad/s}$?

- 8) Prikažite prijelaz iz vremenskoga u kompleksno područje za serijski $R-L-C$ krug.
-

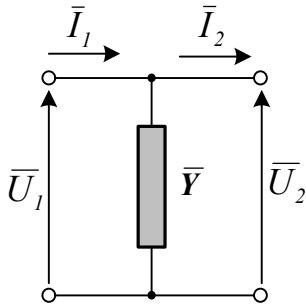


9) Odredite Theveninov nadomjesni izvor \bar{E}_T, \bar{Z}_T između točaka a i b .



10) Kolika mora biti impedancija trošila da bi se na njemu dobila maksimalno dostupna snaga? Zadano je: $R=200 \Omega$, $C=10 \text{ nF}$, $u(t)=10\sin 10^6 t \text{ V}$.

Kolokvij D-2



① Odredite A parametre četveropola temeljem pokusa otvorenog kruga i kratkog spoja.

② Odredite A parametre četveropola $\bar{A}_{11}, \bar{A}_{12}, \bar{A}_{21}, \bar{A}_{22}$, ako su zadani Z parametri: $\bar{Z}_{11} = j\Omega; \bar{Z}_{12} = \bar{Z}_{21} = j10\Omega; \bar{Z}_{22} = j100\Omega$.

③ Četveropol je zadan parametrima $\bar{A}_{11} = 4; \bar{A}_{12} = 30\Omega; \bar{A}_{21} = 0,1S; \bar{A}_{22} = 1$. Odredite ulaznu impedanciju $\bar{Z}_{ul} = U_1/I_1$ za sljedeće slučajeve:

- a) izlazne stezaljke kratko spojene
- b) otvoreni krug na izlazu
- c) trošilo $R=10\Omega$ spojeno na izlazu četveropola.

④ Karakteristična impedancija (izvod za prikaz preko parametara, određivanje mjerenjem KS-a i OK-a, primjena u analizi krugova i sklopova).

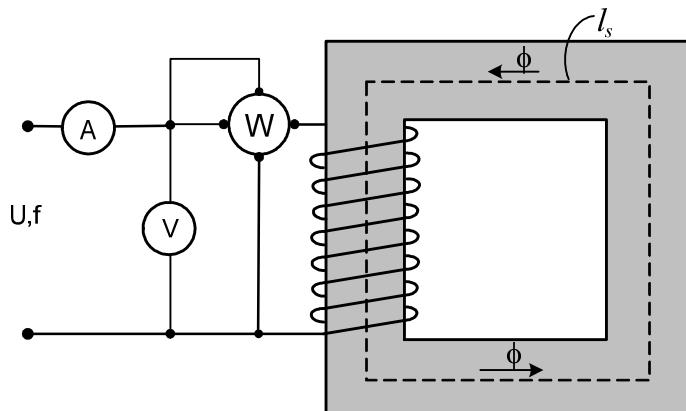
⑤ Nacrtajte približan oblik frekvencijskih ovisnosti (rezonancijske krivulje) struje I , reaktancija X_L, X_C, X , impedancije Z i faznog kuta φ za serijski RLC krug.

⑥ Izmjenični napon $U=75V$ narinut je na serijski RLC krug zadan sljedećim vrijednostima: $R=25\Omega, L=25mH, C=0,1\mu F$. Odredite rezonantnu frekvenciju ω_r , faktor dobrote Q , propusni pojas B i napon na induktivnosti U_L u rezonanciji.

⑦ Impedancija paralelnog RLC kruga u rezonanciji je $2k\Omega$. Ako je rezonantna frekvencija $\omega_r=2\cdot10^6 rad/s$, a propusni pojas $B=3,185 kHz$, odredite elemente kruga R, L i C .

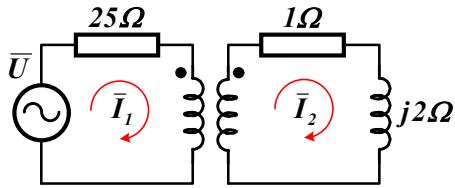
⑧ Navedite i obrazložite kriterije za određivanje vrste rezonancije u složenom krugu.

❾ Nacrtajte potpunu nadomjesnu shemu i pripadni fazorski dijagram svitka s feromagnetskom jezgrom (postoje gubitci u željezu i bakru te nezanemariv rasipni magnetski tok).

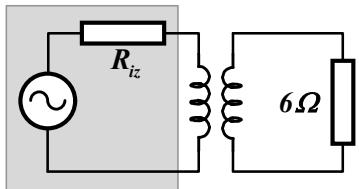


❿ Za svitak iz prethodnog zadatka izmjereni su sljedeći podatci: $I_A=0,5 \text{ A}$, $U_V=220 \text{ V}$, $P_W=50 \text{ W}$. Zadano je: otpor zavoja $R_{Cu}=10 \Omega$, $N=1000$, $S=25 \text{ cm}^2$, $l_{sr}=1 \text{ m}$. Maksimalna jakost magnetskog polja u jezgri je $H_m=500 \text{ A/m}$, a rasipni je tok $\Phi_\sigma=10 \% \Phi_m$. Odredite gubitke u bakru P_{Cu} i u željezu P_{Fe} te parametre nadomjesne sheme R_{Fe} i X_{σ} .

Kolokvij D-3



- ① Odredite struje \bar{I}_1 i \bar{I}_2 u primarnom i sekundarnom krugu idealnog transformatora prijenosnog omjera $n=5$ ako je $\bar{U} = 220e^{j\theta} V$.



- ② Izlazni stupanj audiosustava ima izlazni otpor $R_{iz}=2000 \Omega$. Na njega se spaja transformator koji treba prilagoditi sustav na zvučnik otpora 6Ω . Koliki mora biti broj zavoja na sekundaru transformatora ako je na primaru namotano 400 zavoja?

- ③ Redukcija na primar zračnog transformatora (određivanje reduciranih vrijednosti, jednadžbe trafa, nadomjesna shema i fazorski dijagram).

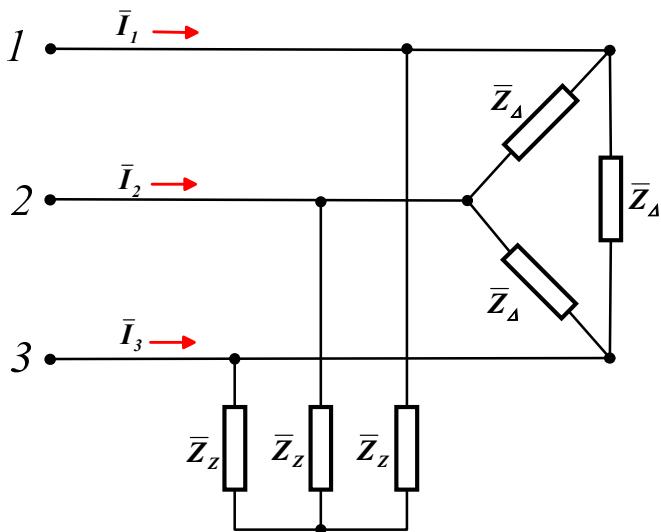
- ④ Transformator s feromagnetskom jezgrom bez gubitaka ima 3000 zavoja na primaru i 60 zavoja na sekundaru. Primar je spojen na izvor od $15 kV$, frekvencije $50 Hz$. Koliki je napon na sekundaru transformatora U_2 i kolika je maksimalna vrijednost magnetskog toka Φ_m ?

- ⑤ Simetrični trofazni sustav zadan je naponima $\bar{U}_2 = 220e^{-j30^\circ} V$ i $\bar{U}_3 = 220e^{j90^\circ} V$. Odredite fazor napona \bar{U}_1 . Imo li sustav direktni ili inverzni redoslijed faza?

- ⑥ Spoj namota trofaznog generatora u trokut – shema, fazorski dijagram, kompleksni prikaz faznih i linijskih struja.

- ⑦ U trofaznom sustavu bez nultog voda spojenom u zvijezdu došlo je do kratkog spoja u jednoj fazi sustava. Što se događa na preostale dvije faze? Nacrtajte shemu spoja s navedenim poremećajem i odredite ukupnu djelatnu snagu sustava P u usporedbi s izvornom snagom P_0 .

- ⑧ Koliku djelatnu snagu uzima simetrično trošilo ako je $\bar{U}_{32} = 380e^{j15^\circ} V$, $\bar{I}_2 = 3e^{j135^\circ} A$.

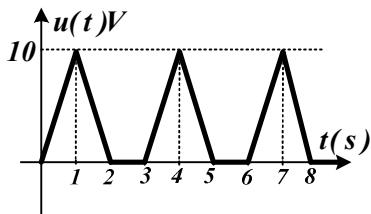


⑨ Odredite efektivne vrijednosti linijskih struja I_1 , I_2 , I_3 ako su zadane impedancije trošila $\bar{Z}_z = 20e^{j60^\circ} \Omega$ i $\bar{Z}_A = 60e^{-j60^\circ} \Omega$, a linijski napon je $U_L = 380 V$.

⑩ Temeljne karakteristike rotacijskoga magnetskog polja i mogućnosti njegove primjene.

Kolokvij E-1

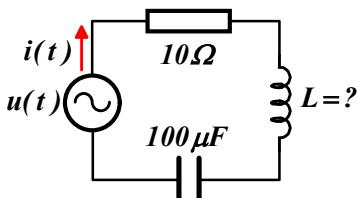
- 1 Odredite frekvenciju f i fazni kut φ između napona zadanih trenutačnim vrijednostima: $u_1(t)=12\sin(1000t+60^\circ)V$ i $u_2(t)=-6\cos(1000t+30^\circ) V$.



- 2 Odredite efektivnu vrijednost naponskog valnog oblika prema slici.

- 3 Paralelni $R-C$ ($R=X_C$) spoj priključen je na napon $u(t)=U_m \sin \omega t$. Nacrtajte valne oblike napona $u(t)$, struja $i_R(t)$, $i_C(t)$, $i(t)$, valni oblik snage $p(t)$, fazorski dijagram napona i struja, trokut vodljivosti i trokut snaga. Napišite jednadžbe trenutačnih vrijednosti struja i_R , i_C , i i snage p te jednadžbe za efektivne vrijednosti napona i struja u krugu, fazni kut i relacije za snage iz trokuta snaga.

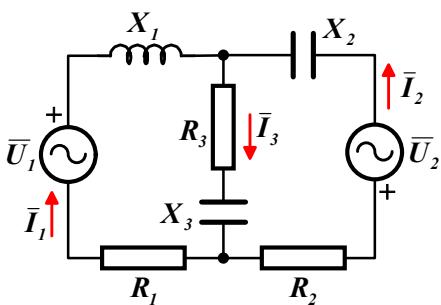
- 4 Struja kroz element kruga je $i(t)=10\sin 100t A$. Koliki će biti napon $u(t)$ ako je element kruga:
- otpor $R=5 \Omega$ ($u_R=?$)
 - svitak induktivnosti $L=5 mH$ ($u_L=?$)
 - kondenzator kapacitivnosti $C=10 mF$ ($u_C=?$)?



- 5 Odredite induktivnost L uz uvjet da struja $i(t)$ bude u fazi s naponom $u(t)=10\cos(314t+80^\circ)$.

- 6 Odredite algebarski i eksponencijalni oblik sljedećeg izraza:

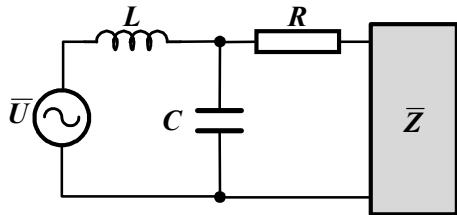
$$5e^{j81,87^\circ} \left(4 - j3 + \frac{3\sqrt{2}e^{-j45^\circ}}{7 - j1} \right).$$



- 7 Napišite početne jednadžbe potrebne za određivanje struja I_1, I_2, I_3 temeljem Kirchhoffovih zakona.

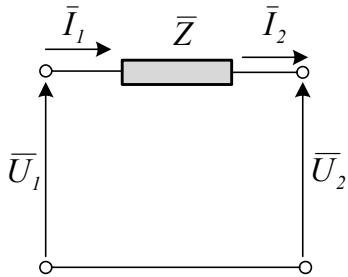
❸ Napon otvorenog kruga na izlazu iz složene mreže je $\bar{U} = 20e^{j\theta} V$. Kada se na izlaz spoji svitak induktivnosti $L=1 \text{ mH}$, napon na svitku je $\bar{U} = 20e^{j6\theta} V$. Odredite Theveninov ekvivalent \bar{E}_T, \bar{Z}_T složene mreže. Zadano je $\omega=1000 \text{ rad/s}$.

❹ Prikaz snaga u simboličkoj metodi.



❺ Kolika mora biti impedancija trošila da bi se iz zadanog izvora dobila maksimalno dostupna snaga? Zadano je: $R=1 \text{ k}\Omega$, $C=500 \text{ pF}$, $L=1 \text{ mH}$, $u(t)=20\sin 10^6 t \text{ V}$.

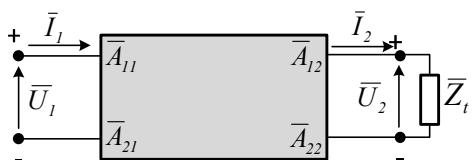
Kolokvij E-2



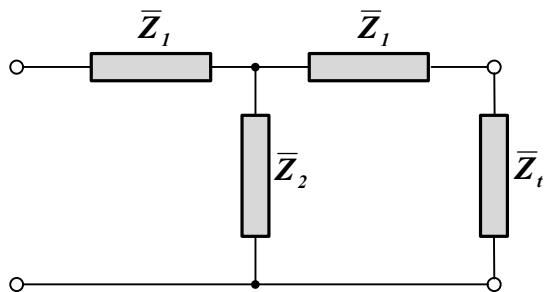
- ❶ Odredite parametre četveropola $\bar{A}_{11}, \bar{A}_{12}, \bar{A}_{21}, \bar{A}_{22}$ temeljem pokusa otvorenog kruga i kratkog spoja.

- ❷ Izrazite prijenosne parametre četveropola $\bar{A}_{11}, \bar{A}_{12}, \bar{A}_{21}, \bar{A}_{22}$ preko Y parametara $\bar{Y}_{11}, \bar{Y}_{12}, \bar{Y}_{21}, \bar{Y}_{22}$.
Napomena: Za pretvorbu Y u A parametre koristiti se odgovarajućim jednadžbama:

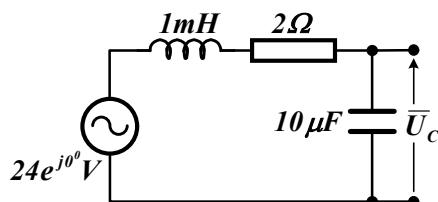
$$\begin{aligned}\bar{I}_1 &= \bar{Y}_{11}\bar{U}_1 + \bar{Y}_{12}\bar{U}_2 & \bar{U}_1 &= \bar{A}_{11}\bar{U}_2 + \bar{A}_{12}\bar{I}_2 \\ \bar{I}_2 &= \bar{Y}_{21}\bar{U}_1 + \bar{Y}_{22}\bar{U}_2 & \bar{I}_1 &= \bar{A}_{21}\bar{U}_2 + \bar{A}_{22}\bar{I}_2\end{aligned}$$



- ❸ Odredite naponsko pojačanje \bar{U}_2/\bar{U}_1 mreže na slici preko parametara četveropola. Zadana je impedancija trošila \bar{Z}_t .

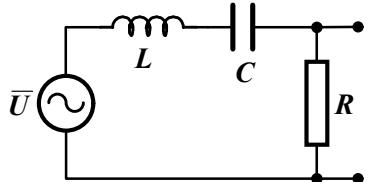


- ❹ Na izlazu simetričnog T -četveropola spojeno je trošilo \bar{Z}_t . Odredite karakterističnu impedanciju temeljem pokusa kratkog spoja i praznog hoda.

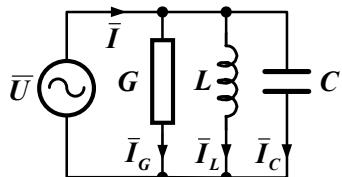


- ❺ Koliki će biti napon na kondenzatoru \bar{U}_c kada je krug u rezonanciji?

- ❶ Nacrtajte približan oblik frekvencijskih ovisnosti (rezonancijske krivulje) napona U_L i U_C te napona U_R i U_X za serijski RLC krug.
-



- ❷ Za pojasni filter prema slici odredite vrijednost otpornika R potrebnu da bi krug bio u rezonanciji, ako je rezonantna frekvencija $\omega_r=1000 \text{ rad/s}$, propusni pojas $B=100 \text{ rad/s}$, a kapacitivnost $C=10 \mu\text{F}$.
-



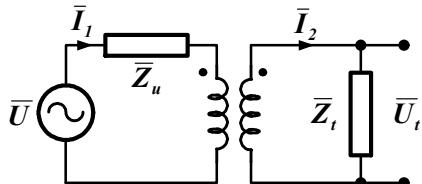
- ❸ Za mrežu prema slici zadano je: $\bar{U} = 220e^{j0^\circ} \text{ V}$, $G=0,01 \text{ S}$, $L=5 \text{ mH}$ i $C=0,5 \mu\text{F}$. Ako krug radi na rezonantnoj frekvenciji mreže, odredite struje u svim granama: I , I_G , I_L i I_C .
-

- ❹ Odredite trenutačnu vrijednost napona $u(t)$ na svitku s feromagnetskom jezgrom ako je promjena magnetskog toka dana izrazom: $\Phi(t)=0,01\sin(314t+30^\circ) \text{ Vs}$, a broj zavoja svitka je $N=200$.
-

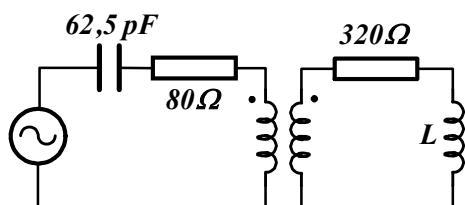
- ❺ Svitak je namotan na feromagnetsku jezgru i priključen na napon $U=220 \text{ V}$, frekvencije $f=50 \text{ Hz}$. Struja kroz svitak otpora $R_{Cu}=1 \Omega$ je $I=5 \text{ A}$, a faktor snage $\cos\varphi=0,2$. Odredite gubitke u bakru P_{Cu} i željezu P_{Fe} . Nacrtajte nadomjesnu shemu svitka i fazorski dijagram.
-

Kolokvij E-3

- ❶ Kada je na sekundaru idealnog transformatora spojen otpornik $R=50 \Omega$, ulazna impedancija na primaru je 1250Ω . Koliki je prijenosni omjer n transformatora?



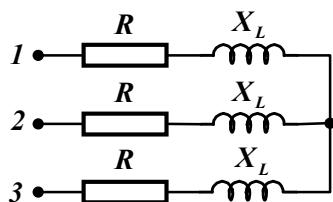
- ❷ Prijenosni omjer idealnog transformatora je $n=5$. Impedancija izvora je $\bar{Z}_u = 50 \Omega$, a trošila $\bar{Z}_t = (2+j2)\Omega$. Ako je izvor spojen na napon $\bar{U} = 220e^{j0^\circ} V$, odredite struje primara i sekundara I_1 i I_2 te napon trošila \bar{U}_2 .



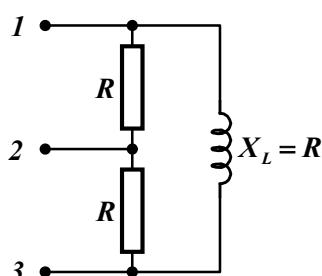
- ❸ Kolika mora biti induktivnost L i prijenosni omjer n transformatora da bi se postigao maksimalni prijenos snage na $R-L$ trošilo? Krug radi na frekvenciji $\omega=10^5 \text{ rad/s}$.

- ❹ Nadomjesna shema transformatora s feromagnetskom jezgrom reduciranjem na primar, pripadne jednadžbe transformatora i fazorski dijagram za slučaj induktivnog trošila.

- ❺ Na simetrični trofazni generator spojeno je nesimetrično trošilo spojeno u zvijezdu bez nultog voda. Odredite relacije za fazne napone i struje te pripadni fazorski dijagram.

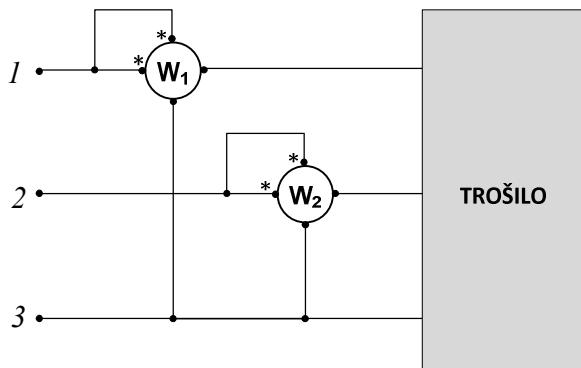


- ❻ Na simetrični trofazni sustav $U=220 V$ spojeno je trošilo prema slici. Odredite ukupnu djelatnu snagu P_{uk} koja se isporučuje trošilu. Zadano je $R=X_L=5 \Omega$.



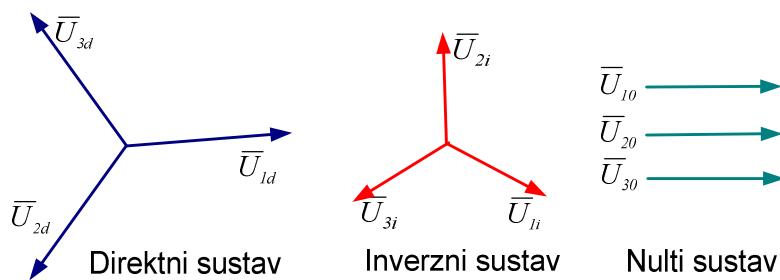
- ❼ Za nesimetrično trošilo prema slici nacrtajte fazorski dijagram napona te faznih i linijskih struja.

- ❸ Za simetrični *trokut-trokut* ($\Delta-\Delta$) sustav direktnog redoslijeda zadan je napon $\bar{U}_{12} = 381e^{j45^\circ} V$ i impedancija po fazi trošila $\bar{Z}_\Delta = (9+j12)\Omega$. Odredite fazne napone izvora i fazne impedancije u ekvivalentnom zvijezda-zvijezda ($\wedge-\wedge$) sustavu.

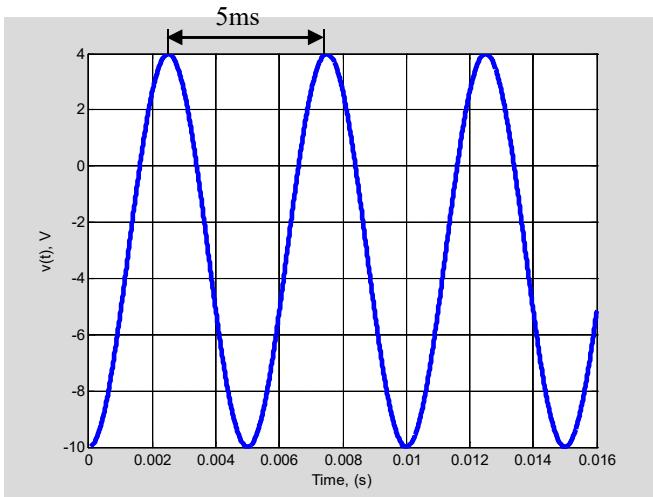


- ❹ Očitanja vatmetara su:
 $P_{W1} = 60\text{KW}$, $P_{W2} = 180\text{KW}$. Koliki je faktor snage kruga $\cos\varphi$?

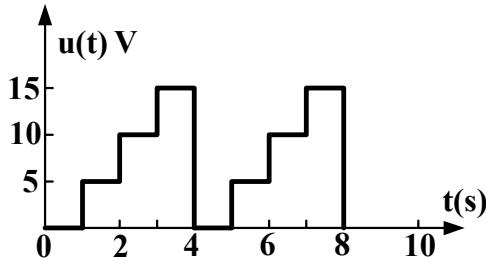
- ❽ Zadan je grafički prikaz simetričnih komponenata nekog nesimetričnog sustava. Nacrtajte grafički prikaz toga nesimetričnog sustava.



Kolokvij F-1



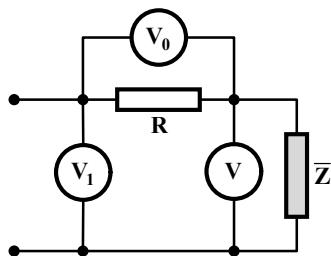
- 1 Odredite relaciju za složeni sinusoidni valni oblik $u(t)$. Kolika je aritmetička srednja vrijednost zadanog napona?



- 2 Odredite aritmetičku i efektivnu srednju vrijednost naponskog valnog oblika prema slici.

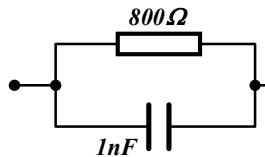
- 3 Zadani su napon $u(t)=U_m \sin(5t+30^\circ)$ i struja $i(t)=I_m \sin(5t-70^\circ)$. Odredite period oscilacija T i fazni pomak između napona i struje.

- 4 Serijskim RL spojem ($R=X_L$) teče struja $i(t)=I_m \sin \omega t$. Nacrtajte valne oblike struje $i(t)$, napona $u_R(t)$, $u_L(t)$, $u(t)$, valni oblik snage $p(t)$, fazorski dijagram napona i struje, trokut otpora i trokut snaga. Napišite jednadžbe trenutačnih vrijednosti napona u_R , u_L , u i snage p te jednadžbe za efektivne vrijednosti napona i struje u krugu, fazni kut i relacije za snage iz trokuta snaga.

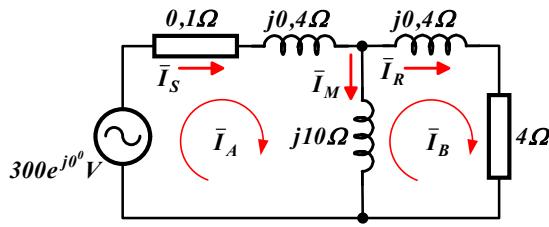


- 5 Snaga i faktor snage trošila mogu se mjeriti metodom triju voltmetara. Ako je $R=25 \Omega$, a voltmetri pokazuju: $U_I=220 \text{ V}$, $U_0=120 \text{ V}$, $U=150 \text{ V}$, odredite snagu P i faktor snage $\cos \varphi$ induktivnog trošila Z .

⑥ Zadano je $u_1(t) = 500\sqrt{2} \sin(\omega t + 45^\circ)$ i $u_2(t) = 250\sqrt{2} \cos \omega t$. Odredite koliki treba biti napon $u_3(t)$ da bi bila zadovljena jednadžba $u_1(t) + u_2(t) + u_3(t) = 0$.

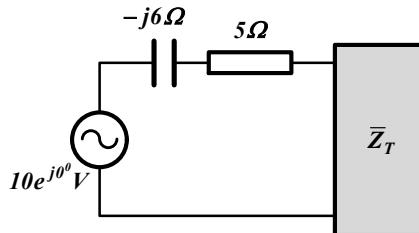


⑦ Impedancija paralelnog kruga na slici je $\bar{Z} = (400 - j400)\Omega$. Odredite kružnu frekvenciju ω .



⑧ Na slici je nadomjesna shema induksijskoga izmjeničnog motora. Struje u granama su: \bar{I}_S – struja statora, \bar{I}_R – struja rotora, \bar{I}_M – struja magnetiziranja. Postavite jednadžbe konturnih struja \bar{I}_A , \bar{I}_B i struja u granama \bar{I}_S , \bar{I}_R , \bar{I}_M .

⑨ Prikaz snaga u simboličkoj metodi.



⑩ Kolika mora biti impedancija trošila da bi se iz zadanog izvora dobila maksimalna snaga? Kolika je ta snaga?

Kolokvij F-2

- ❶ Četveropol je zadan jednadžbama (Z parametri):

$$\bar{U}_1 = 5000 \bar{I}_1 - 20 \bar{I}_2$$

$$\bar{U}_2 = 500 \bar{I}_1 - 3000 \bar{I}_2$$

Odredite A parametre četveropola: $\bar{A}_{11}, \bar{A}_{12}, \bar{A}_{21}, \bar{A}_{22}$. Je li četveropol simetričan?

- ❷ Opišite postupak eksperimentalnog određivanja parametara četveropola $\bar{A}_{11}, \bar{A}_{12}, \bar{A}_{21}, \bar{A}_{22}$

temeljem jednadžbi četveropola:
$$\begin{aligned}\bar{U}_1 &= \bar{A}_{11} \bar{U}_2 + \bar{A}_{12} \bar{I}_2 \\ \bar{I}_1 &= \bar{A}_{21} \bar{U}_2 + \bar{A}_{22} \bar{I}_2\end{aligned}$$
.

- ❸ Na izlazu četveropola spojeno je trošilo \bar{Z}_t . Dokažite da je ulazna impedancija ($\bar{Z}_{ul} = \bar{U}_1 / \bar{I}_1$) jednaka impedanciji trošila $\bar{Z}_{ul} = \bar{Z}_t$ ako je četveropol simetričan i ako je $\bar{A}_{12} = \bar{A}_{21} \cdot \bar{Z}_t^2$.

- ❹ Zadani su parametri četveropola: $\bar{A}_{11} = 2; \bar{A}_{12} = 400 \Omega; \bar{A}_{21} = 2,5 mS; \bar{A}_{22} = 1$. Odredite:

- d) ulaznu impedanciju otvorenog kruga
- e) ulaznu impedanciju kratkog spoja
- f) ulaznu impedanciju ako je trošilo $R=400 \Omega$ spojeno na izlazu četveropola.

- ❺ Serijski RLC krug s elementima R_1, L_1 i C_1 ima rezonantnu frekvenciju ω_r . Drugi serijski RLC krug s elementima R_2, L_2 i C_2 ima jednaku rezonantnu frekvenciju. Ako se svih šest elemenata spoje serijski, rezonantna frekvencija takva kruga također je ω_r . Izvedite dokaz.

- ❻ Za serijski RLC krug zadano je: $L=2 mH, C=8 \mu F$ i faktor dobrote $Q=50$. Odredite pojas frekvencija unutar kojeg snaga signala opadne na polovicu.

- ❼ Odredite elemente L i C serijskog RLC kruga ako je $R=10 \Omega$, propusni pojas $B=1 kHz$ i rezonantna frekvencija $f_r=100 kHz$.

- ❽ Paralelna (strujna) rezonancija – fazorski dijagrami, svojstva kruga, frekvencijske krivulje.

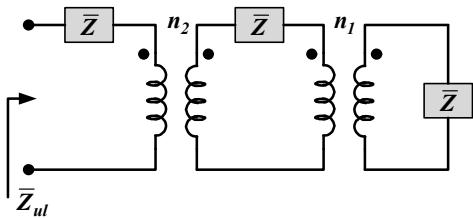
- ❾ Svitak s Fe jezgrom ima otpor namotaja $R=1 \Omega$. Ako pri struji $I=20 A$ i $\cos \varphi=0,125$ svitak uzima snagu $P=550 W$, odredite:

- a) napon U na krajevima svitka
- b) napon samoindukcije U_s
- c) gubitke u bakru P_{Cu} i željezu P_{Fe} .

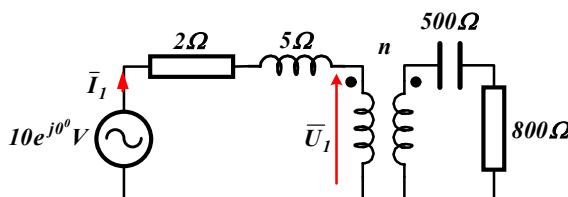
Nacrtajte pripadni fazorski dijagram.

- ❿ Zašto nastaju i kako se empirijski opisuju gubitci histereze i vrtložnih struja u svitku s feromagnetskom jezgrom?

Kolokvij F-3



- ❶ Odredite ulaznu impedanciju kruga prema slici ako su prijenosni omjeri idealnih transformatora $n_1=0,5$, $n_2=2$.



- ❷ Odredite struju \bar{I}_I i napon \bar{U}_I ako je $n=0,1$.

- ❸ Gubitci transformatora s feromagnetskom jezgrom u režimu praznog hoda nastaju zbog:

- a) zagrijavanja namotaja trafa
- b) histereze i vrtložnih struja u jezgri
- c) magnetskog rasipanja i vrtložnih struja u jezgri
- d) histereze i zagrijavanja primarnog svitka
- e) rasipanja i djelatnog otpora u svitcima.

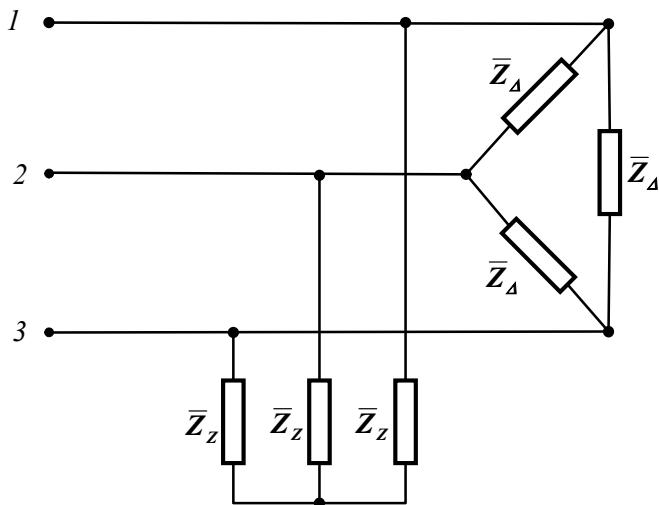
Snaga koju uzima transformator s feromagnetskom jezgrom u režimu kratkog spoja troši se uglavnom:

- f) na zagrijavanje namotaja trafa
- g) na zagrijavanje jezgre zbog histereze i vrtložnih struja u jezgri
- h) na zagrijavanje sekundarnog svitka i na gubitke zbog vrtložnih struja
- i) na gubitke u rasipnim induktivnostima
- j) na zagrijavanje primarnog svitka i na gubitke zbog vrtložnih struja.

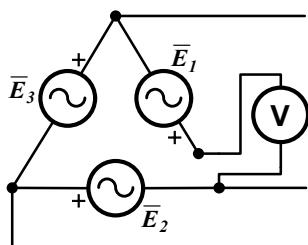
Zaokružite i obrazložite izabrane odgovore.

- ❹ Nadomjesna Γ shema transformatora s feromagnetskom jezgrom i nadomjesne sheme za slučajeve $\bar{I}_\theta \approx 0$ i $R_{Cu_{eq}} \ll X_{\sigma_{eq}}$.

- ❺ Na simetrični trofazni generator spojeno je nesimetrično trošilo spojeno u zviježdu s nultim vodom impedancije \bar{Z}_θ . Odredite relacije za fazne napone i struje te pripadni fazorski dijagram.



⑥ Odredite faznu impedanciju nadomjesnoga u trokut spojenog trošila ako su $\bar{Z}_z = (10 - j5)\Omega$ i $\bar{Z}_d = (60 + j15)\Omega$.



⑦ Što će pokazivati voltmeter spojen na mjesto prekida namotaja simetričnoga trofaznog generatora spojenog u trokut? Obrazložite rješenje.

⑧ Simetričnom u trokut spojenom trošilu generator isporučuje prividnu snagu $S=25 \text{ kVA}$ uz $\cos\varphi_{ind.}=0,8$. Linijski napon trošila je $U_L=5 \text{ kV}$. Odredite faznu impedanciju trošila \bar{Z}_d .

⑨ Opišite postupke mjerjenja ukupne djelatne snage simetričnih trofaznih trošila – spoj u zvijezdu i spoj u trokut. Napomena: potrebno je nacrtati i sheme spoja za slučaj kada nema nultog voda.

⑩ Okretno magnetsko polje – dokažite da je ukupna magnetska indukcija B_{uk} konstantna i vremenski neovisna.

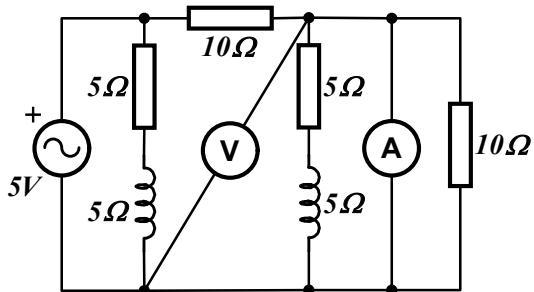
Kolokvij G-1

① Elektrolitska srednja vrijednost.

② Odredite srednju efektivnu vrijednost periodičnoga strujnoga valnog oblika $i(t)=2-4\sin(2t+90^\circ)$.

③ Za serijski LC spoj nacrtajte valne oblike struje $i(t)$, napona $u_C(t)$, $u_L(t)$ te fazorske dijagrame napona i struja za sva tri moguća slučaja ($X_L > X_C$, $X_L < X_C$, $X_L = X_C$). Napišite jednadžbe trenutačnih vrijednosti struje i , napona u_C , u_L , napona u i snage p za $X_L = X_C$. Koliki je fazni kut i prividna snaga za sva tri slučaja?

④ Realni kondenzator ima pri naponu od 1000 V i struji od $0,5 \text{ A}$ gubitke od 1 W . Kružna frekvencija mreže je $\omega=10^4 \text{ rad/s}$. Odredite parametre R_S i C_S nadomjesnoga serijskog kruga te parametre R_P i C_P nadomjesnoga paralelnog kruga.

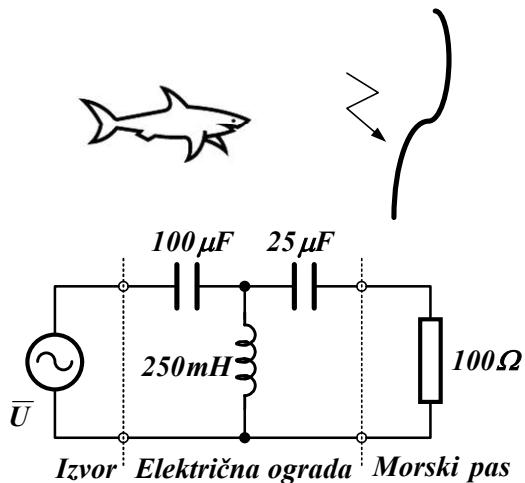


⑤ Odredite pokazivanja idealnih instrumenata.

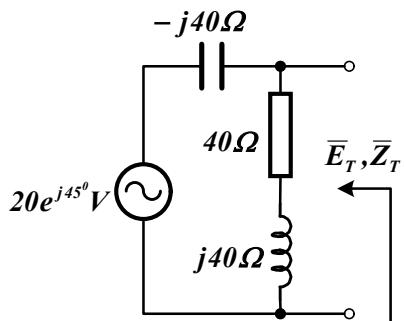
⑥ Zadani su kompleksni brojevi: $\bar{A} = 5 + j5$, $\bar{B} = 10e^{j30^\circ}$, $\bar{C} = 10\sqrt{2}e^{-j45^\circ}$. Odredite algebarski oblik izraza: $\frac{\bar{A}^* \bar{C}^*}{\bar{B}}$.

⑦ Na impedanciju \bar{Z} priključen je izvor $u(t) = 100 \sin(100t + 20^\circ) \text{ V}$. Odredite tu impedanciju ako kroz nju teče struja $i(t) = 25 \sin(100t - 10^\circ) \text{ A}$. Koliku snagu P uzima impedancija \bar{Z} ?

⑧ Koji element i kojeg iznosa treba spojiti na stezaljke impedancije \bar{Z} iz prethodnog zadatka u svrhu potpune kompenzacije faktora snage.



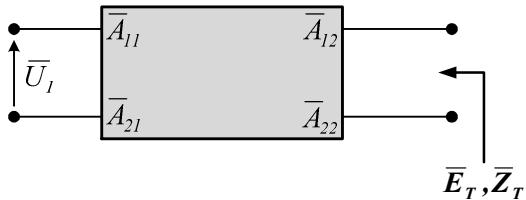
⑨ U pojedinim dijelovima svijeta potrebno je zaštititi hotelska kupališta od napada morskih pasa. U tu se svrhu u more uranja električna ograda. Model električne ograde priključene na napon od 380 V , $\omega=400 \text{ rad/s}$, prikazan je na slici. Ako se morski pas zamijeni nadomjesnim otporom od 100Ω , odredite kolika struja teče kroz tijelo morskog psa. Zadatak riješite metodom konturnih struja.



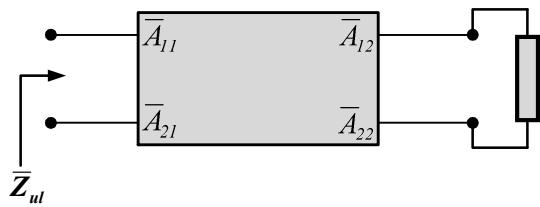
⑩ Odredite Theveninov ekvivalent za krug na slici.

Kolokvij G-2

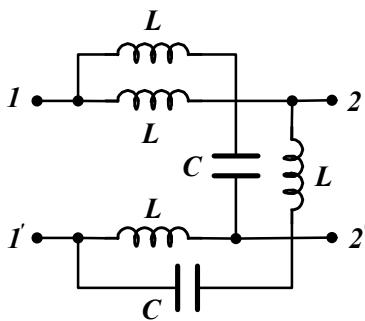
- ❶ Napišite jednadžbe četveropola s impedancijskim, admitancijskim, hibridnim i transmisijskim parametrima ($\bar{Z}, \bar{Y}, \bar{h}, \bar{t}$) u skalarном i/ili matričnom obliku.



- ❷ Odredite Theveninov ekvivalent \bar{E}_T, \bar{Z}_T na izlaznim stezalkama četveropola ako je ulazni napon $\bar{U}_1 = 10V$. Zadani su parametri četveropola:
 $\bar{A}_{11} = 2; \bar{A}_{12} = 200\Omega; \bar{A}_{21} = 10mS; \bar{A}_{22} = 1,5$.



- ❸ Na izlazu četveropola spojeno je trošilo $\bar{Z}_t = 50\Omega$. Zadani su parametri četveropola:
 $\bar{A}_{11} = -1; \bar{A}_{12} = j50\Omega$
 $\bar{A}_{21} = j20mS; \bar{A}_{22} = 0$
Odredite ulaznu impedanciju \bar{Z}_{ui} .



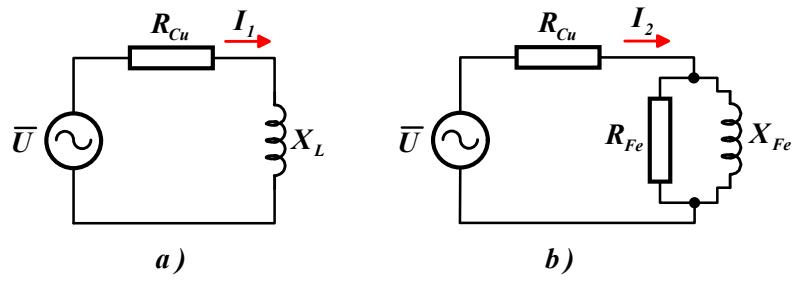
- ❹ Odredite ulaznu impedanciju kratkog spoja $\bar{Z}_{ul_{ks}}$ četveropola prema slici. Zadatak riješite uporabom konstanta četveropola ili temeljem nadomjesne ulazne impedancije.

- ❺ Odredite rezonantne frekvencije za četveropol u kratkom spoju iz prethodnog zadatka.

- ❻ Navedite temeljna svojstva serijskoga RLC kruga u uvjetima rezonancije.

- ❼ Projektirajte paralelni rezonantni krug ($L=?$, $C=?$) ako je $R=100\Omega$, propusni pojas $B_{rad}=500$ rad/s i rezonantna frekvencija $\omega_r=2500$ rad/s. Koliki je faktor dobrote kruga?

- ❽ Za paralelni RLC krug skicirajte frekvencijske ovisnosti struja I , I_L , I_C , I_G , impedancije Z i faznog kuta ϕ .

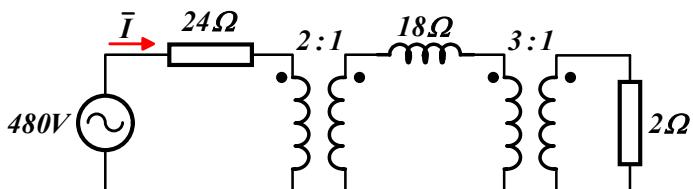


naponu izmjerena je struja $I_2=5 \text{ A}$ uz $\cos\varphi_2=0,707$. Odredite parametre R_{Cu} , X_L , R_{Fe} i X_{Fe} .

⑨ U cilju određivanja parametara svitka s feromagnetskom jezgrom izvršena su dva mjerena. Prvo mjereno izvedeno je na svitku bez Fe jezgre (Slika a)). Pri naponu od 100 V potekla je struja od $I_1=10 \text{ A}$ uz $\cos\varphi_1=0,9$. Zatim je u svitak ubaćena Fe jezgra zanemariva rasipanja (Slika b)). Pri jednakom

⑩ Nacrtajte fazorske dijagrame za nadomjesne sheme svitaka iz prethodnog zadatka i odredite efektivnu vrijednost napona koji se inducirao na svitku u drugom mjerenu.

Kolokvij G-3



① Odredite struju \bar{I} u krugu prema slici.

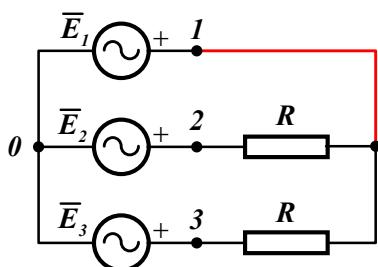
② Transformator od 60 kVA transformira napon s 30 kV na 220 V . Ako transformator radi s punim opterećenjem uz zanemarive gubitke, odredite struju primara I_1 i sekundara I_2 .



③ Strujni mjerni transformator (strujna kliješta) mjerna je naprava čiji je izlazni napon proporcionalan ulaznoj izmjeničnoj struci. Na slici je prikazan izgled instrumenta i nadomjesna shema. Na metalnom prstenu namotan je velik broj zavoja. Prsten se rasklopi kako bi obuhvatio vod kojim teče mjerena struja I_1 , a zatim ponovno zaklopi. Strujna kliješta u biti su transformator s jednim primarnim zavojem i nekoliko stotina zavoja na sekundaru (N_2). Odredite izraz koji određuje ovisnost izlaznog napona U_2 o mjerenoj strui uz pretpostavku da je transformator idealan.

④ Nadomjesna shema, jednadžbe i fazorski dijagram transformatora s feromagnetskom jezgrom reducirano na primar.

⑤ Zadani su linijski naponi $\bar{U}_{12} = 380e^{-j10^\circ}$; $\bar{U}_{23} = 380e^{j110^\circ}$ simetričnoga trofaznog generatora. Odredite preostali linijski napon i fazne napone $\bar{U}_1, \bar{U}_2, \bar{U}_3$ te nacrtajte fazorski dijagram naponu.



⑥ Simetrično trošilo s otporima R spojenima u zvijezdu bez nultog voda spojeno je na trofaznu mrežu faznog napona U_f . Ako dođe do kratkog spoja u jednoj fazi trošila (vidi sliku), odredite:

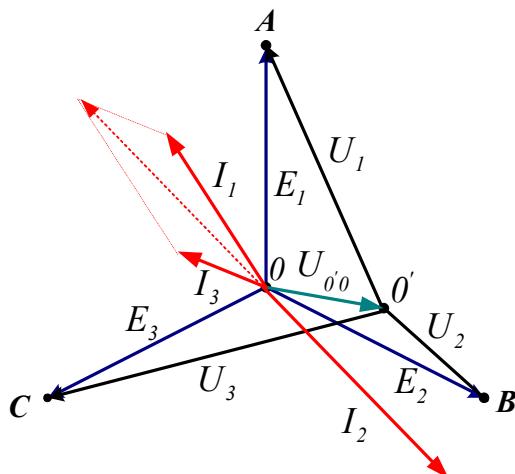
- napon nesimetrije $\bar{U}_{\theta'\theta}$
- fazne struje $\bar{I}_1, \bar{I}_2, \bar{I}_3$
- promjenu prijema snage na trošilu P u odnosu na izvornu snagu P_0 .

Nacrtajte pripadne fazorske dijagrame napona i struja.

⑦ Usporedba trofaznog spoja u zvijezdu i trokut s motrišta napona, struja i snaga.

❸ Trofazni indukcijski motor ima $\cos\varphi=0,8$ i spojen je na mrežu linijskog napona $U_L=380 \text{ V}$. Motor pri stupnju učinkovitosti od 85 % isporučuje snagu $P=1,7 \text{ kW}$. Odredite linijsku struju I_L .

❹ Metodom dvaju vatmetara (Aronov spoj) mjeri se snaga nekog simetričnoga u trokut spojenog trošila. Vatmetar čiji je strujni svitak spojen na linijski vod „1“ očitava $P_{W1}=920 \text{ W}$, a vatmetar sa strujnim svitkom spojenim na linijski vod „3“ očitava $P_{W3}=460 \text{ W}$. Odredite impedanciju trokuta \bar{Z}_Δ ako je linijski napon $U_L=380 \text{ V}$.

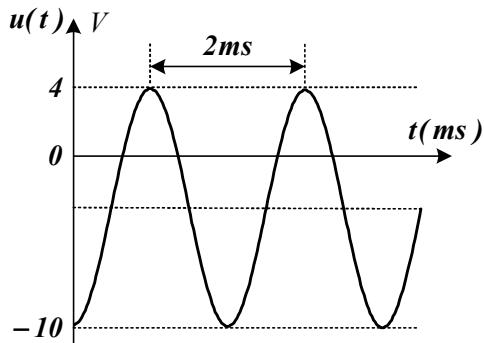


❽ Simetrična komponenta nultog sustava faznih napona \bar{U}_0 za nesimetrični sustav prema slici je:

- a) jednaka nuli
- b) $\bar{U}_{0'0}$
- c) $\frac{1}{3}(\bar{U}_{A0'} + a\bar{U}_{B0'} + a^2\bar{U}_{C0'})$
- d) $\bar{U}_{00'}$
- e) $\frac{1}{3}(\bar{U}_{A0'} + a^2\bar{U}_{B0'} + a\bar{U}_{C0'})$.

Izaberite i obrazložite ispravno rješenje.

Kolokvij H-1

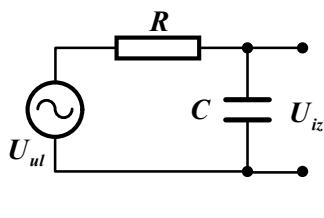


- ① Odredite trenutačnu vrijednost $u(t)$ složenoga sinusoidnoga valnog oblika napona prema slici.

- ② Aritmetička srednja vrijednost (ARS) – izvod, grafički prikaz. Dokažite da je ARS sinusoidnih izmjeničnih veličina jednak nuli.

- ③ Za serijski RC spoj nacrtajte valne oblike struje $i(t)$, napona $u_C(t)$, $u_R(t)$, $u(t)$, snage $p(t)$ i napišite odgovarajuće trenutačne vrijednosti. Nacrtajte fazorske dijagrame struje i napona, trokut otpora i trokut snaga te odgovarajuće efektivne vrijednosti.

- ④ Mali elektromagnet snage 440 W spojen je na mrežu $U=220\text{ V}$, $f=50\text{ Hz}$. Digitalnim multimetrom izmjerena je struja od 4 A . Odredite otpor namotaja i induktivnost L elektromagneta.



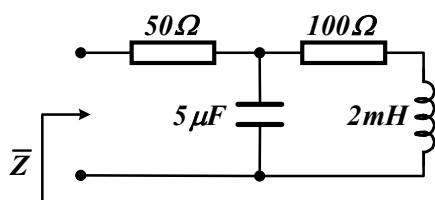
- ⑤ Spoj na slici je niskopropusni filter jer propušta izmjenične signale niskih frekvencija, a prigušuje signale visokih frekvencija. Dokažite da je naponsko pojačanje određeno izrazom:

$$A = \frac{U_{iz}}{U_{ul}} = \frac{I}{\sqrt{4\pi^2 f^2 R^2 C^2 + I^2}}.$$

Zašto spoj ima svojstva niskopropusnog filtra? Koliko je naponsko pojačanje za granične slučajeve $f \rightarrow 0$ i $f \rightarrow \infty$?

- ⑥ Naponi $u_1(t)$ i $u_2(t)$ povezani su jednadžbom: $\frac{du_1(t)}{dt} + 250u_1(t) = 50u_2(t)$. Zadan je napon:

$u_2(t) = 5 \sin(100t + 90^\circ)\text{ V}$. Uporabom simboličke metode odredite trenutačnu vrijednost napona $u_1(t)$.

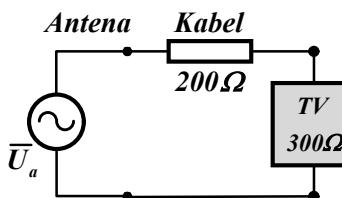


- ⑦ Odredite nadomjesnu impedanciju \bar{Z} u krugu prema slici. Koje su vrijednosti dvaju elemenata (R, L ili C) kojima se može nadomjestiti zadana mreža? Zadano je $\omega = 10^4\text{ rad/s}$.

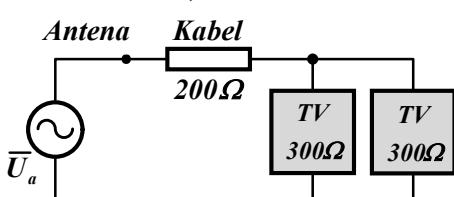
⑧ U nekom industrijskom pogonu na napon $U=4\text{ kV}$ paralelno su spojene dvije grupe trošila:

- grijача tijela ukupne djelatne snage $P_1=30\text{ kW}$
- skupina motora ukupne snage $S_2=150\text{ kVA}$ i $\cos\varphi=0,6$.

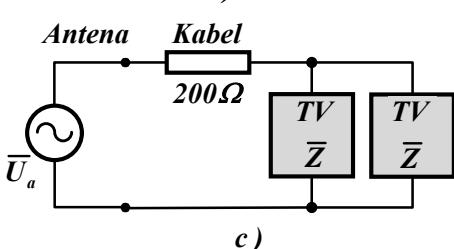
Odredite ukupnu struju I koju uzimaju trošila i ukupni faktor snage $\cos\varphi$.



a)



b)



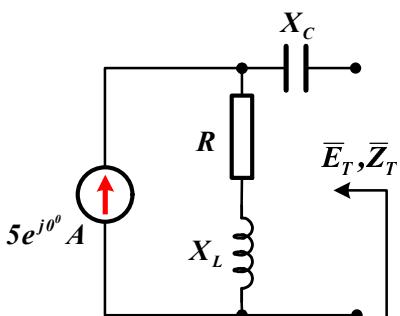
c)

⑨ Napon $u_a=4\sin\omega t(\text{mV})$ generira antena i preko koaksijalnog kabela prenosi ga na TV prijamnik. TV postaja emitira signal frekvencije 52 MHz . Odredite srednju snagu isporučenu pojedinom TV prijamniku za slučajevе:

a) priključen jedan televizor sa $\bar{Z}=300\Omega$

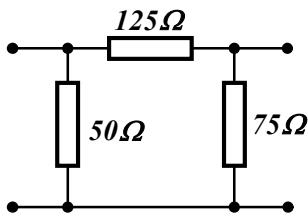
b) paralelno spojena dva televizora, svaki sa $\bar{Z}=300\Omega$

c) paralelno spojena dva televizora s impedancijom \bar{Z} određenom tako da se svakom televizoru isporuči maksimalna snaga.

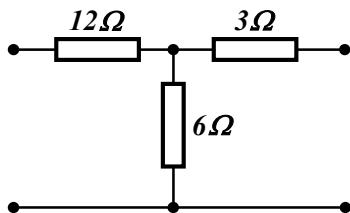


⑩ Odredite Theveninov ekvivalent za krug na slici ako je $X_L=X_C=R=10\Omega$.

Kolokvij H-2



① Za četveropol prema slici odredite konstante $\bar{Z}_{12}, \bar{Y}_{11}$.



② Odredite transmisijske parametre $\bar{A}_{11}, \bar{A}_{12}, \bar{A}_{21}, \bar{A}_{22}$ četveropola na slici.

③ Što će pokazati ampermetar spojen na ulazu četveropola opterećenoga karakterističnom impedancijom ako je: $\bar{U}_1 = 100e^{j90^\circ} V$, $\bar{A}_{12} = 10e^{j30^\circ} \Omega$, $\bar{A}_{21} = 0,1e^{-j60^\circ} S$?

④ Izvedite jednadžbe za ulaznu i izlaznu impedanciju četveropola.

⑤ U serijskom RLC krugu pri nekoj frekvenciji f napon U_L četiri je puta veći od napona U_C . Za koliko puta je frekvencija f veća/manja od rezonantne frekvencije kruga f_r ?

⑥ Piezoelektrični kondenzatori u akustici se uporabljaju kao pretvarači zvuka. Obično zahtijevaju visoki radni napon. Jedna od metoda za dobivanje traženog napona uporaba je rezonancijskog RLC kruga. Piezoelektrični zvučnik može se nadomjestiti (modelirati) kapacitivnošću $C=1\text{ nF}$. Ako je $R=35\text{ }\Omega$, $L=55\text{ mH}$, odredite za koliko će puta napon na kondenzatoru biti veći od ulaznog napona.

⑦ Navedite temeljna svojstva paralelnoga rezonancijskog kruga i nacrtajte odgovarajuće frekvencijske krivulje.

⑧ Naponski izvor $U=36\text{ V}$ spojen je na serijski RLC krug. Rezonancijska frekvencija je $\omega_r=1000\text{ rad/s}$, a struja u rezonanciji $I_r=12\text{ A}$. Ako je $L=10\text{ mH}$, odredite kapacitivnost C , faktor dobrote Q i propusni pojas B (rad/s).

⑨ Jezgra svitka načinjena je od željeznih limova. Ako se ona zamjeni masivnom jezgrom od istog materijala, fazni pomak između napona i struje na stezaljkama svitka:

a) ostaje nepromijenjen

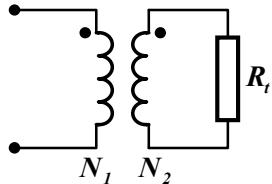
b) povećava se

c) smanjuje se.

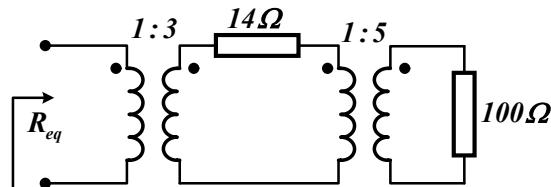
Obrazložite izabrano rješenje.

⑩ Nadomjesne sheme i fazorski dijagrami svitka s feromagnetskom jezgrom.

Kolokvij H-3



- ① Idealni transformator s $N_1=240$ i $N_2=120$ zavoja spojen je na izmjenični izvor $U=220\text{ V}$, $f=50\text{ Hz}$. Sekundarni svitak isporučuje snagu $P=3,3\text{ kW}$ djelatnom otporu R_t . Odredite struje primara i sekundara te ulaznu impedanciju.



- ② Odredite ulazni otpor R_{eq} za sklop s dva idealna transformatora prema slici.

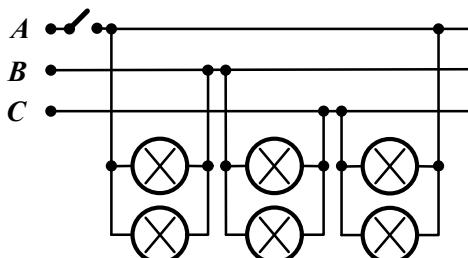
- ③ Prikaz zračnog transformatora kao T -četveropola – nadomjesna shema, jednadžbe i fazorski dijagram (redukcija na primar).

- ④ Nominalni napon na primarnom svitku transformatora s feromagnetskom jezgrom je $U_{In}=220\text{ V}$. U pokusu praznog hoda transformator uzima struju $I_0=6\text{ A}$. Kut gubitaka jezgre je $\alpha=90^\circ$, $\varphi=30^\circ$. Odredite gubitke u željezu P_{Fe} i otpor R_{Fe} pri nominalnom radu transformatora. Nacrtajte fazorski dijagram za pokus praznog hoda.

- ⑤ Zadani su linijski napon U_L i linijska struja I_L simetričnoga trofaznog trošila spojenoga u trokut. Fazna impedancija trošila Z je:

$$\text{a) } Z = \frac{U_L}{I_L} \quad \text{b) } Z = \frac{U_L}{3I_L} \quad \text{c) } Z = \frac{3U_L}{I_L} \quad \text{d) } Z = \frac{\sqrt{3}U_L}{I_L} \quad \text{e) } Z = \frac{U_L}{\sqrt{3}I_L}$$

Obrazložite izabrani odgovor.



- ⑥ U svaku fazu trofaznog trošila uključene su po dvije jednake žarulje. Ako u vodiču A pregori linijski osigurač, tada:

- a) gase se žarulje u fazama AB i CA ;
- b) u fazi BC sjaj žarulja je normalan, a u drugim dvjema fazama slabiji;
- c) oslabi svjetlost žarulja u svim fazama;
- d) u fazi BC žarulja se gasi, a u preostalim fazama žarulje sjaje normalnim intenzitetom;
- e) u fazi BC žarulja pregara zbog previsokog napona.

- ⑦ Nesimetrično trošilo (spoј u zvijezdu) bez nultog voda – shema, fazni naponi i fazne struje, fazorski dijagram.

❸ Za zagrijavanje prostora u industrijskim pogonima rabe se različite vrste električnih grijalica. Na prodajnoj listi nekog trgovackog lanca navedeni su za trofazne u zvijezdu spojene grijalice sljedeći podaci:

Redni broj	Snaga (kW)	Linijski/fazni napon (V)	Fazna struja (A)
1	13,2	380/220	20
2	19,8	380/220	30
3	27,5	380/220	45
4	39,6	380/220	60

Koji od navedenih trofaznih trošila nije čisti djelatni otpor? Obrazložite tvrdnju.

❹ Određivanje djelatne snage, faze i jalove snage u simetričnom sustavu metodom dvaju vatmetara (Aronov spoj).

❺ Struja u nultom vodiču nekog nesimetričnog sustava je 6 A . Simetrična komponenta nultog sustava linijskih struja tada je:

a) 18 A

b) $\frac{6}{\sqrt{3}}\text{ A}$

c) $6\sqrt{3}\text{ A}$

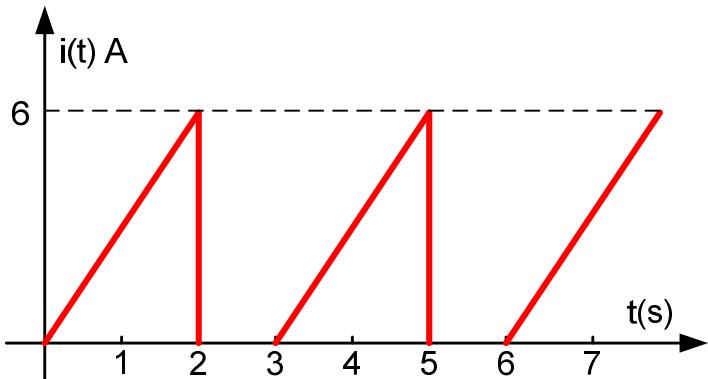
d) 6 A

e) 2 A .

Izaberite i ispravno obrazložite rješenje.

Kolokvij I-1

- ❶ Odredite amplitudu, efektivnu vrijednost, fazni pomak, period i frekvenciju sinusoidnog napona: $u(t)=141\cos(100\pi t+60^\circ) V$.



- ❷ Odredite efektivnu srednju vrijednost struje na slici i srednju snagu isporučenu otporniku $R=100 \Omega$.

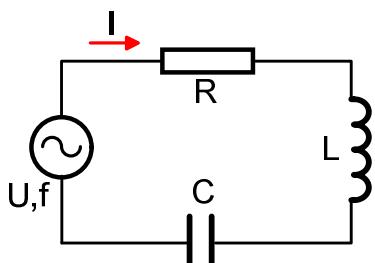
- ❸ Elektrolitska srednja vrijednost (izvod, geometrijska interpretacija, elektrolitska srednja vrijednost sinusoidne struje).

- ❹ Paralelni spoj djelatnog i kapacitivnog otpora priključen je na izvor $u(t)=U_m \sin \omega t$. Nacrtajte valne oblike struja i napona, valni oblik snage, fazorski dijagram, trokut otpora i snaga. Napišite jednadžbe trenutačnih vrijednosti struja i_R , i_C , i i snage p te jednadžbe za efektivne vrijednosti napona i struja u krugu, fazni kut i relacije za snage iz trokuta snaga.

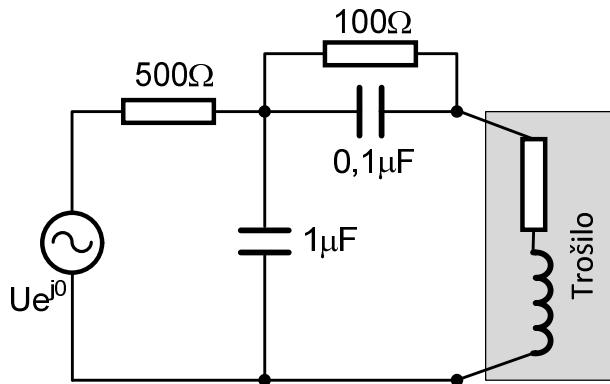
- ❺ Motor snage $P=1000 W$, $\cos \varphi_{ind}=0,6$, spojen je na izmjenični izvor $U=220 V$, $f=50 Hz$. Kako bi se kompenzirao faktor snage, paralelno trošilu spaja se kondenzator. Kolika mora biti kapacitivnost tog kondenzatora da bi se u potpunosti kompenzirao faktor snage $\cos \varphi$? Nacrtajte shemu kruga i fazorski dijagram.

- ❻ Odredite trenutačnu vrijednost napona $u(t)=5\sin(\omega t+45^\circ)+5\cos(\omega t-30^\circ)$. Primijenite simboličku metodu. Kolika je efektivna vrijednost i koliki je fazni kut napona $u(t)$?

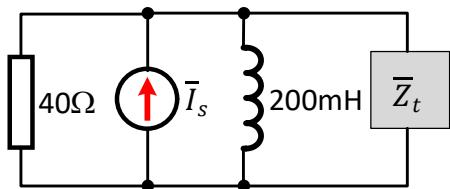
- ❼ Prikažite prijelaz iz vremenskoga u kompleksno područje za serijski $R-L-C$ krug.



- ❽ Krug prema slici priključen je na napon $U=220 V$, frekvencije $f=50 Hz$. Zadani su parametri: $R=15 \Omega$, $C=100 \mu F$, $L=50 mH$. Odredite struju I u eksponencijalnom obliku.



❾ Na vrhu nebodera postavlja se akcelerometar – senzor za mjerjenje njihanja nebodera povezan s računalom. Ako se uzmu u obzir parazitni otpor i kapacitivnost kabela što povezuju senzor s računalom, cijeli se sustav može prikazati nadomjesnom shemom na slici. Odredite Theveninov napon koji se „vidi“ sa stezaljka trošila. Zadano je: $U=3\text{ V}$, $\omega=500\text{ rad/s}$.

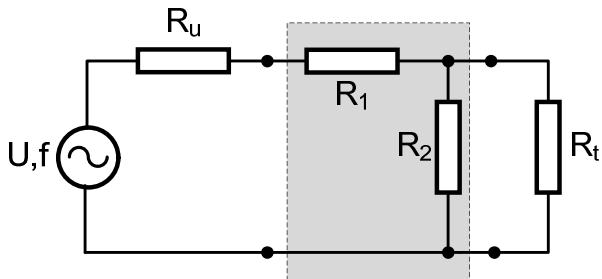


❿ Odredite Nortonov ekvivalent \bar{Z}_N, \bar{I}_N gledano sa stezaljka trošila $\bar{Z}_t = j20\Omega$ ako je $i_s(t)=14,1\sin(200t+30^\circ)\text{ A}$. Kolika je trenutačna vrijednost struje kroz trošilo?

Kolokvij I-2

❶ Zadana je matrica Z parametara: $\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$. Odredite Y parametre: $\bar{Y}_{11}, \bar{Y}_{12}, \bar{Y}_{21}, \bar{Y}_{22}$.

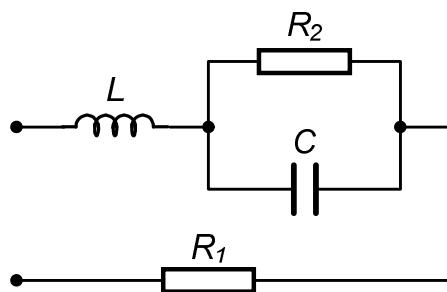
❷ Izvedite parametre $\bar{A}_{11}, \bar{A}_{12}, \bar{A}_{21}, \bar{A}_{22}$ nesimetričnoga Π (pi) četveropola.



❸ Između izvora $U=40\text{ V}$, $f=50\text{ Hz}$ unutarnjeg otpora $R_u=300\text{ }\Omega$ i trošila $R_t=50\text{ }\Omega$ umetnut je sprežni četveropol. Odredite elemente četveropola R_1 i R_2 koji će zadovoljiti uvjete prilagodbe trošila i napona na trošilu $U_t=2\text{ V}$.

❹ Metode za izračunavanje karakteristične impedancije četveropola – opis i odgovarajući izvod.

❺ Nacrtajte i komentirajte približan oblik frekvencijskih ovisnosti (rezonancijske krivulje) napona U_L i U_C te napona U_R i U_X za serijski RLC krug.



❻ Rezonancijska frekvencija kruga prema slici je $\omega_r=100\text{ rad/s}$. Ako je $R_1=R_2=1\text{ }\Omega$, a $C=10\text{ mF}$, odredite induktivnost L .

❼ Navedite temeljna svojstva paralelnog rezonancijskog kruga i nacrtajte odgovarajuće frekvencijske krivulje.

❽ Za serijski RLC krug zadano je: $L=1\text{ mH}$, $C=10\text{ }\mu\text{F}$, $R=0,5\text{ }\Omega$. Odredite rezonancijsku frekvenciju f_r , faktor dobrote Q i propusni pojas B (Hz).

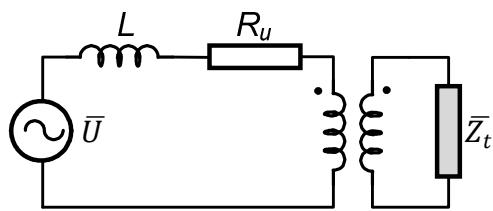
❾ Bakreni svitak protjecan izmjeničnom strujom namotan je na željeznu jezgru. Dio isporučene energije pretvara se u toplinu u materijalu jezgre. Navedite koje su vrste gubitaka, kako i zašto nastaju te koje su metode njihova otklanjanja. Kako gubici ovise o frekvenciji izmjeničnog izvora?

⑩ Svitak s feromagnetskom jezgrom priključen je na izvor $U=220\text{ V}$, $f=50\text{ Hz}$. Rasipni magnetski tok je zanemariv. Nacrtajte nadomjesnu shemu svitka i fazorski dijagram. Mjeranjem su određene struja $I=1\text{ A}$ i snaga $P=40\text{ W}$. Ako je $R_{Cu}=2\text{ }\Omega$, odredite gubitke u jezgri P_{Fe} te fazni pomak između napona i struje φ .

Kolokvij I-3

❶ Na koji način transformator vrši svoju temeljnu funkciju transformacije električnih veličina (napona, struje, otpora) i kako se ona iskazuje?

❷ Idealni transformator $4400\text{ V}/220\text{ V}$, snage $9,6\text{ kVA}$, ima 50 namotaja na sekundarnom svitku. Odredite prijenosni omjer n , broj namotaja primara N_1 te struju primara I_1 i sekundara I_2 .



❸ Odredite prijenosni omjer n idealnog transformatora i impedanciju trošila \bar{Z}_t uz uvjet prijenosa maksimalne snage. Zadano je: $\bar{U} = 220e^{j0^\circ}$, $R_u = 100\ \Omega$, $R_t = 4\ \Omega$, $L = 2,5\text{ mH}$, $\omega = 10^3\text{ rad/s}$.

❹ Transformator s feromagnetskom jezgrom: jednadžbe (redukcija na primar), nadomjesna shema, fazorski dijagram.

❺ Navedite i obrazložite točne odgovore na sljedeća pitanja/tvrđnje:

P1. Za trošilo spojeno u zvijezdu linijske i fazne struje su jednake.

- a) točno
- b) netočno

P2. U zvijezda-zvijezda sustavu linijski napon od 220 V stvara fazni napon od:

- a) 220 V
- b) 156 V
- c) 311 V
- d) 127 V
- e) 381 V

P3. Kakav je redoslijed faza trofaznog motora ako je $\bar{U}_1 = 220e^{-j100^\circ}\text{V}$; $\bar{U}_2 = 220e^{j14^\circ}\text{V}$?

- a) direkstan (1-2-3)
- b) inverzan (1-3-2)

P4. Za simetrično trofazno trošilo ukupna trenutačna snaga jednaka je srednjoj snazi.

- a) točno
- b) netočno

❻ Navedite i obrazložite točne odgovore na sljedeća pitanja/tvrđnje:

a) Za generator spojen u zvijezdu s faznim naponima direktnog redoslijeda (1-2-3) linijski naponi zaostaju za odgovarajućim faznim naponima za 30° .

- a) točno
- b) netočno

b) U trokut-trokut sustavu fazni napon je 100 V . Linijski napon je:

- a) 173 V
- b) 100 V
- c) 58 V
- d) 71 V
- e) 141 V

c) Za trošilo spojeno u trokut linijske i fazne struje su jednake.

- a) točno
- b) netočno

d) U sustavu direktnog redoslijeda zadan je napon: $\bar{U}_1 = 220e^{-j20^\circ}\text{V}$. Napon \bar{U}_3 je:

- a) $\bar{U}_3 = 220e^{-j5^\circ}\text{V}$;
- b) $\bar{U}_3 = 220e^{j10^\circ}\text{V}$;
- c) $\bar{U}_3 = 220e^{-j14^\circ}\text{V}$;
- d) $\bar{U}_3 = 220e^{j100^\circ}\text{V}$.

7 Nesimetrično trošilo (spoј u zvijezdu) bez nultog voda – shema, fazni naponi i fazne struje, fazorski dijagram.

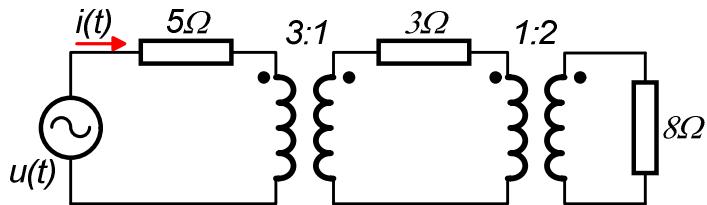
8 Na generator spojen u trokut spojeno je simetrično trošilo u zvijezda spoju. Ako je linijski napon generatora $\bar{U}_{12} = 381e^{j0^\circ}V$ i impedancija trošila $\bar{Z} = (6 + j8)\Omega$, odredite struje $\bar{I}_1, \bar{I}_2, \bar{I}_3$ u granama trošila.

9 U simetričnom trofaznom trošilu spojenom u zvijezdu došlo je do prekida jednog vanjskog vodiča (jedne faze) i nultog voda. Koliki su naponi na fazama trošila? Nacrtajte pripadni fazorski dijagram napona i struja te iz dijagrama izračunajte napon na mjestu prekida $U_{10'}$.

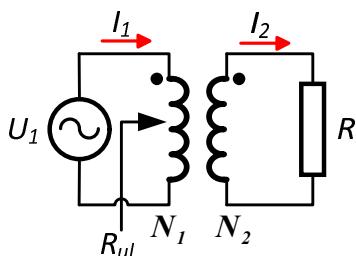
10 Očitanja vatmetara (Aronov spoј) za simetrično u zvijezdu spojeno trošilo su $P_{W1}=-560\text{ W}$ i $P_{W2}=800\text{ W}$. Ako je linijski napon $U_L=381\text{ V}$, odredite:

- a) ukupnu djelatnu snagu P
 - b) ukupnu jalovu snagu Q
 - c) faktor snage $\cos\varphi$
 - d) iznos i karakter (ind/kap) fazne impedancije Z .
-

Kolokvij J-3



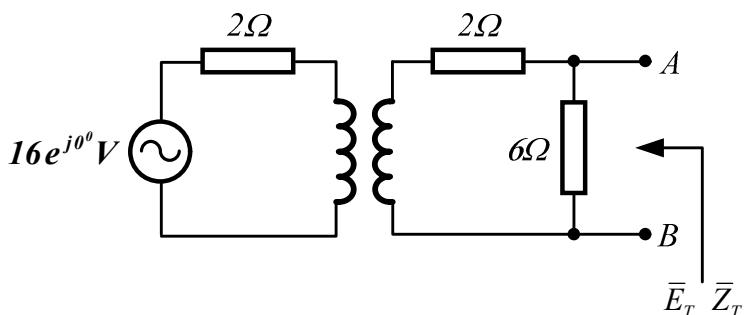
- ① Odredite struju $i(t)$ ako je napon izvora $u(t)=100\sin 2000t$ (V).



- ② Za krug s idealnim transformatorom odredite:

- prijenosni omjer n
- ulazni otpor R_{ul}
- struju primara I_1 .

Zadano je: $U_1=10$ V, $I_2=5$ mA, $R=10$ kΩ.



- ③ Odredite Theveninov ekvivalent \bar{E}_T , \bar{Z}_T na terminalima A-B.
Prijenosni omjer idealnog transformatora je $n=0,5$.

- ④ Transformator s feromagnetskom jezgrom: jednadžbe (redukcija na primar), nadomjesna shema, fazorski dijagram za trošilo koje uzima samo djelatnu snagu.

- ⑤ Simetrično trošilo u zvijezda spoju priključeno je na trofazni generator faznog napona E . Odredite relacije za kompleksne fazne napone i struje trošila te nacrtajte fazorski dijagram. Kolika struja teče kroz nulti vod? Napišite jednadžbe za djelatnu, jalovu i prividnu snagu.

- ⑥ Dva simetrična trošila s kondenzatorima u svakoj fazi spojena su:
a) u zvijezdu
b) u trokut.

Trošila napaja trofazni generator s podatcima: $U_L=380$ V, $I_L=10$ A, $f=50$ Hz. Odredite kapacitivnosti kondenzatora C_a i C_b u fazama spoja u zvijezdu, odnosno u trokut. Koliki je omjer C_a/C_b ?

7) Na trifazni generator spojen u zvijezdu priključeno je simetrično trošilo u trokut spoju. Što se događa s naponima na pojedinim fazama trošila ako se prekine jedan linijski vodič? Nacrtajte shemu spoja prije prekida i nakon njega. Kako se mijenja ukupna djelatna snaga u odnosu na stanje prije prekida?

8) Tri jednakih otpora $R=30 \Omega$ spojena su:

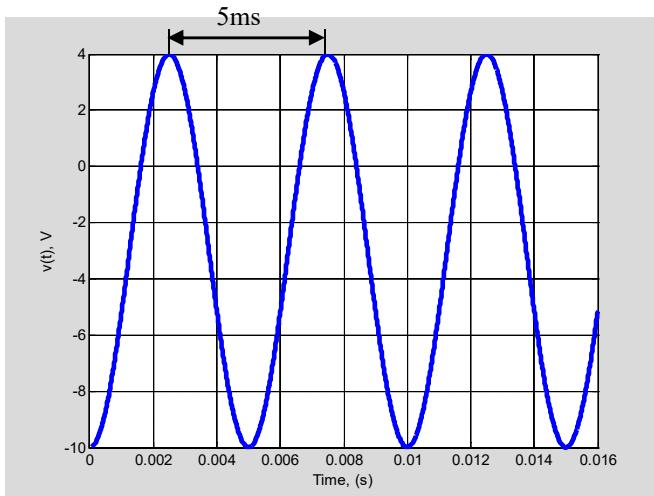
- a) u zvijezdu
- b) u trokut.

Linijski napon mreže na koju su spojeni otpori je $U_L=380 V$. Odredite ukupnu djelatnu snagu P_a i P_b za spoj u zvijezdu, odnosno u trokut. Koliki je omjer P_b/P_a ?

9) Kako se određuje i mjeri snaga simetričnoga trifaznog trošila spojenoga u zvijezdu s nultim vodom i bez njega? Navedite slučajeve spoja s prividnom nulom, kao i mjerenje pomoću vatmetra spojenoga na linijski napon.

10) Za proizvoljno zadani sustav simetričnih komponenata (direktni, inverzni i nulti) prikažite grafički i analitički postupak određivanja pripadnoga nesimetričnog sustava.

Kolokvij K-1



- ① Prikažite postupak (određivanje ω i ϕ) i odredite relaciju za složeni sinusoidni valni oblik $u(t)$. Kolika je aritmetička srednja vrijednost zadanog napona?

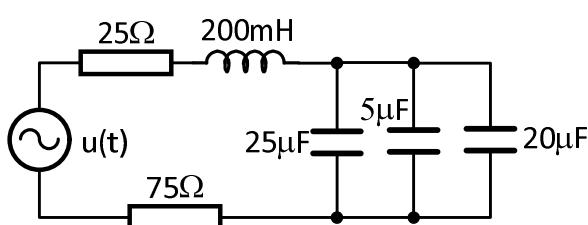
② Odredite efektivnu srednju vrijednost složenoga naponskoga valnog oblika $u(t)=2+4\sin(\omega t-90^\circ)$.

③ Zadani su napon $u(t)=U_m \sin(314t+45^\circ)$ i struja $i(t)=I_m \sin(314t-75^\circ)$. Odredite period oscilacija T te fazni pomak između napona i struje.

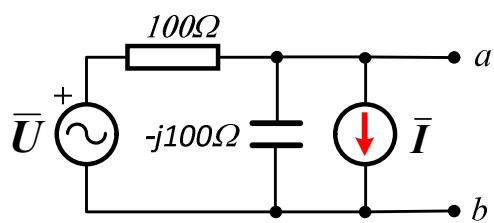
④ Serijskim RC spojem ($R=X_C$) teče struja $i(t)=I_m \sin \omega t$. Nacrtajte valne oblike struje $i(t)$, napona $u_R(t)$, $u_C(t)$, $u(t)$, valni oblik snage $p(t)$, fazorski dijagram napona i struje, trokut otpora i trokut snaga. Napišite jednadžbe trenutačnih vrijednosti napona u_R , u_C , u i snage p te jednadžbe za efektivne vrijednosti napona i struje u krugu, fazni kut i relacije za snage iz trokuta snaga.

⑤ Motor snage $P=22 kW$, faktora snage $\cos \varphi=0,8$, spojen je na mrežu $U=220 V, f=50 Hz$. Odredite kapacitivnost paralelno spojenog kondenzatora potrebnu da se faktor snage poboljša na $\cos \varphi'=0,9$.

⑥ Zadana je struja $I = \frac{3+j6}{2-j2} A$. Odredite izraz za trenutačnu vrijednost $i(t)$ ako je $\omega = 100 rad/s$.



⑦ Odredite ukupnu impedanciju kruga prema slici ako je $u(t)=U \sin(200t+30^\circ) V$.



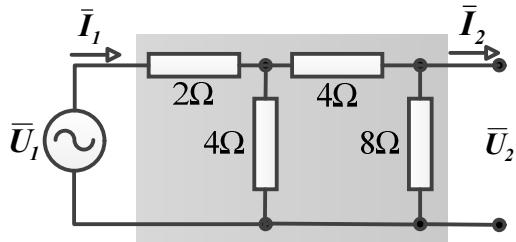
⑧ Odredite Theveninov ekvivalent \bar{E}_T, \bar{Z}_T između stezaljka $a-b$. Zadano je: $\bar{U} = 100e^{j0^\circ} V, \bar{I} = e^{j90^\circ} A$.

⑨ Odredite Nortonov ekvivalent \bar{I}_N, \bar{Z}_N između stezaljka $a-b$ za krug iz prethodnog zadatka.

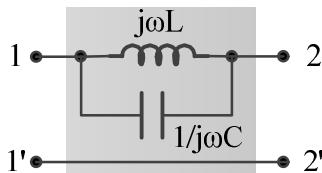
⑩ Na primjeru obrazložite primjenu Millmannova teorema za određivanje struja u paralelnim granama složene izmjenične mreže.

Kolokvij K-2

- ❶ Izlaz četveropola je kratko spojen. Odredite trenutačnu vrijednost izlazne struje ako je ulazna struja $\bar{I}_{1k}=4e^{-j60^\circ} A$, parametar $\bar{A}_{22}=-2j$ i $\omega=100 \text{ rad/s}$.



- ❷ Odredite transmisijske parametre $\bar{A}_{11}, \bar{A}_{12}, \bar{A}_{21}, \bar{A}_{22}$ nesimetričnog četveropola na slici.

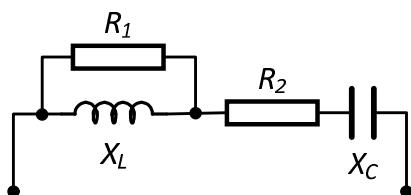


- ❸ Odredite transmisijske parametre $\bar{A}_{11}, \bar{A}_{12}, \bar{A}_{21}, \bar{A}_{22}$ simetričnog četveropola na slici.

- ❹ Karakteristična impedancija četveropola – izvod pomoću ulazne impedancije te temeljem pokusa kratkog spoja i praznog hoda.

- ❺ Za serijski RLC krug s $C=2 \mu F$, $R=10 \Omega$, $L=20 \text{ mH}$ odredite:
- rezonantnu frekvenciju f_r
 - faktor dobrote Q
 - propusni pojas B
 - impedanciju kruga u rezonanciji
 - impedanciju kruga kada je priključen na istosmjerni izvor
 - impedanciju kruga ako je $f \rightarrow \infty$.

- ❻ Za paralelni RLC krug s $C=2000 \text{ pF}$, $R=10 \text{ k}\Omega$, $L=2 \text{ mH}$ odgovorite na ista pitanja kao u prethodnom zadatku.



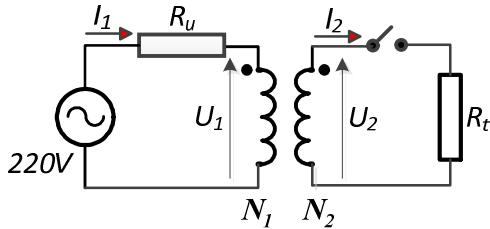
- ❼ Zadano je: $R_2=10 \Omega$, $X_L=X_C=5 \Omega$. Odredite kolika mora biti vrijednost otpora R_1 da bi krug bio u rezonanciji.

- ❽ Izvedite izraz za univerzalne rezonancijske krivulje i nacrtajte pripadni grafički prikaz za različite faktore dobrote Q .

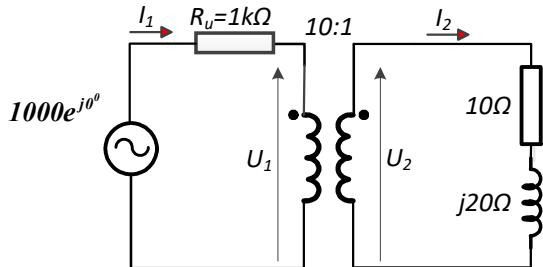
-
- ⑨ Izmjenična struja teče kroz svitak namotan na feromagnetsku jezgru. Navedite dva uzroka gubitaka (pretvorbe u toplinu) u materijalu jezgre. Što treba napraviti kako bi se smanjili gubitci? Kako gubitci ovise o frekvenciji izmjenične struje?
-

- ⑩ Kada je neki svitak s feromagnetskom jezgrom spojen na istosmjerni izvor $U=40\text{ V}$, kroz namotaje svitka teče struja od 10 A . Ako se isti svitak priključi na izmjenični napon $U=220\text{ V}, f=50\text{ Hz}$, struja u svitku je 3 A , a faktor snage $\cos\varphi=0,1$. Odredite gubitke u bakru P_{Cu} i u željezu P_{Fe} .
-

Kolokvij K-3



- ❶ U krugu s idealnim transformatorom prijenosnog omjera $N_1/N_2=0,1$ zadan je unutarnji otpor $R_u=0,5 \Omega$ i otpor trošila $R_t=1 k\Omega$. Odredite efektivne vrijednosti napona i struja primara i sekundara I_1, I_2, U_1, U_2 za slučajeve kad je sklopka:
- otvorena
 - zatvorena.



- ❷ Za krug s idealnim transformatorom odredite $\bar{I}_1, \bar{I}_2, \bar{U}_1, \bar{U}_2$ u eksponencijalnom obliku. Kolika je djelatna snaga P_t isporučena trošilu \bar{Z}_t ?

- ❸ Prikaz zračnog transformatora kao T -četveropola – nadomjesna shema, jednadžbe i fazorski dijagram (redukcija na primar).

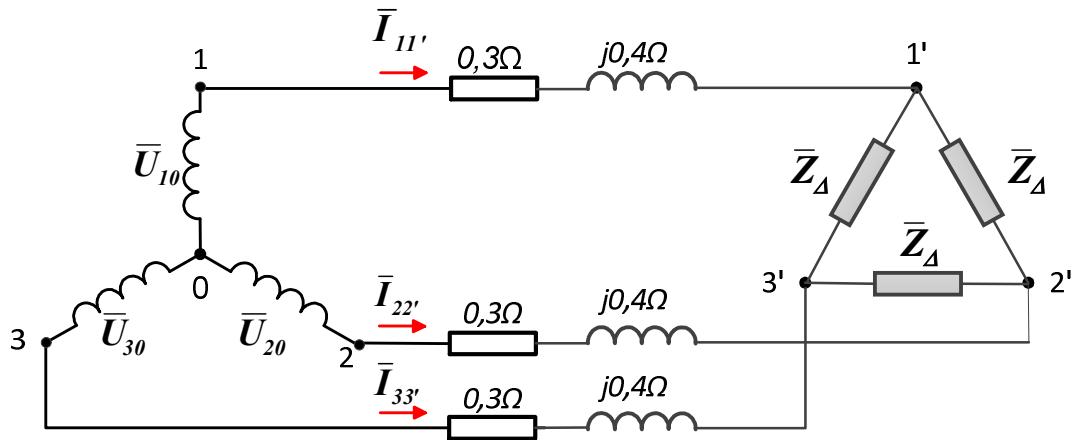
- ❹ Za transformator s feromagnetskom jezgrom ukupne izlazne snage $S=50 kVA$, frekvencije $f=50 Hz$ u pokusu praznoga hoda (otvorenog kruga) izmjereno je $P_{OK}=173 W$, a u pokusu kratkoga spoja $P_{KS}=650 W$. Izračunajte faktor korisnosti η u postotcima za slučajeve:

- punog opterećenja transformatora uz $\cos\varphi_a=0,8i_{nd}$.
- polovice punog opterećenja transformatora uz $\cos\varphi_a=0,6i_{nd}$.

- ❺ Navedite i obrazložite temeljne prednosti trofaznih sustava nad jednofaznim sustavima.

- ❻ Svaka faza simetričnog trošila spojenoga u trokut sastoji se od serijskog spoja otpora $R=100 \Omega$ i kondenzatora $C=20 \mu F$. Trošilo je spojeno na trofazni generator $U_L=380 V, f=50 Hz$. Odredite efektivne vrijednosti faznih i linijskih struja, ukupnu djelatnu snagu te ukupnu prividnu snagu.

- ❼ Na simetrični trofazni generator spojen je sustav trošila prema slici. Odredite linijske struje $\bar{I}_{1r}, \bar{I}_{22'}, \bar{I}_{33'}$ u eksponencijalnom (polarnom) obliku ako je $\bar{U}_{10}=220e^{j45^\circ} V$ i $\bar{Z}_\Delta=(2,1+j1,8)\Omega$.



⑧ Tri jednakih svitka s $R=10 \Omega$ i $L=40 \text{ mH}$ spojena su:

- a. u zvijezdu
- b. u trokut

i priključena na trofaznu mrežu $U_L=381 \text{ V}, f=50 \text{ Hz}$. Odredite djelatne snage u oba slučaja (P_a, P_b).

⑨ Određivanje djelatne snage, faze i jalove snage u simetričnom sustavu metodom dvaju vatmetara (Aronov spoj).

⑩ Obrazložite postupak određivanja nesimetričnoga trofaznog sustava ako su poznate njegove simetrične komponente.

Završna rješenja zadataka

A-1

① $U_{sr} = \frac{3}{16}U$

③ $P = \frac{U_1^2 + U_2^2}{2R}$

⑤ $X_L=10 \Omega ; X_C=2 \Omega ; X=8 \Omega ; Z=10 \Omega ; \varphi=53,1^\circ ; I_m=14,1 A , I=10 A ; i(t)=14,1 \sin 200t A ; U_R=60 V ; U_L=100 V ; U_C=20 V ; P=600 W ; Q=800 Var ; S=1 kVA$
 $u_L=141 \sin(200t+90^\circ) V ; u_C=28,2 \sin(200t-90^\circ) V$

⑥ $C=0,25 mF$

⑦ a) $\bar{U}=(-9+j10,8)V$ b) $u(t)=30\sqrt{2} \sin(\omega t + 225^\circ)V$ c) $\bar{U}=5e^{j53,1^\circ}V$

⑧ a) $\bar{Z}=(5-j5)\Omega$ b) $\bar{Z}=(5+j5)\Omega$ c) $\bar{Z}=5\Omega$

⑨ $U_V=70,7 V ; I_A=14,1 A ; P_W=1 kW$

A-2

② $\bar{Z}_\theta = \sqrt{\frac{1}{4}\bar{Z}_1^2 + \bar{Z}_1 \cdot \bar{Z}_2}$

③ $\bar{Z}_{ul}=10e^{j45^\circ}\Omega$

⑤ $C=20,3 \mu F ; I=22 A$

⑥ $C=6,75 \mu F ; I=39,6 mA$

⑧ $R_{Cu}=1 \Omega ; L=0,1 H$

⑨ $R_{Cu}=1 \Omega ; X_{Fe}=110 \Omega ; P=4 W ; \cos\varphi=0,00909 ; \Phi_m=1,98m Vs$

A-3

- ① $A=15$; $U_2=14,67 V$; $Z_I=0,367 \Omega$
- ② $A=7,9$; $U_2=8,9443 V$; $U_I=70,66 V$
- ③ $A=22,727$; $N_I=2000$; $N_2=88$; $I_I=1 A$; $A'=0,044$
- ⑤ $P_{uk}=3 kW$
- ⑥ $I_I=I_2=I_3=22 A$
- ⑦ $\bar{U}_I = 0$; $\bar{U}_{\theta'0} = \bar{E}_I$; $\bar{I}_2 = \frac{\bar{U}_{2I}}{R}$; $\bar{I}_3 = \frac{\bar{U}_{3I}}{R}$; $\bar{I}_I = -\bar{I}_2 - \bar{I}_3$

B-1

- ① $u(t)=100\sin(1000\pi t+30^\circ) V$
- ② $U=1,155 V$
- ⑤ $\varphi=-30^\circ$
- ⑥ $C=159 \mu F$
- ⑦ $4,47e^{j10,36^\circ}$
- ⑧ $R=7,071 k\Omega$; $L=3,536 mH$
- ⑩ $R=800 \Omega$; $L=1,6 H$

B-2

② $\bar{A}_{11} = 1,2 ; \bar{A}_{12} = 6,8 \Omega ; \bar{A}_{21} = 0,1S ; \bar{A}_{22} = 1,4$

④ $\bar{Z} = j2$

⑥ $R=100 \Omega ; L=0,2 H ; C=0,8 \mu F$

⑧ $Q=50 ; L=1 mH$

⑩ $P_{Fe}=40,5 W ; \varphi=82,16^\circ ; \delta=7,84^\circ$

B-3

① $I_1=15 A ; I_2=30 A ; Z_{ul}=14,67 \Omega$

② $A=0,2$

③ $A=8,66$

⑤ $\bar{I}_1 = 4,4e^{-j36,87^\circ} A ; \bar{I}_2 = 4,4e^{-j156,87^\circ} A ; \bar{I}_3 = 4,4e^{j83,13^\circ} A ; P=2323,2 W$

C-1

② $U=0,408 U_m ; P=U_m^2/6R$

④ $R=4 \Omega ; X_L=9,165 \Omega ; C_1=64,6 \mu F ; C_2=32,7 \mu F$

⑥ $u(t)=20,2\sin(314t+114,78^\circ) V$

⑦ $i(t)=10\sin(1000t+45^\circ) mA$

⑧ $\bar{Z} = (10 - j0, 1) \Omega$

⑨ $I_R = 1,5 A$

⑩ $P = 500 W$

C-2

② $\bar{A}_{II} = e^{-j30^\circ}$

③ $\bar{I} = 8e^{j30^\circ} A$

⑤ $\omega_0 = 10^4 \text{ rad/s} ; Q = 10 ; B = 159 \text{ Hz}$

⑦ $\omega = \frac{R}{\sqrt{L(R^2C - L)}}$

⑧ $U_L = 200 V$

⑩ $R_{Cu} = 4 \Omega ; P_{Cu} = 16 W ; P_{uk} = 52,8 W ; P_{Fe} = 36,8 W$

C-3

① $A = 5 ; I_I = 2,4 A ; A' = 0,2$

③ $A = 2$

④ a) $B_m = 0,793 T ; E_2 = 2640 V$
 b) $\eta = 98 \%$

⑦ $\bar{Z}_t = (3 - j6) \Omega$

$$⑧ \quad \frac{P'_1}{P_1} = \frac{1}{2} \quad ; \quad \frac{P'_2}{P_2} = \frac{1}{2} \quad ; \quad \frac{P'_1}{P'_2} = \frac{1}{3}$$

⑨ jednaka i suprotnog predznaka

⑩ $U_2=0$

D-1

① $T=12 \mu s \quad ; \quad f=83,3 \text{ kHz} \quad ; \quad 2 \text{ puna ciklusa}$

② $I=2,87 A$

④ $P=230,4 W \quad ; \quad \cos\varphi=0,32$

⑤ $C=0,23 mF$

$$⑥ \quad a) \quad \bar{I} = (-40 + j30)A = 50e^{j140,1^\circ} A \\ b) \quad u(t) = 10\sin(1000t + 45^\circ)$$

$$⑦ \quad \bar{Z}_{eq} = 20\Omega$$

$$⑨ \quad \bar{Z}_T = (2 + j2)\Omega \quad \bar{E}_T = 20e^{j30^\circ} V$$

$$⑩ \quad \bar{Z} = (40 + j80)\Omega$$

D-2

① $\bar{A}_{11} = I \quad ; \quad \bar{A}_{12} = 0 \quad ; \quad \bar{A}_{21} = \bar{Y} \quad ; \quad \bar{A}_{22} = I$

② $\bar{A}_{11} = 0,1 \quad ; \quad \bar{A}_{12} = 0 \quad ; \quad \bar{A}_{21} = -j0,1S \quad ; \quad \bar{A}_{22} = -10$

③ $\bar{Z}_{ul_{KS}} = 30\Omega \quad ; \quad \bar{Z}_{ul_{OK}} = 40\Omega \quad ; \quad \bar{Z}_{ul} = 35\Omega$

⑥ $Q=20 \quad ; \quad B=159,23 \text{ Hz} \quad ; \quad I_r=3 A \quad ; \quad U_L=1500 V$

- ⑦ $R=2 \text{ k}\Omega$; $L=10 \text{ }\mu\text{H}$; $C=25 \text{ nF}$
- ⑩ $P_{Cu}=2,5 \text{ W}$; $P_{Fe}=47,5 \text{ W}$; $R_{Fe}=380 \text{ }\Omega$; $X_\sigma=44 \text{ }\Omega$

D-3

- ① $\bar{I}_1 = 3,102e^{-j45^\circ} A$; $\bar{I}_2 = 15,51e^{-j45^\circ} A$
- ② $N_2=22$ zavoja
- ④ $U_2=300 \text{ V}$; $\Phi_m=22,5 \text{ mWb}$
- ⑤ $\bar{U}_1 = 220e^{j210^\circ} \text{V}$ (inverzni redoslijed faza)
- ⑧ $P=1710 \text{ W}$
- ⑨ $I_1=I_2=I_3=11 \text{ A}$

E-1

- ① $\varphi=120^\circ$; $f=159,2 \text{ Hz}$
- ② $U=4,714 \text{ V}$
- ④ $u_R(t)=50\sin 100t \text{ V}$; $u_L(t)=5\sin(100t+90^\circ) \text{ V}$; $u_C(t)=10\sin(1000t-90^\circ) \text{ V}$
- ⑤ $L=101,4 \text{ mH}$
- ⑥ $(19,74+j19,74)=28e^{j45^\circ}$

$$\begin{aligned} \textcircled{1} \quad & \bar{I}_1 + \bar{I}_2 - \bar{I}_3 = 0 \\ \textcircled{2} \quad & \bar{U}_1 = \bar{I}_1(R_1 + jX_1) + \bar{I}_3(R_3 - jX_3) \\ & -\bar{U}_2 = \bar{I}_2(R_2 - jX_2) + \bar{I}_3(R_3 - jX_3) \end{aligned}$$

$$\textcircled{3} \quad \bar{Z}_T = (0,865 - j0,5)\Omega \quad \bar{E}_T = 20e^{j0^\circ} V$$

$$\textcircled{4} \quad \bar{Z} = (1 - j2)K\Omega$$

E-2

$$\textcircled{1} \quad \bar{A}_{11} = 1 \quad ; \quad \bar{A}_{12} = 0 \quad ; \quad \bar{A}_{21} = \bar{Z} \quad ; \quad \bar{A}_{22} = 1$$

$$\textcircled{2} \quad \bar{A}_{11} = -\frac{\bar{Y}_{22}}{\bar{Y}_{21}} \quad ; \quad \bar{A}_{12} = \frac{1}{\bar{Y}_{21}} \quad ; \quad \bar{A}_{21} = -\frac{\bar{Y}_{11} \cdot \bar{Y}_{22}}{\bar{Y}_{21}} + \bar{Y}_{12} \quad ; \quad \bar{A}_{22} = \frac{\bar{Y}_{11}}{\bar{Y}_{21}}$$

$$\textcircled{3} \quad \frac{\bar{U}_2}{\bar{U}_1} = \frac{\bar{Z}_t}{\bar{A}_{12} + \bar{A}_{11} \cdot \bar{Z}_t}$$

$$\textcircled{4} \quad \bar{Z}_\theta = \sqrt{\bar{Z}_1^2 + 2\bar{Z}_1 \cdot \bar{Z}_2}$$

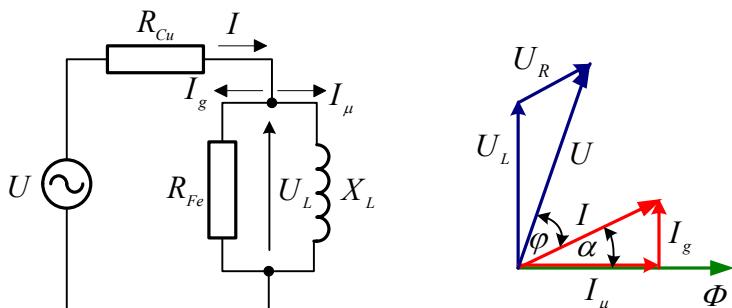
$$\textcircled{5} \quad \bar{U}_c = 120e^{-j90^\circ} V$$

$$\textcircled{6} \quad R = 10 \Omega$$

$$\textcircled{7} \quad \bar{I} = \bar{I}_G = 2,2e^{j0^\circ} A \quad \bar{I}_L = 2,2e^{-j90^\circ} A \quad \bar{I}_C = 2,2e^{j90^\circ} A$$

$$\textcircled{8} \quad u(t) = 628 \sin(314t + 120^\circ) V$$

$$\textcircled{9} \quad P_{Cu} = 25 W \quad ; \quad P_{Fe} = 195 W$$



E-3

① $n=6$

② $\bar{I}_1 = (1,76 - j0,88)A \quad ; \quad \bar{I}_2 = (8,8 - j4,4)A \quad ; \quad \bar{U}_t = 26,4V$

③ $n=0,5 \quad ; \quad L=6,4 H$

⑥ $P=14,52 kW$

⑧ $Z_{vv} = (3 + j4)\Omega \quad \bar{U}_1 = 220e^{j15^\circ}V \quad \bar{U}_2 = 220e^{-j105^\circ}V \quad \bar{U}_3 = 220e^{j135^\circ}V$

⑨ $\cos\varphi = 0,756$

F-1

① ARS: $U=-3 V$

$u(t) = -3 + 7\sin(400t - 90^\circ) V$

② $U=9,354 V$

③ $T=0,4\pi \quad ; \quad \varphi=100^\circ$

⑤ $\cos\varphi = 0,32 \quad ; \quad P=230,4 W$

⑥ $u_3(t) = 700\sqrt{2} \sin(\omega t + 240^\circ) V$

⑦ $\omega = 1,25 \cdot 10^6 \text{ rad/s}$

⑧

$360e^{j0^\circ} = (0,1 + j10,4) = (0,1 + j10,4)\bar{I}_A - j10\bar{I}_B \quad ; \quad 0 = (4 + j10,4)\bar{I}_B - j10\bar{I}_A$

$\bar{I}_S = \bar{I}_A$

$\bar{I}_R = \bar{I}_B$

$\bar{I}_M = \bar{I}_A - \bar{I}_B$

⑩ $\bar{Z}_T = (5 + j6)\Omega \quad ; \quad P = 5W$

F-2

① $\bar{A}_{11} = 10; \bar{A}_{12} = 29,68 \text{ } K\Omega; \bar{A}_{21} = 2 \text{ } mS; \bar{A}_{22} = 6 ; \quad \text{nije simetričan}$

③ $\bar{Z}_{ul} = \frac{\bar{A}_{11} \cdot \bar{Z}_t + \bar{A}_{12}}{\bar{A}_{21} \cdot \bar{Z}_t + \bar{A}_{22}} = \frac{\bar{A}_{11} \cdot \bar{Z}_t + \bar{A}_{21} \cdot \bar{Z}_t^2}{\bar{A}_{21} \cdot \bar{Z}_t + \bar{A}_{11}} = \bar{Z}_t$

④ $\bar{Z}_{ul_{ok}} = \frac{\bar{A}_{11}}{\bar{A}_{21}} = 800 \Omega ; \quad \bar{Z}_{ul_{KS}} = \frac{\bar{A}_{12}}{\bar{A}_{22}} = 400 \Omega ; \quad \bar{Z}_{ul} = \frac{\bar{A}_{11} \cdot \bar{Z}_t + \bar{A}_{12}}{\bar{A}_{21} \cdot \bar{Z}_t + \bar{A}_{22}} = 600 \Omega$

⑤

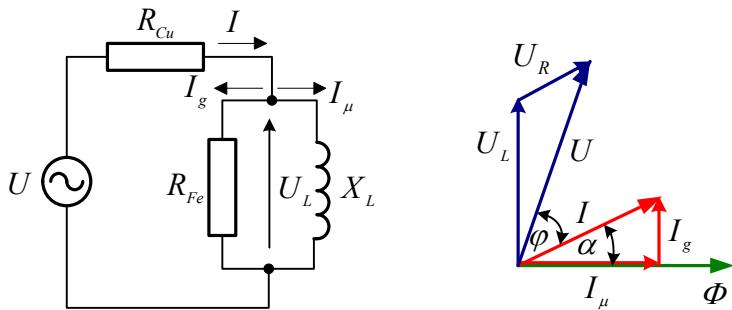
$$\omega_r = \frac{1}{\sqrt{L_1 C_1}} = \frac{1}{\sqrt{L_2 C_2}}$$

$$\omega_{r_{ser}} = \frac{1}{\sqrt{L_{12} C_{12}}} = \frac{1}{\sqrt{(L_1 + L_2) \cdot \frac{C_1 \cdot C_2}{C_1 + C_2}}} = \dots = \omega_r$$

⑥ $B = \frac{f_r}{Q} = \frac{1}{2\pi \cdot Q \sqrt{LC}} = 25,16 \text{ Hz}$

⑦ $L = 1,59 \text{ mH} ; \quad C = 1,59 \text{ nF}$

⑨ $U = 220V ; \quad U_s = 218,4V ; \quad P_{Cu} = 400W ; \quad P_{Fe} = 150W$



F-3

① $\bar{Z}_{ul} = 6 \bar{Z}$

② $\bar{I}_I = 1A$

$$\bar{U}_I = 8 - j5 = 9,43 e^{-j32^\circ}$$

③ b) histereze i vrtložnih struja u jezgri

f) zagrijavanje namotaja trafa

$$⑥ \quad \bar{Z}_{\Delta_{eq}} = (22,5 - j5)\Omega$$

$$⑦ \quad \bar{U}_V = \bar{E}_1 + \bar{E}_2 + \bar{E}_3 = 0$$

$$⑧ \quad \bar{Z}_{\Delta} = (2,4 + j1,8)K\Omega$$

G-1

$$② \quad I = 2\sqrt{3}A$$

$$④ \quad R_s = 4\Omega, C_s = 50nF, R_p = 1M\Omega, C_p = 50nF$$

$$⑤ \quad I_A = 0,5A, U_V = 0V$$

$$⑤ \quad \cos\varphi = 0,32 ; \quad P = 230,4 \text{ W}$$

$$⑥ \quad \frac{\bar{A}^* \bar{C}^*}{\bar{B}} = 10e^{-j30^\circ} = 5\sqrt{3} - j5$$

$$⑦ \quad \bar{Z} = 4e^{j30^\circ}$$

$$P = 1081,25W$$

$$⑧ \quad C = 1,25mF$$

$$⑨ \quad \bar{I}_2 = 3,8e^{j53,1^\circ} A$$

$$⑩ \quad \bar{E}_T = 20\sqrt{2}e^{j90^\circ} V$$

$$\bar{Z}_T = 40\sqrt{2}e^{-j45^\circ} \Omega$$

G-2

$$② \quad \bar{E}_T = 5e^{j0^\circ} V \quad \bar{Z}_T = 100\Omega$$

$$③ \quad \bar{Z}_{ul} = (50 + j50)\Omega$$

$$④ \quad \bar{Z}_{ul} = j \frac{2\omega L(\omega^2 LC - 1)}{2\omega^2 LC - 1}$$

⑤ $\omega_{ser} = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad ; \quad \omega_{par} = \frac{1}{\sqrt{2LC}}$

⑦ $C = 20 \mu F \quad ; \quad L = 8 mH \quad ; \quad Q = 5$

⑨ $R_{Cu} = 9 \Omega \quad ; \quad X_L = 4,35 \Omega \quad ; \quad X_{Fe} = 15,78 \Omega \quad ; \quad R_{Fe} = 44,2 \Omega$

⑩ $U_{ind} = 75,25 V$

G-3

① $\bar{I} = 4e^{-j36,9^\circ} A$

② $I_1 = 2 A \quad ; \quad I_2 = 272,72 A$

③ $U_2 = \frac{I_1 R}{N_2}$

⑤ $\bar{U}_{31} = 380 e^{-j130^\circ} V \quad , \quad \bar{U}_1 = 220 e^{j20^\circ} V \quad , \quad \bar{U}_2 = 220 e^{j140^\circ} V \quad , \quad \bar{U}_3 = 220 e^{-j100^\circ} V$

⑥ a) $\bar{U}_{\theta'0} = \bar{E}_1 = U_f e^{j0^\circ} V$

b) $\bar{I}_2 = \frac{\sqrt{3}U_f}{R} e^{-j150^\circ} A \quad , \quad \bar{I}_3 = \frac{\sqrt{3}U_f}{R} e^{j90^\circ} A \quad , \quad \bar{I}_1 = \frac{\sqrt{3}U_f}{R} e^{-j30^\circ} A$

c) $P = 2P_0$

⑧ $I_L = 3,8 A$

⑨ $\bar{Z}_4 = 271,4 e^{-j30^\circ} \Omega$

⑩ Odgovor d) $\bar{U}_{\theta'0}$

H-1

① $u(t) = -3 + 7 \sin(1000\pi - 90^\circ) V$

④ $R = 27,5 \Omega \quad ; \quad L = 151,7 mH$

5

$$A = \frac{U_{iz}}{U_{ul}} = \frac{U_{ul} \cdot \frac{X_c}{\sqrt{R^2 + X_c^2}}}{U_{ul}} = \dots = \frac{1}{\sqrt{4\pi^2 f^2 R^2 C^2 + 1}}$$

$f \rightarrow 0 \Rightarrow A = 1$
 $f \rightarrow \infty \Rightarrow A \rightarrow 0$

6

$$\bar{U}_2 = \frac{5}{\sqrt{2}} e^{j90^\circ} V ; \quad j\omega \bar{U}_1 + 250 \bar{U}_1 = 50 \bar{U}_2$$

$$u_1(t) = 0,928 \sin(100t + 68,2^\circ) V$$

7 $R = 54 \Omega$; $C = 5 \mu F$

8 $\cos \varphi = \frac{\sqrt{2}}{2}$; $I = 42,5 A$

9 a) $P_a = 9,6 \text{ nW}$; b) $P_b = 4,9 \text{ nW}$; c) $P_c = 5 \text{ nW}$

10 $\bar{Z}_T = R = 10 \Omega$; $\bar{E}_T = 50 + j50 = 50\sqrt{2} e^{j45^\circ} V$

H-2

1 $\bar{Z}_{12} = 15 \Omega$ $\bar{Y}_{11} = 28 mS$

2 $\bar{A}_{11} = 3$ $\bar{A}_{12} = 21 \Omega$ $\bar{A}_{21} = 0,167 S$ $\bar{A}_{22} = 1,5$

3 $I_A = 10 A$

5 $f = 2f_r$

6 $U_C = 211 U$

8 $R = 3 \Omega$ $C = 100 \mu F$ $Q = 3,33$ $B = 300 rad/s$

9 *Smanjuje se – raste djelatni otpor gubitaka.*

H-3

① $I_1=15 \text{ A} ; I_2=30 \text{ A} ; Z_{ul}=14,67 \Omega$

② $R_{eq}=2 \Omega$

④ $P_{Fe}=660 \text{ W} ; R_{Fe}=73,33 \Omega$

⑤ odgovor d)

$$Z = \frac{U_f}{I_f} = \frac{U_L}{\frac{I_L}{\sqrt{3}}} = \frac{\sqrt{3}U_L}{I_L}$$

⑥ odgovor b) U_{BC} se ne mijenja ; $U_{AB}=U_{CA}=U_{BC}/2$

⑧ Trošilo r.b. 3 ima $\cos\varphi < 1$ ($P_3=3 \cdot 220 \cdot 40=26,4 \text{ kW}$ što je manje od $27,5 \text{ kW}$)

⑩ odgovor e)

$$\bar{I}_{nul-voda} = \bar{I}_1 + \bar{I}_2 + \bar{I}_3 = 6 \text{ A}$$

$$\bar{I}_o = \frac{1}{3}(\bar{I}_1 + \bar{I}_2 + \bar{I}_3) = 2 \text{ A}$$

I-1

① $U_m=141 \text{ V} ; U=100 \text{ V} ; \varphi=150^\circ ; T=20 \text{ ms} ; \omega=314 \text{ rad/s} ; f=50 \text{ Hz}$

② $I=2,828 \text{ A} ; P=800 \text{ W}$

⑤ $C=87,7 \mu F$

⑥ $u(t)=9,9 \sin(\omega t+52,5^\circ) \text{ V} ; U=7,02 \text{ V} ; \varphi=52,5^\circ$

⑧ $\bar{I} = 10e^{j47,11^\circ} \text{ A}$

⑨ $\bar{E}_T = 2,91e^{-j14,04^\circ} \text{ V}$

⑩ $I_N = 10e^{j30^\circ} A ; R_N = 20 + j20 = 20\sqrt{2}e^{-j45^\circ} \Omega ; i_t(t) = 20\sin(200t + 75^\circ)A$

I-2

① $\bar{Y}_{11}=1, \bar{Y}_{12}=-1, \bar{Y}_{21}=-1, \bar{Y}_{22}=2$

③ $R_1=270 \Omega, R_2=75 \Omega$

⑥ $L=5 mH$

⑧ $f_r=1,592 kHz, B=79,6 Hz, Q=20$

⑨ *Gubitci histereze: uska petlja, proporcionalni s f
Gubitci vrtložnih struja: lameliranje, sinteriranje, proporcionalni s f²*

⑩ $P_{Fe}=38 W, \varphi=79,5^\circ$

I-3

② $n=20 ; N_l=1000 ; I_l=2,18 A ; I_2=43,64 A$

③ $n=5 ; \bar{Z}_t = (4 - j0,1) \Omega$

⑤

- | | |
|-----|----------------------|
| P1. | a) točno |
| P2. | d) 127 V |
| P3. | a) direkstan (1-2-3) |
| P4. | a) točno |

⑥

- | | |
|-----|------------------------------------|
| P1. | b) netočno |
| P2. | b) 100 V |
| P3. | b) netočno |
| P4. | c) $\bar{U}_3 = 220e^{j100^\circ}$ |

⑧ $\bar{I}_1 = 22e^{-j83,13^0}A \quad , \quad \bar{I}_2 = 22e^{-j203,13^0}A \quad , \quad \bar{I}_3 = 22e^{j36,87^0}A$

⑨ $U_2=U_3=U_L/2 \quad ; \quad U_{10}'=1,5U_f$

⑩

- a) $P=240 \text{ W}$
- b) $Q=2352,8 \text{ VAr}$
- c) $\cos\varphi=0,0105$
- d) $\bar{Z} = 61,07e^{j84,17^0} \Omega$

J-3

① $i(t)=2\sin 2000t \text{ (A)}$

② $n=0,2 \quad ; \quad R_{ul}=400 \Omega \quad ; \quad I_I=25 \text{ mA}$

③ $\bar{E_T}=12 \text{ V} \quad ; \quad \bar{Z_T}=3,75 \Omega$

⑥ $C_a=145,33 \mu F \quad ; \quad C_b=48,44 \mu F \quad ; \quad C_a/C_b=3$

⑧ $P_a=4,8133 \text{ kW} \quad ; \quad P_b=14,44 \text{ kW} \quad ; \quad P_b/P_a=3$

K-1

① $\omega=400\pi \text{ rad/s} \quad , \quad \varphi=-90^0 \quad , \quad u(t) = [\ 3 + 7\sin(400\pi t - 90^0)] \text{ V} \quad ; \quad U_{sr}=-3 \text{ V}$

② $U = 2\sqrt{3}V$

③ $T=20ms \quad , \quad \varphi=120^0$

⑤ $C=385 \mu F$

⑥ $i(t) = [3,34\sin(100t + 108,43^0)] \text{ A}$

⑦ $\bar{Z} = 100 - j60 = 116,62e^{-j30,96^\circ}\Omega$

⑧ $\bar{E}_T = -j100V$
 $\bar{Z}_T = (50 - j50)\Omega$

⑨ $\bar{I}_N = (1 - j)A$
 $\bar{Z}_N = (50 - j50)\Omega$

K-2

① $i_2(t) = 2\sqrt{2} \sin(100t + 30^\circ) A$

② $\bar{A}_{11} = 2,5$ $\bar{A}_{12} = 8\Omega$ $\bar{A}_{21} = 0,5S$ $\bar{A}_{22} = 2$

③ $\bar{A}_{11} = \bar{A}_{22} = 1$ $\bar{A}_{21} = 0$ $\bar{A}_{12} = \frac{j\omega L}{1 - \omega^2 LC}$

④ $f_r = 796 \text{ Hz}$, $Q = 10$, $B = 79,6 \text{ Hz}$, $Z = 10 \Omega$, $Z \rightarrow \infty$, $Z \rightarrow \infty$

⑤ $f_r = 79,62 \text{ kHz}$; $Q = 10$; $B = 7,962 \text{ kHz}$; $Z = 10 \text{ k}\Omega$; $Z = 0$; $Z = 0$

⑥ $R_I \rightarrow \infty$

⑩ $P_{Cu} = 36 \text{ W}$, $P_{Fe} = 30 \text{ W}$

K-3

① a) $I_1 = I_2 = 0$; $U_1 = 220 \text{ V}$; $U_2 = 2200 \text{ V}$
 b) $I_1 = 20,95 \text{ A}$; $I_2 = 2,095 \text{ A}$; $U_1 = 209,52 \text{ V}$; $U_2 = 2095,2 \text{ V}$

② $\bar{I}_1 = 0,3536e^{-j45^\circ} A$; $\bar{I}_2 = 3,536e^{-j45^\circ}$; $\bar{U}_1 = 790,6e^{j18,43^\circ}$; $\bar{U}_2 = 79,06e^{j18,43^\circ}$; $P = 125 \text{ W}$

$$\textcircled{4} \quad \eta_a = \frac{S \cos \varphi_a}{S \cos \varphi_a + P_{Cu} + P_{Fe}} = 0,97984 \quad ; \quad \eta_b = \frac{0,5S \cos \varphi_b}{0,5S \cos \varphi_b + 0,25P_{Cu} + P_{Fe}} = 0,97841$$

\textcircled{5} $I_f=2,021 A$; $I_L=3,496 A$; $P=1225,23$; $S=2298,27 VA$

$$\textcircled{6} \quad \bar{I}_{11'} = 110\sqrt{2}A \quad ; \quad \bar{I}_{22'} = 110\sqrt{2}e^{-j120^\circ}A \quad ; \quad \bar{I}_{33'} = 110\sqrt{2}e^{j120^\circ}A$$

$$\textcircled{7} \quad P_{zvj} = 5,633kW \quad ; \quad P_{trok} = 16,899kW$$

Primjeri potpunih rješenja pitanja i zadataka

I. kolokvij – TRENUTAČNE I SREDNJE VRIJEDNOSTI IZMJENIČNIH VELIČINA, IZMJENIČNE MREŽE (fazorska i simbolička metoda)

- ❶ Sinusoidni napon ima maksimalnu vrijednost $U_m=100 \text{ V}$, a u trenutku $t=0$ vrijednost mu je $u(t=0)=50 \text{ V}$. Odredite izraz za trenutačnu vrijednost napona $u(t)$ ako je njegov period $T=2 \text{ ms}$.

Rješenje:

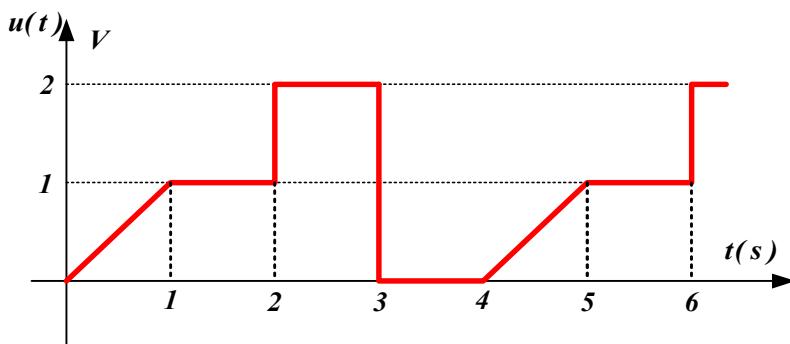
$$u(t) = 100 \sin(\omega t + \varphi) \text{ V}$$

$$u(t=0) = 50 \text{ V}$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 1000\pi$$

$$50 = 100 \sin \varphi \quad \rightarrow \quad \sin \varphi = 0,5 \quad \rightarrow \quad \varphi = 30^\circ$$

$$u(t) = 100 \sin(1000\pi t + 30^\circ) \text{ V}$$



- ❷ Odredite efektivnu srednju vrijednost naponskog valnog oblika prikazanoga na slici.

Rješenje:

$$U^2 = \frac{1}{T} \int_0^T u^2(t) dt$$

$$U^2 = \frac{1}{4} \left(\int_0^1 t^2 dt + \int_1^2 1^2 dt + \int_2^3 2^2 dt + \int_3^4 0 dt \right) = \dots = \frac{1}{4} \left(\frac{1}{3} + 1 + 4 \right) = \frac{4}{3}$$

$$U = \frac{2\sqrt{3}}{3} = 1,155 \text{ V}$$

- ❸ Tjemeni faktor, faktor oblika i srednji faktor – vrijednosti faktora za sinusoidne struje.

Rješenje:

Maksimalna, aritmetička i efektivna srednja vrijednost nemaju nikakav definirani međuodnos. Odnos ovisi o vrsti razmatrane funkcije. Instrumenti koji su kalibrirani za strogo određeni oblik

krivulje pokazuju lažne podatke kada se od tog oblika odstupi. Odstupanja se kvantificiraju faktorima:

Tjemeni faktor (sigma)

$$\sigma = \frac{\text{Tjemena vrij.}}{\text{Efektivna vrij.}} = \frac{I_m}{I} = \frac{U_m}{U}$$

Faktor oblika (ksi)

$$\xi = \frac{\text{Efektivna vrij.}}{\text{Srednja el. vrij.}} = \frac{I}{I_{sr_{el}}} = \frac{U}{U_{sr_{el}}}$$

Srednji faktor (zeta)

$$\zeta = \frac{\text{Srednja el. vrij.}}{\text{Tjemena vrij.}} = \frac{I_{sr_{el}}}{I_m} = \frac{U_{sr_{el}}}{U_m}$$

Za sinusoidne struje je:

$$\xi = \frac{I}{I_{sr_{el}}} = \frac{\frac{I_m}{\sqrt{2}}}{\frac{2}{\pi} I_m} = \frac{\pi}{2\sqrt{2}} = 1,11$$

$$\sigma = \frac{I_m}{I} = \frac{I_m}{\frac{I_m}{\sqrt{2}}} = \sqrt{2} = 1,414$$

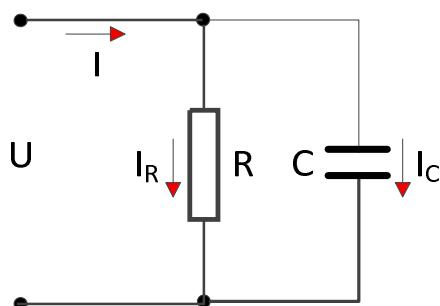
$$\zeta = \frac{I_{sr_{el}}}{I_m} = \frac{\frac{2}{\pi} I_m}{I_m} = \frac{2}{\pi} = 0,637$$

Samo posebni instrumenti (*True RMS*) pokazuju pravu efektivnu vrijednost različitih valnih oblika.

- ④ Paralelni spoj djelatnog i kapacitivnog otpora priključen je na izvor $u(t)=U_m \sin \omega t$. Nacrtajte fazorski dijagram, trokut otpora i snaga. Napišite jednadžbe trenutačnih vrijednosti struja i_R , i_C , i te jednadžbe za efektivne vrijednosti napona i struja u krugu, fazni kut i relacije za snage iz trokuta snaga.

Rješenje:

Kondenzator s gubicima može se prikazati nadomjesnom paralelnom $R-C$ shemom:

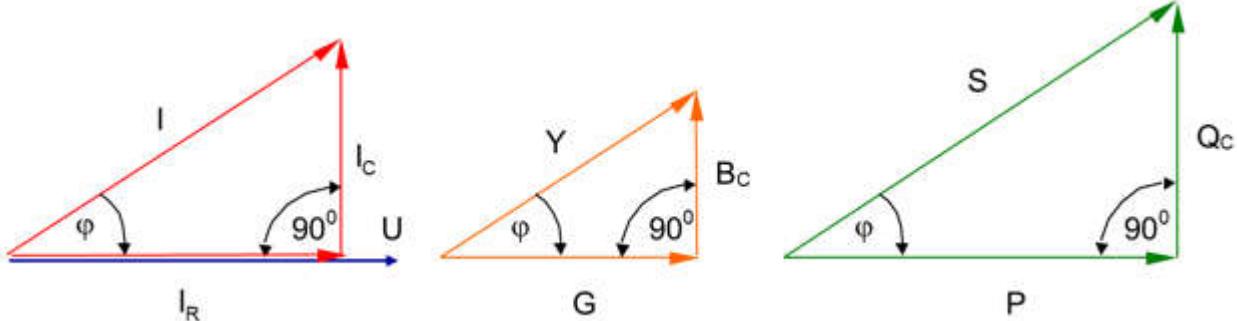


U grani s djelatnim otporom teče struja I_R koja je u fazi s priključenim izmjeničnim naponom, a u grani s kapacitivnim otporom teče kapacitivna struja I_C koja fazno prethodi naponu za 90° :

$$I_R = \frac{U}{R} = UG$$

$$I_C = \frac{U}{X_C} = UB_C$$

Ukupna struja I je geometrijski zbroj parcijalnih struja.
Fazorski dijagram naponu i struja te trokuta otpora i snaga:



Ukupna struja je $I = \sqrt{I_R^2 + I_C^2}$. Napon fazno zaostaje za kut $-90^\circ \leq \varphi \leq 0$.

Stranice trokuta vodljivosti su:

$$G = \frac{I_R}{U} \quad \text{– konduktancija}$$

$$B_C = \frac{I_C}{U} \quad \text{– kapacitivna vodljivost (kapacitivna susceptancija)}$$

$$Y = \frac{I}{U} = \sqrt{G^2 + B_C^2} \quad \text{– admitancija.}$$

Trenutačne vrijednosti:

$$u(t) = U_m \sin \omega t$$

$$i_R(t) = G U_m \sin \omega t$$

$$i_C(t) = B_C U_m \sin(\omega t + 90^\circ)$$

$$i(t) = Y U_m \sin(\omega t + \varphi)$$

Fazni kut iz trokuta vodljivosti:

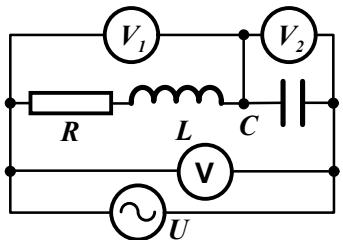
$$\varphi = \arcsin \frac{B_C}{Y} = \arccos \frac{G}{Y} = \operatorname{arctg} \frac{B_C}{G}$$

Iz trokuta snaga:

$$P = UI_R = U^2 G = UI \cos \phi \quad (\text{W})$$

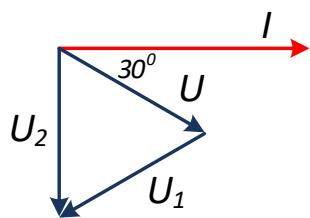
$$Q = UI_C = U^2 B_C = UI \sin \phi \quad (\text{Var}_\text{kap})$$

$$S = UI = \sqrt{P^2 + Q^2} = U^2 Y$$

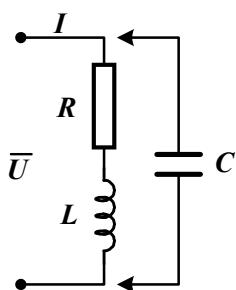


- 5 Sva tri voltmetra mjere jednake efektivne vrijednosti napona ($U_1=U_2=U$). Nacrtajte pripadni fazorski dijagram napona i struje. Koliki je fazni kut između napona izvora i struje?

Rješenje:

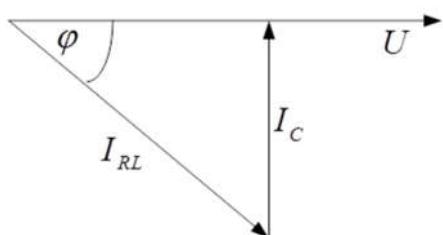


Fazni kut između napona izvora i struje je $\varphi=-30^\circ$.



- 6 Svitak s $R=10 \Omega$, $L=32 \text{ mH}$, priključen je na izvor $U=220 \text{ V}$, $f=50 \text{ Hz}$. U cilju kompenzacije faktora snage $\cos\varphi$ trošilu se paralelno spaja kondenzator C . Kolika mora biti kapacitivnost tog kondenzatora ako se želi postići maksimalna vrijednost faktora snage? Nacrtajte fazorski dijagram.

Rješenje:



$$\cos\varphi = \frac{I_c}{I_{RL}}$$

$$I_c = \frac{U}{X_C} = \frac{U}{\frac{1}{\omega C}} = U\omega C$$

$$X_L = \omega L = 10,05 \Omega$$

$$Z = \sqrt{R^2 + X_L^2} = 14,177 \Omega$$

$$\varphi = \arctg \frac{X_L}{R} = 45,14^\circ$$

$$I_{RL} = \frac{U}{Z} = 15,51 A$$

$$I_C = I_{RL} \sin \varphi = 10,94 A$$

$$C = \frac{I_C}{\omega U} = \frac{10,94}{314 \cdot 220} = 159 \mu F$$

7 Odredite eksponencijalni oblik izraza $\frac{5e^{j36,9^\circ} \cdot 10e^{-j53,1^\circ}}{(4+j3)+(6-j8)}.$

Rješenje:

$$\frac{5e^{j36,9^\circ} \cdot 10e^{-j53,1^\circ}}{(4+j3)+(6-j8)} = \frac{50e^{-j16,2^\circ}}{10-j5} = \frac{50e^{-j16,2^\circ}}{\sqrt{125}e^{-j26,565^\circ}} = \dots = 4,47 e^{j10,36^\circ}$$

8 U serijskom $R-X_L$ krugu odredite R i L ako je $u(t)=20\cos(\omega t+30^\circ) V$, $i(t)=2\sin(\omega t+75^\circ) mA$, $\omega=2 \cdot 10^6 rad/s$.

Rješenje:

$$u(t)=20\cos(\omega t+30^\circ)=20\sin(\omega t+120^\circ) V$$

$$\bar{U} = \frac{20}{\sqrt{2}} e^{j120^\circ} V \quad \bar{I} = \frac{2}{\sqrt{2}} e^{j75^\circ} mA$$

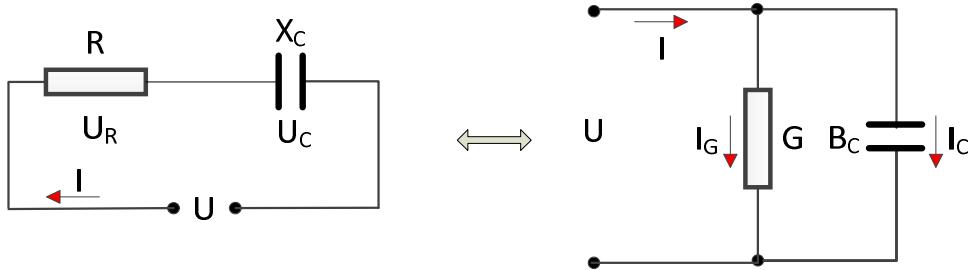
$$\bar{Z} = \frac{\bar{U}}{\bar{I}} = 10^4 e^{j45^\circ} = \dots = (5000\sqrt{2} + j5000\sqrt{2}) \Omega$$

$$R=X_L=7071 \Omega$$

$$L=X_L/\omega=3,536 mH$$

9 Za zadane elemente R , X_C serijskog spoja odredite elemente nadomjesnog paralelnog spoja (G , B_C , Y).

Rješenje:



Pretvorbe: serijski $R-X_C$ spoj \Leftrightarrow paralelni $G-B_C$ spoj

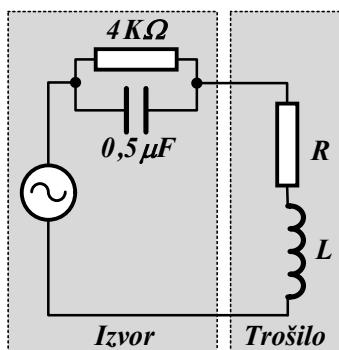
$$\text{Za: } \bar{Z}_{RC} = R - jX_C$$

$$\bar{Y}_{RC} = \frac{I}{\bar{Z}_{RC}} = \frac{I}{R - jX_C} \cdot \frac{R + jX_C}{R + jX_C} = \frac{R}{R^2 + X_C^2} + j \frac{X_C}{R^2 + X_C^2} = \frac{R}{Z_{RC}^2} + j \frac{X_C}{Z_{RC}^2} = G + jB_C$$

Pozitivni predznak imaginarnog dijela admitancije upućuje na kapacitivnu susceptanciju.

Za zadane elemente serijskog kruga (R, X_C) parametri ekvivalentnoga paralelnog kruga su:

$$G = \frac{R}{Z_{RC}^2} \quad B_C = \frac{X_C}{Z_{RC}^2} \quad Y = \frac{I}{Z}$$



⑩ Za koje će vrijednosti R i L biti maksimalan prijenos snage na trošilo? Zadano je $\omega=1000 \text{ rad/s}$.

Rješenje:

$$X_C = \frac{1}{\omega C} = 2000 \Omega$$

$$\bar{Z}_u = \frac{4 \cdot (-j2)}{4 - j2} k\Omega = \dots = (800 - j1600) \Omega$$

$$\bar{Z}_u^* = \bar{Z}_t = (800 + j1600) \Omega$$

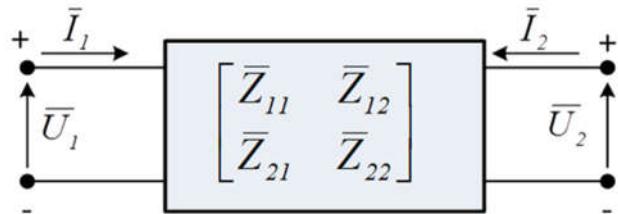
$$R = 800 \Omega \quad , \quad X_L = 1600 \Omega \quad \rightarrow \quad L = 1.6 H$$

II. kolokvij – ČETVEROPOLI, REZONANCIJA, SVITCI S FEROMAGNETSKOM JEZGROM

- ① Prikažite četveropol i jednadžbe četveropola uporabom Z parametara. Kako se određuju Z parametri?

Rješenje:

Blok shema četveropola s matricom \bar{Z} parametara:



Ovi parametri pokazuju ovisnost ulaznih i izlaznih napona o odgovarajućim strujama. Jednadžbe četveropola u skalarnom obliku dobiju se postavljanjem jednadžbi ulazne i izlazne petlje:

$$\bar{U}_1 = \bar{Z}_{11}\bar{I}_1 + \bar{Z}_{12}\bar{I}_2$$

$$\bar{U}_2 = \bar{Z}_{21}\bar{I}_1 + \bar{Z}_{22}\bar{I}_2$$

ili u matričnom obliku:

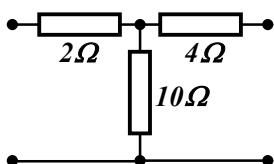
$$\begin{bmatrix} \bar{U}_1 \\ \bar{U}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{Z}_{11} & \bar{Z}_{12} \\ \bar{Z}_{21} & \bar{Z}_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{I}_1 \\ \bar{I}_2 \end{bmatrix}.$$

\bar{Z} parametri četveropola su $\bar{Z}_{11}, \bar{Z}_{12}, \bar{Z}_{21}, \bar{Z}_{22}$, a određuju se iz pokusa otvorenog kruga na ulaznoj, odnosno izlaznoj strani:

$$\bar{Z}_{11} = \left. \frac{\bar{U}_1}{\bar{I}_1} \right|_{\bar{I}_2=0}, \quad \bar{Z}_{12} = \left. \frac{\bar{U}_1}{\bar{I}_2} \right|_{\bar{I}_1=0}$$

$$\bar{Z}_{21} = \left. \frac{\bar{U}_2}{\bar{I}_1} \right|_{\bar{I}_2=0}, \quad \bar{Z}_{22} = \left. \frac{\bar{U}_2}{\bar{I}_2} \right|_{\bar{I}_1=0}.$$

Kako se parametri \bar{Z}_{ij} dobiju uz otvoren ulazni ili izlazni port, tj. uz $\bar{I}_1=0$ ili $\bar{I}_2=0$, zovu se impedancijski parametri otvorenog kruga, a jedinice su im omi.



- ② Odredite prijenosne parametre zadano četveropola ($\bar{A}_{11}, \bar{A}_{12}, \bar{A}_{21}, \bar{A}_{22}$).

Rješenje:

$$\bar{U}_1 = \bar{A}_{11}\bar{U}_2 + \bar{A}_{12}\bar{I}_2$$

$$\bar{I}_1 = \bar{A}_{21}\bar{U}_2 + \bar{A}_{22}\bar{I}_2$$

$$\bar{A}_{11} = \left. \frac{\bar{U}_1}{\bar{U}_2} \right|_{\bar{I}_2=0} = \frac{\bar{U}_1}{\bar{U}_1 \cdot \frac{10}{12}} = 1,2$$

$$\bar{A}_{21} = \left. \frac{\bar{I}_1}{\bar{U}_2} \right|_{\bar{I}_2=0} = \frac{\bar{I}_1}{10\bar{I}_1} = 0,1S$$

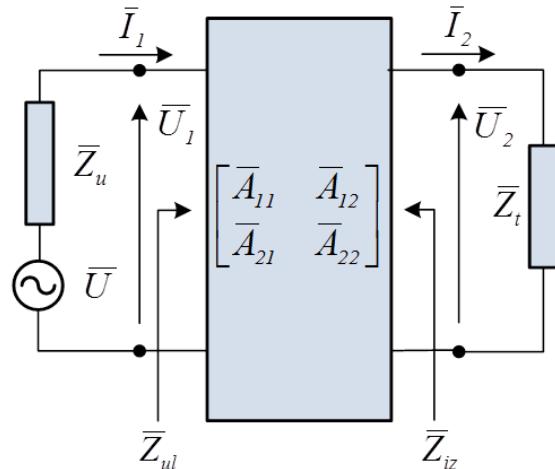
$$\bar{A}_{12} = \left. \frac{\bar{U}_1}{\bar{I}_2} \right|_{\bar{U}_2=0} = \frac{\bar{U}_1}{\frac{\bar{U}_2}{4}} = \frac{4\bar{U}_1}{\bar{U}_1 \frac{10\parallel 4}{2+10\parallel 4}} = 6,8\Omega$$

$$\bar{A}_{22} = \left. \frac{\bar{I}_1}{\bar{I}_2} \right|_{\bar{U}_2=0} = \frac{\bar{I}_1}{\bar{I}_1 \frac{10}{10+4}} = 1,4$$

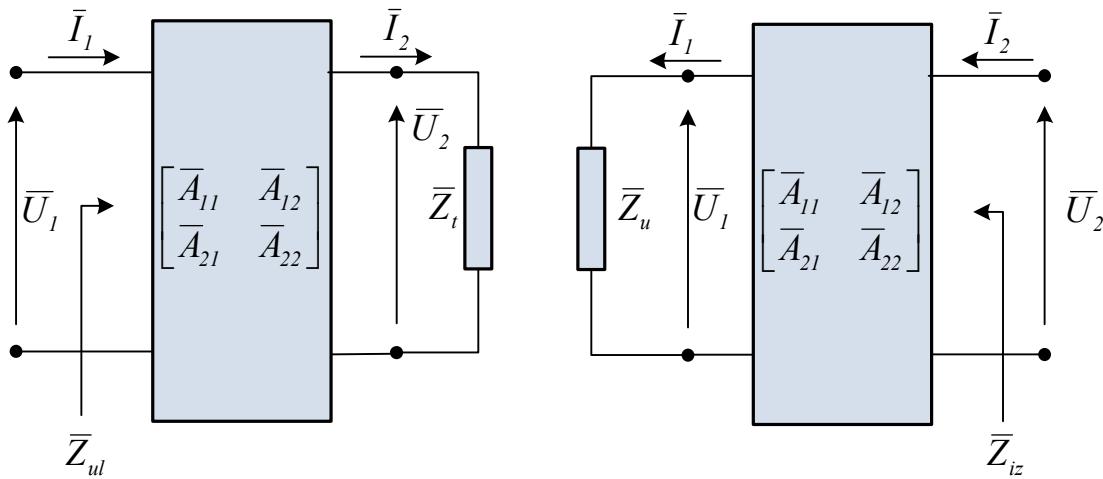
❸ Ulagna i izlazna impedancija četveropola (nadomjesne sheme i pripadne jednadžbe).

Rješenje:

Potpuna shema sklopa za određivanje ulazne/izlazne impedancije:



Nadomjesne sheme za određivanje ulazne i izlazne impedancije:



Ako je na izlazu četveropol zaključen impedancijom: $\bar{Z}_t = \bar{U}_2 / \bar{I}_2$, ulazna impedancija je:

$$\bar{Z}_{ul} = \frac{\bar{U}_1}{\bar{I}_1} = \frac{\bar{A}_{11}\bar{U}_2 + \bar{A}_{12}\bar{I}_2}{\bar{A}_{21}\bar{U}_2 + \bar{A}_{22}\bar{I}_2} = \frac{\bar{A}_{11}\bar{Z}_t + \bar{A}_{12}}{\bar{A}_{21}\bar{Z}_t + \bar{A}_{22}}.$$

Za određivanje nadomjesne impedancije gledano s izlaza četveropola $\bar{Z}_{iz} = \bar{U}_2 / \bar{I}_2$ potrebno je u jednadžbama promijeniti smjerove struja:

$$\begin{aligned}\bar{U}_1 &= \bar{A}_{11}\bar{U}_2 - \bar{A}_{12}\bar{I}_2 \\ -\bar{I}_1 &= \bar{A}_{21}\bar{U}_2 - \bar{A}_{22}\bar{I}_2.\end{aligned}$$

S izlaza četveropola na ulazu se „vidi“ unutarnja impedancija izvora $\bar{Z}_u = \bar{U}_1 / \bar{I}_1$, pa je:

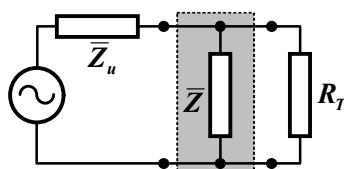
$$-\bar{Z}_u = -\frac{\bar{U}_1}{\bar{I}_1} = \frac{\bar{A}_{11}\bar{U}_2 - \bar{A}_{12}\bar{I}_2}{\bar{A}_{21}\bar{U}_2 - \bar{A}_{22}\bar{I}_2} = \frac{\bar{A}_{11}\bar{Z}_{iz} - \bar{A}_{12}}{\bar{A}_{21}\bar{Z}_{iz} - \bar{A}_{22}}.$$

Slijedi:

$$-\bar{Z}_u \bar{A}_{21} \bar{Z}_{iz} + \bar{A}_{22} \bar{Z}_u = \bar{A}_{11} \bar{Z}_{iz} - \bar{A}_{12}.$$

Izlazna impedancija je:

$$\bar{Z}_{iz} = \frac{\bar{U}_2}{\bar{I}_2} = \frac{\bar{A}_{22}\bar{Z}_u + \bar{A}_{12}}{\bar{A}_{21}\bar{Z}_u + \bar{A}_{11}}.$$



④ Unutarnja impedancija izmjeničnog izvora je $\bar{Z}_u = (0,8 - j1,6) \Omega$. Izvor treba prilagoditi na trošilo $R_T = 4 \Omega$ pomoću sprežnog četveropola s impedancijom \bar{Z} prema slici. Odredite tu impedanciju.

Rješenje:

$$\bar{Z}_u^* = \bar{Z} \| R_T = (0,8 + j1,6) \Omega$$

$$0,8 + j1,6 = \frac{4(R + jX)}{4 + R + jX}$$

$$3,2 + 0,8R + j0,8X + j6,4 + j1,6R - j1,6X = 4R + j4X$$

Izjednačavanjem realnih, odnosno imaginarnih dijelova na obje strane jednadžbe dobije se:

$$3,2 + 0,8R - 1,6X = 4R$$

$$0,8X + 6,4 + 1,6R = 4X$$

$$X=2, R=0 \quad \Rightarrow \quad \bar{Z} = j2\Omega.$$

❸ Kriterij za određivanje vrste rezonancije u složenom krugu – primjer kruga s realnim kondenzatorom i svitkom.

Rješenje:

Složeni krugovi s više reaktivnih elemenata razmještenih u serijskim i/ili paralelnim granama općenito mogu imati nekoliko rezonantnih frekvencija. Pri tomu na različitim frekvencijama mogu nastupiti i serijska i paralelna rezonancija. Koja je vrsta rezonancije moguća dade se odrediti po jednostavnom kriteriju:

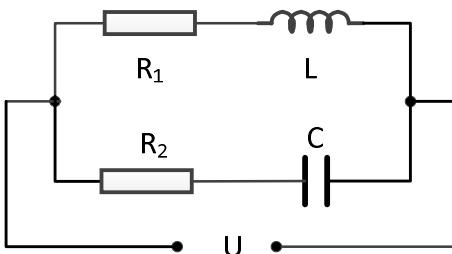
- paralelna rezonancija – pri odspojenom izvoru postoje ekvivalentni reaktivni elementi suprotnog polariteta (X_L i X_C) u paralelnim granama;
- serijska rezonancija – pri kratko spojenom izvoru u serijskoj grani su ekvivalentni reaktivni elementi suprotnog polariteta (X_L i X_C).

Općenito se za krug koji konfiguracijom odstupa od čistog serijskog ili paralelnog $R-L-C$ kruga rezonantna frekvencija, ili neki drugi parametar u rezonancijskim uvjetima, može odrediti iz uvjeta:

$$\operatorname{Im}(\bar{Z}_{eq}) = 0 \quad \text{iли} \quad \operatorname{Im}(\bar{Y}_{eq}) = 0.$$

Nadomjesna impedancija/admitancija u rezonancijskim uvjetima mora imati djelatni karakter.

Primjer rezonancije u krugu realnog svitka i kondenzatora:



Iz uvjeta $\operatorname{Im}(\bar{Y}_{eq}) = 0$ slijedi kako je potrebno odrediti nadomjesnu admitanciju i imaginarni dio izjednačiti s nulom:

$$\begin{aligned} \bar{Y} = \bar{Y}_1 + \bar{Y}_2 &= \frac{1}{R_1 + jX_L} + \frac{1}{R_2 - jX_C} = \frac{R_1 - jX_L}{R_1^2 + X_L^2} + \frac{R_2 + jX_C}{R_2^2 + X_C^2} = \\ &= \left(\frac{R_1}{R_1^2 + X_L^2} + \frac{R_2}{R_2^2 + X_C^2} \right) + j \underbrace{\left(\frac{X_C}{R_2^2 + X_C^2} - \frac{X_L}{R_1^2 + X_L^2} \right)}_{=0}. \end{aligned}$$

Uvjet za rezonanciju je:

$$\frac{X_C}{R_2^2 + X_C^2} = \frac{X_L}{R_1^2 + X_L^2} \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{\omega C} \left(R_1^2 + \omega^2 L^2 \right) = \omega L \left(R_2^2 + \frac{1}{\omega^2 C^2} \right),$$

pa se za rezonantnu frekvenciju dobije:

$$\omega_r = \sqrt{\frac{L - CR_1^2}{LC(L - CR_2^2)}}$$

Vidi se kako se za $R_1 \ll R_2 \ll$ dobije idealni titrajni krug s poznatom rezonantnom frekvencijom $\omega_r = 1/\sqrt{LC}$.

❶ Projektirajte elemente serijskoga rezonantnog kruga R , L i C uz uvjet da je rezonantna frekvencija $\omega_r = 2500 \text{ rad/s}$, propusni pojas $B = 500 \text{ rad/s}$ i impedancija u rezonanciji $Z(\omega_r) = 100\Omega$.

Rješenje:

$$R = 100 \Omega$$

$$\omega_r = 1/\sqrt{LC} \quad (1) \quad B = \frac{f_r}{Q} \quad (2) \quad Q = \frac{\omega_r L}{R} \quad (3)$$

$$\text{iz (2): } Q = \frac{f_r}{B} = \frac{2500}{80} = \frac{250}{16\pi}$$

$$\text{iz (3): } L = \frac{QR}{\omega_r} = \dots = 0,2H$$

$$\text{iz (1): } C = \frac{1}{\omega_r^2 L} = \dots = 0,8\mu F$$

❷ Shema, fazorski dijagram i svojstva paralelnoga rezonantnoga kruga.

Rješenje:

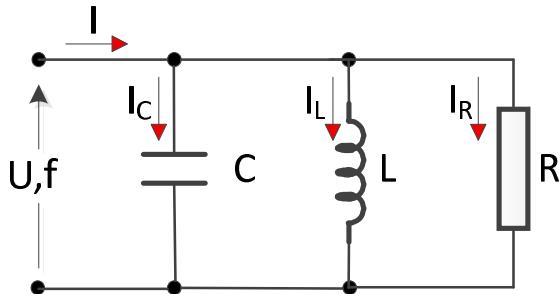
Za paralelni $R-L-C$ krug općenito vrijedi: $I_R = UG$; $I_L = UB_L$; $I_C = UB_C$.

Ukupna struja:

$$I = \sqrt{I_R^2 + (I_L - I_C)^2} = UY$$

Admitancija i fazni kut:

$$Y = \sqrt{G^2 + (B_L - B_C)^2} \quad ; \quad \varphi = \arctg \frac{B_L - B_C}{G}$$



Frekvencija za koju je ispunjen $B_L - B_C = 0$ uvjet naziva se *rezonantna frekvencija* paralelnog kruga. Dobije se iz izraza:

$$\omega_r C = \frac{I}{\omega_r L} \Rightarrow \omega_r = \frac{I}{\sqrt{LC}} \Rightarrow f_r = \frac{I}{2\pi\sqrt{LC}}$$

Svojstva paralelnoga kruga u rezonanciji:

- admitancija je minimalna i jednaka je djelatnoj vodljivosti: $Y_r = Y_{min} = G$. To znači kako je impedancija u rezonanciji maksimalna.
- fazni kut $\varphi_r = 0$
- struja je minimalna i u fazi je s priključenim naponom: $I_r = I_{min} = UG$
- struje kroz induktivnu i kapacitivnu reaktanciju su jednake, pa se paralelna zove još i strujna rezonancija. Navedene struje su Q puta veće od struje napajanja: $I_{L_r} = I_{C_r} = QI$

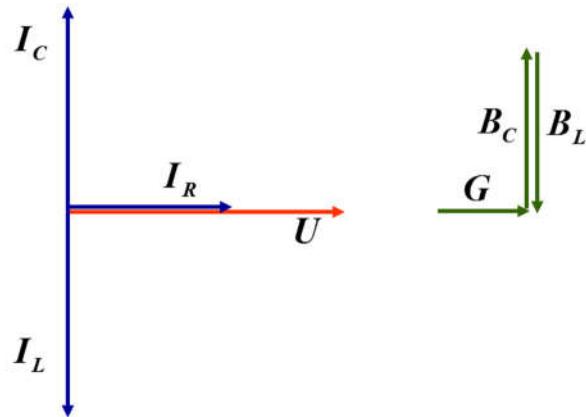
$$Q = \frac{I_{L_r}}{I} = \frac{UB_L}{UG} = \frac{R}{\omega_r L} = R\omega_r C = R\sqrt{\frac{C}{L}}$$

- faktor dobrote paralelnog rezonantnog kruga:

$$B = f_g - f_d = \frac{f_r}{Q} = \frac{1}{2\pi RC}$$

- propusni opseg:

Fazorski dijagram:



⑧ Visokofrekvenički paralelni $R-L-C$ rezonantni krug predviđen je za rad na rezonantnoj frekvenciji $\omega_r = 10^7 \text{ rad/s}$ uz propusni pojas $B = 2 \cdot 10^5 \text{ rad/s}$. Koliki je faktor dobrote Q kruga i induktivnost L ako je $C = 10 \text{ pF}$?

Rješenje:

Za paralelni rezonantni krug je:

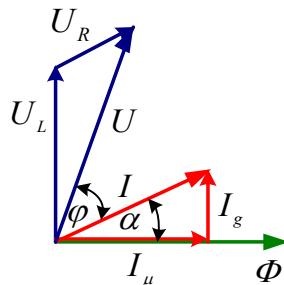
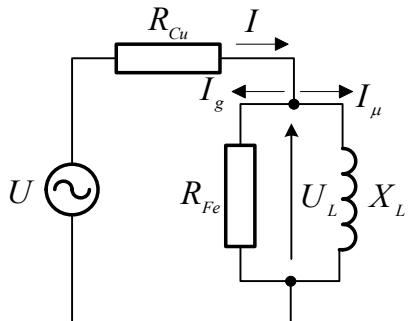
$$B = \frac{f_r}{Q} \text{ Hz} \quad \text{ili} \quad B = \frac{\omega_r}{Q} \text{ rad/s}$$

$$Q = \frac{\omega_r}{B} = \frac{10^7}{2 \cdot 10^5} = 50$$

$$\omega_r = 1/\sqrt{LC} \Rightarrow L = \frac{1}{\omega_r^2 C} = \frac{1}{10^{14} \cdot 10^{-11}} = 1 \text{ mH.}$$

⑨ Svitak s feromagnetskom jezgrom spojen je na sinusni napon. Otpor zavoja svitka je R_{Cu} , a rasipni magnetski tok je zanemariv. Nacrtajte nadomjesnu shemu svitka i fazorski dijagram.

Rješenje:



⑩ Svitak iz prethodnog zadatka priključen je na izvor $U=220\text{ V}$, $f=50\text{ Hz}$. Mjeranjem su određene struja $I=1,5\text{ A}$ i snaga $P=45\text{ W}$. Ako je $R_{Cu}=2\text{ }\Omega$, odredite gubitke u jezgri P_{Fe} te fazni pomak između napona i struje φ .

Rješenje:

$$P_{Cu} = I^2 R_{Cu} = 1,5^2 \cdot 2 = 4,5\text{ W}$$

$$P_{Fe} = P - P_{Cu} = 45 - 4,5 = 40,5\text{ W}$$

$$\cos \varphi = \frac{P}{UI} = \frac{45}{220 \cdot 1,5} = 0,136 \quad \Rightarrow \quad \varphi = 82,16^\circ$$

III. kolokvij – TRANSFORMATORI, TROFAZNI SUSTAVI, OBRTNO MAGNETSKO POLJE

❶ Visokonaponska strana transformatora bez gubitaka ima 500 zavoja, a niskonaponska 100 zavoja. Kada je primar na visokonaponskoj strani, struja kroz trošilo je 12 A. Odredite:

- a) prijenosni omjer
- b) struju na primaru
- c) prijenosni omjer ako je primar na niskonaponskoj strani.

Rješenje:

a) $A = \frac{N_1}{N_2} = 5$

b) $I_1 = \frac{I_2}{A} = 2,4A$

c) $A = \frac{I_2}{5} = 0,2$

❷ Nadomjesna shema linearog (zračnog) transformatora kao T-četveropola reducirano na primar. Opisati postupak redukcije, pripadne jednadžbe trafa i fazorski dijagram za induktivno trošilo.

Rješenje:

Kako bi primarna naponska veličina ostala nepromijenjena, sekundarna se mora pomnožiti prijenosnim omjerom n , želi li se trafo svesti na jedinični prijenosni omjer:

$$\frac{E_1}{E_2} = n \Rightarrow \frac{E_1}{nE_2} = 1 \Rightarrow \frac{E_1}{E'_2} = 1$$

$$U'_2 I'_2 = U_2 I_2 \Rightarrow I'_2 = \frac{U_2}{U'_2} I_2 = \frac{1}{n} I_2$$

$$Z'_2 = \frac{U'_2}{I'_2} = \frac{nU_2}{\frac{1}{n} I_2} = n^2 \frac{U_2}{I_2} = n^2 Z_2 .$$

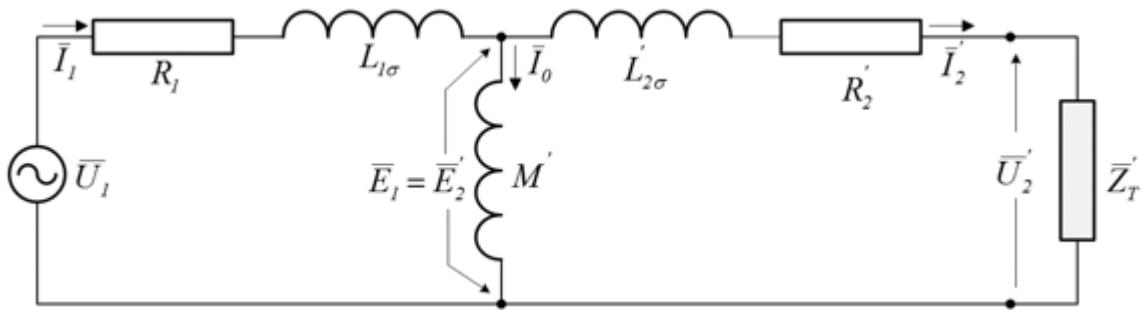
Analogno je:

$$R'_2 = n^2 R_2 , \quad X'_2 = n^2 X_2 , \quad L'_2 = n^2 L_2 , \quad L'_{2\sigma} = n^2 L_{2\sigma} = L'_2 - M' , \\ M' = nM , \quad Z'_T = n^2 Z_T .$$

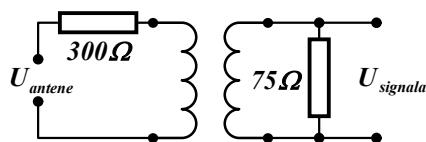
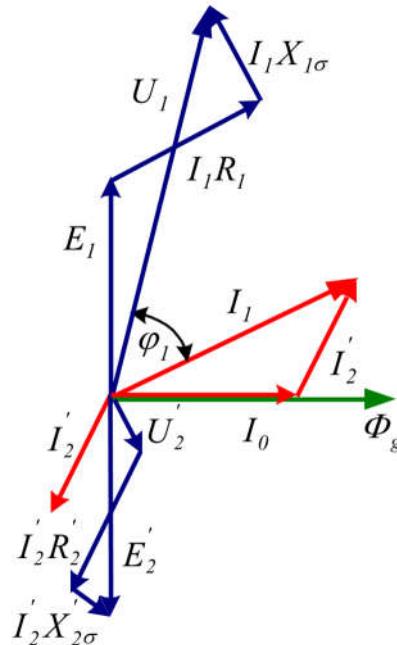
Uvrste li se reducirane vrijednosti u jednadžbe transformatora dobije se:

$$\begin{aligned} \bar{U}_1 &= \bar{I}_1 R_1 + j\omega L_{1\sigma} \bar{I}_1 + j\omega M' \bar{I}_0 \\ -\bar{U}'_2 &= \bar{I}'_2 R'_2 + j\omega L'_{2\sigma} \bar{I}'_2 - j\omega M' \bar{I}_0 \\ \bar{I}_1 &= \bar{I}_0 + \bar{I}'_2 . \end{aligned}$$

Pripadna nadomjesna shema transformatora kao T-četveropola reducirano na primarnu stranu:



Fazorski dijagram za slučaj trošila induktivnog trošila:



- 3 TV antena na krovu kuće povezana je kabelom impedancije 300Ω s TV prijamnikom u dnevnom boravku. Antenski ulaz na TV prijamniku ima impedanciju od 75Ω . Kako bi se postigao maksimalan prijenos snage od antene do televizora, potrebno je umetnuti idealni transformator između antene i TV-a. Odredite potrebni prijenosni omjer trafa.

Rješenje:

$$R_{antene} = A^2 R_{TV}$$

$$300 = A^2 \cdot 75$$

$$A=2$$

- 4 Transformator s feromagnetskom jezgrom od trafo limova presjeka $S=50 \text{ cm}^2$ ima $N_1=250$, $N_2=3000$ namotaja. Primarni namot spojen je na mrežu $U=220 \text{ V}, f=50 \text{ Hz}$. Odredite:
- magnetsku indukciju u jezgri B_m i inducirani EMS E_2 u sekundarnom namotu uz pretpostavku zanemarivih gubitaka u željezu i bakru i zanemariva rasipnog toka;
 - koeficijent korisnosti trafa η u %-tcima ako postoje gubici u željezu $P_{Fe}=52 \text{ W}$ i gubici u bakru $P_{Cu}=189 \text{ W}$, a transformator isporučuje trošilu snagu od 12 kW .

Rješenje:

a) $E_l = 4,44 N_l f B_{max} S$

$$E_l \approx U = 220V$$

$$B_{max} = \frac{U}{4,44 N_l f S} = \dots = 0,793 T$$

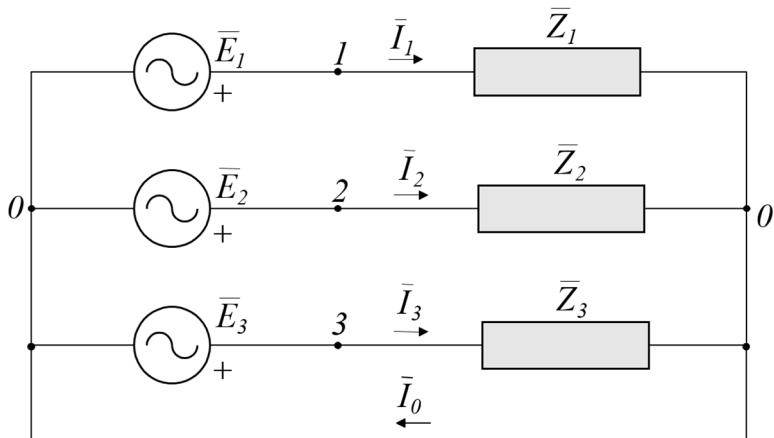
$$E_2 = 4,44 N_2 f B_{max} S = \dots = 2640,7 V \quad \text{ili} \quad E_2 = \frac{N_2}{N_l} E_l$$

b) $\eta = \frac{P_2}{P_2 + P_{Cu} + P_{Fe}} = \frac{12000}{12241} = 0,9803 \quad \eta(\%) = 98,03\%$

5 Nesimetrično trošilo u spoju zvijezda priključeno je na simetričnu trofaznu mrežu nultim vodom zanemarive impedancije. Nacrtajte nadomjesnu shemu sustava generator-trošilo, relacije za fazne napone i struje, napon nesimetrije i struju nultog voda. Nacrtajte fazorski dijagram naponu i struja.

Rješenje:

Shema trofaznoga nesimetričnog trošila u sustavu s nultim vodom zanemariva otpora:



Budući da su zvjezdišta (nulte točke) generatora 0 i trošila $0'$ međusobno spojena vodom zanemariva otpora, nalaze se na jednakom potencijalu, pa je: $\bar{U}_{0'0} = 0$.

Zato u svakoj fazi trošila djeluje odgovarajući napon faze generatora, tj. sustav naponu na trošilu je simetrični trofazni sustav naponu generatora:

$$\bar{U}_1 = \bar{E}_1, \quad \bar{U}_2 = \bar{E}_2, \quad \bar{U}_3 = \bar{E}_3.$$

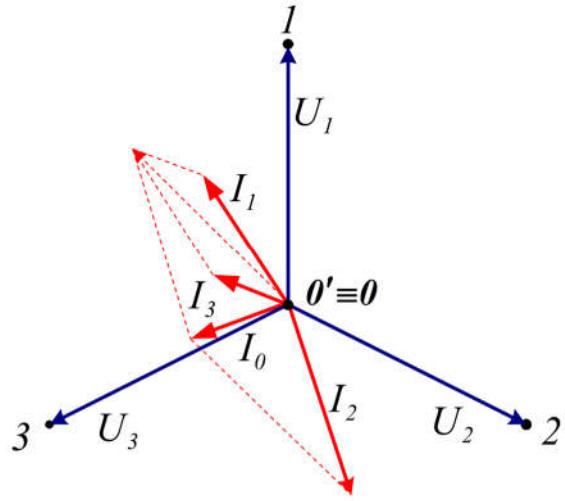
Kroz faze trošila teku fazne struje. Iako su efektivne vrijednosti faznih naponova jednake, iznosi tih struja su različiti zbog nesimetrije trošila:

$$\bar{I}_1 = \frac{\bar{U}_1}{Z_1}, \quad \bar{I}_2 = \frac{\bar{U}_2}{Z_2}, \quad \bar{I}_3 = \frac{\bar{U}_3}{Z_3}.$$

Različiti su i fazni kutovi između naponova i struja. Također ni fazni pomaci između struja ne zadržavaju međusobni odnos od 120° kao što je to slučaj s faznim naponima. Struja u nultom vodu jednaka je fazorskom zbroju faznih struja:

$$\bar{I}_0 = \bar{I}_1 + \bar{I}_2 + \bar{I}_3.$$

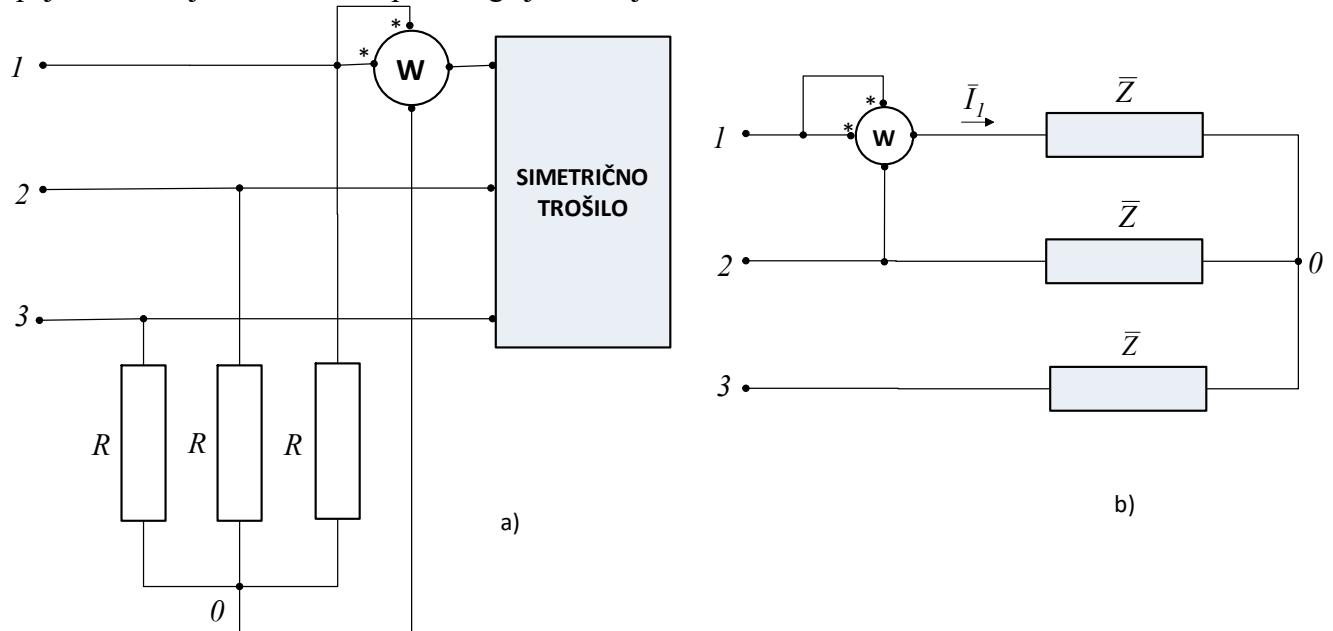
Fazorski dijagram:



- ❶ Ako je nulta točka simetričnoga trofaznog trošila nepristupačna, kako se može izvršiti mjerjenje napona i snage? Nacrtajte pripadne sheme i pokažite kako se iz očitanja vatmetra može odrediti ukupna snaga.

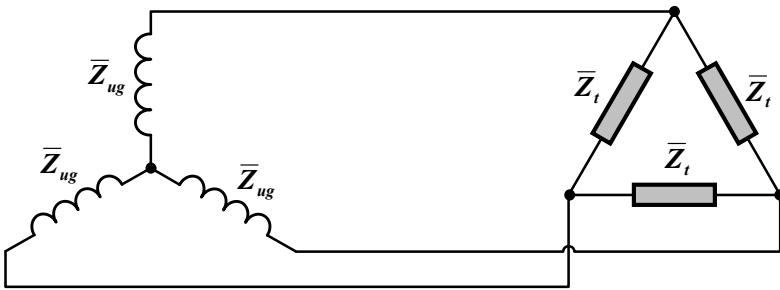
Rješenje:

Mjerjenje napona i snage može se izvesti i formiranjem tzv. umjetne (prividne) nule pomoću simetričnog zvijezda spoja triju jednakih otpornika R (Slika a)). Druga naponska stezaljka vatmetra spaja se na umjetnu nulu. Ukupna snaga jednaka je $P_{uk} = 3P_W$.



Mjerjenje se može vršiti i prema Slici b), spajanjem stezaljka vatmetra na linijski napon. Tada je:
 $P_W = \operatorname{Re}(\bar{U}_{12}\bar{I}_1^*) = \sqrt{3}U_f I_f \cos \varphi$,

pa je ukupna snaga $\sqrt{3}$ puta veća od očitanja vatmetra, tj. $P_{uk} = \sqrt{3}P_W$.



7 Na trofazni generator čija je unutarnja impedancija po fazi $\bar{Z}_{ug} = (1 + j2)\Omega$ priključeno je simetrično trošilo spojeno u trokut. Kolika mora biti impedancija trošila \bar{Z}_t da bi bio ispunjen uvjet prilagodbe snage?

Rješenje:

Nakon pretvorbe impedancije trošila u zvijezdu:

$$\bar{Z}_{ug}^* = \frac{1}{3} \bar{Z}_t \quad \Rightarrow \quad \bar{Z}_t = 3 \bar{Z}_{ug}^* = (3 - j6) \Omega$$

8 Simetrično trofazno trošilo spojeno u zvijezdu uzima iz mreže snagu P_1 . Kada dođe do prekida jednog linijskog voda, snaga je P'_1 . Ako se isto trošilo prespoji u trokut, pripadne snage su P_2 (u normalnim uvjetima) i P'_2 (pri prekidu jednog linijskog voda). Odredite omjere:

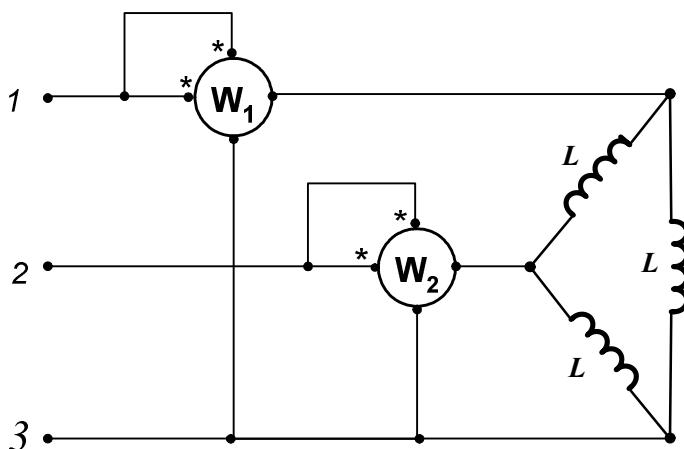
- a) P'_1/P_1
- b) P'_2/P_2
- c) P'_1/P'_2 .

Rješenje:

a) $P_1 = 3 \frac{U_f^2}{R} \quad \Rightarrow \quad P'_1 = \frac{U_L^2}{2R} = \frac{3U_f^2}{2R} = \frac{1}{2}P_1 \quad \Rightarrow \quad \frac{P'_1}{P_1} = \frac{1}{2}$

b) $P_2 = 3 \frac{U_L^2}{R} = \frac{9U_f^2}{R} = 3P_1 \quad \Rightarrow \quad P'_2 = \frac{U_L^2}{R} + \frac{U_L^2}{2R} = \frac{3U_L^2}{2R} = \frac{1}{2}P_2 \quad \Rightarrow \quad \frac{P'_2}{P_2} = \frac{1}{2}$

c) $\frac{P'_1}{P'_2} = \frac{\frac{1}{2}P_1}{\frac{1}{2}P_2} = \frac{P_1}{3P_2} = \frac{1}{3}$



9 Snaga simetričnoga trofaznog trošila mjeri se Aronovim spojem prema slici. Kakva će biti očitanja vatmetara W_1 i W_2 :

- a) jednaka i suprotnog predznaka
- b) jednaka nuli
- c) jednaka i istog predznaka
- d) $P_{W1} < P_{W2}$
- e) $P_{W1} > P_{W2}$?

Dokažite izabranu tvrdnju.

Rješenje:

Iz fazorskog dijagrama faznih i linijskih napona i struja simetričnog sustava je:

$$\bar{U}_{13} = -\bar{U}_{31} = U_L e^{j150^\circ} \cdot e^{j180^\circ} = U_L e^{-j30^\circ}, \quad \bar{U}_{23} = U_L e^{-j90^\circ}$$

$$\bar{I}_1 = I_L e^{j\varphi}, \quad \bar{I}_2 = I_L e^{\varphi-j120^\circ}.$$

Vatmetri pokazuju:

$$P_{W_1} = \operatorname{Re}(\bar{U}_{13}\bar{I}_1^*) = \operatorname{Re}(U_L e^{-j30^\circ} \cdot I_L e^{-j\varphi}) = U_L I_L \cos(30^\circ + \varphi)$$

$$P_{W_2} = \operatorname{Re}(\bar{U}_{23}\bar{I}_2^*) = \operatorname{Re}(U_L e^{-j90^\circ} \cdot I_L e^{-\varphi+j120^\circ}) = U_L I_L \cos(30^\circ - \varphi)$$

Zbog čistog induktivnog otpora kut $\varphi=90^\circ$.

$$P_{W_1} = U_L I_L \cos(30^\circ + 90^\circ) = -\frac{1}{2} U_L I_L$$

$$P_{W_2} = U_L I_L \cos(30^\circ - 90^\circ) = \frac{1}{2} U_L I_L$$

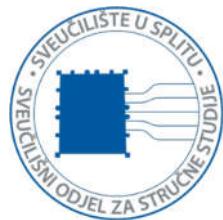
a) jednaka i suprotnog predznaka

- ⑩ Neki nesimetrični sustav napona $\bar{U}_1, \bar{U}_2, \bar{U}_3$ rastavljen je na simetrične komponente. Određene su direktna, inverzna i nulta komponenta napona \bar{U}_1 : $\bar{U}_{1d} = \bar{U}_{1i} = \bar{U}_{10} = j10$. Odredite nesimetrični napon \bar{U}_2 .

Rješenje:

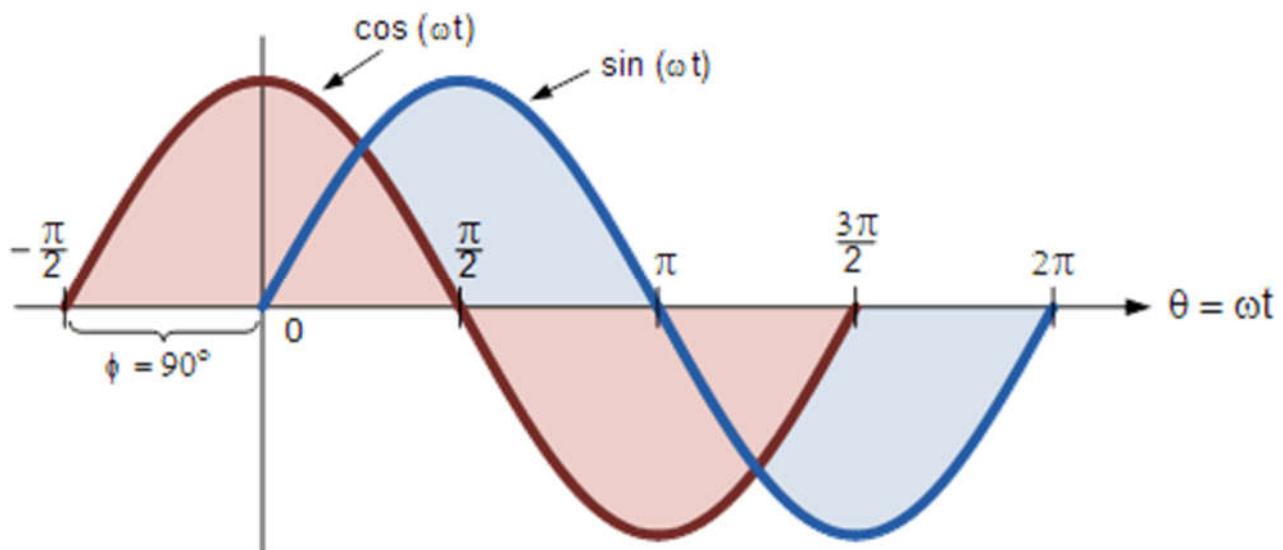
$$\bar{U}_1 = a^2 \bar{U}_d + a \bar{U}_i + \bar{U}_0$$

$$\bar{U}_1 = e^{-j120^\circ} \cdot 10e^{j90^\circ} + e^{j120^\circ} \cdot 10e^{j90^\circ} + 10e^{j90^\circ} = \dots = 0$$



Ljubomir Malešević

ZBIRKA ZADATAKA S PISMENIH ISPITA IZ OSNOVA ELEKTROTEHNIKE II



STRUČNI STUDIJI ELEKTRONIKE I ELEKTROENERGETIKE

SPLIT, 2018.

PREDGOVOR

Zbirka s primjerima pismenih ispita dio je nastavnih materijala iz kolegija Osnove elektrotehnike II. Izrađena je za studente stručnih studija elektroenergetike i elektronike na Odsjeku za elektrotehniku Sveučilišnog odjela za stručne studije Sveučilišta u Splitu.

Zbirka sadrži 30 primjera pismenih ispita, s ukupno 180 zadataka, što su se održavali na stručnim studijima elektronike i elektroenergetike. Za svaki ispit u drugom dijelu zbirke navedena su odgovarajuća završna rješenja. U nastavku su dana dva primjera pismenih ispita s potpunim rješenjima.

Pismeni (praktični) ispit sastoji se od šest (6) zadataka. Po dva su zadatka iz svakoga od triju područja, kako slijedi:

1. trenutačne i srednje vrijednosti izmjeničnih veličina, izmjenične mreže (fazorska i simbolička metoda)
2. četveropoli, rezonancija, svitci s feromagnetskom jezgrom
3. transformatori, trofazni sustavi, obrtno magnetsko polje.

Svaki zadatak ima odgovarajuću težinu izraženu u postotcima (%). Za pristupanje teorijskom ispitu potrebno je rješiti 50 % od ponuđenih zadataka na praktičnome dijelu ispita. Najmanje dva zadatka iz dvaju različitih područja moraju biti u potpunosti točno riješena.

Ispit se održava u zimskim i jesenskim ispitnim rokovima/terminima u trajanju od dva sata (120 minuta). Pozitivno ocijenjen ispit vrijedi tijekom cijele tekuće akademske godine, a postaje valjan tek kada se položi teorijski dio ispita.

Ispitu mogu pristupiti samo studenti koji imaju zadovoljenu kvotu prethodnih aktivnosti (nazočnost nastavi, laboratorijske vježbe ...).

Sastavni su dio ovih nastavnih materijala skripta koja sadrže gradivo s predavanja iz Osnova elektrotehnike II (OE II) i slajdovi s PowerPoint prezentacijom gradiva koje se studentima iznosi na predavanjima.

Kao dopuna za pripremu pismenog ispita preporučuje se:

- Lj. Malešević: *Zbirka pitanja i zadataka s usmenih ispita iz OE II*, web-izdanje (Moodle), Sveučilišni odjel za stručne studije Sveučilišta u Splitu, Split, 2018.
- Lj. Malešević: *Zbirka pitanja i zadataka s kolokvija iz OE II*, web-izdanje (Moodle), Sveučilišni odjel za stručne studije Sveučilišta u Splitu, Split, 2018.

AUTOR

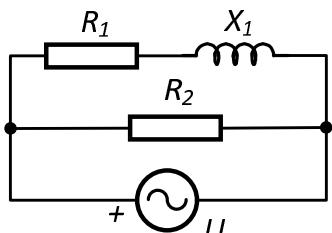
SADRŽAJ

1. PISMENI ISPIT IZ OSNOVA ELEKTROTEHNIKE II	1
2. PISMENI ISPIT IZ OSNOVA ELEKTROTEHNIKE II	2
3. PISMENI ISPIT IZ OSNOVA ELEKTROTEHNIKE II	3
4. PISMENI ISPIT IZ OSNOVA ELEKTROTEHNIKE II	4
5. PISMENI ISPIT IZ OSNOVA ELEKTROTEHNIKE II	5
6. PISMENI ISPIT IZ OSNOVA ELEKTROTEHNIKE II	6
7. PISMENI ISPIT IZ OSNOVA ELEKTROTEHNIKE II	7
8. PISMENI ISPIT IZ OSNOVA ELEKTROTEHNIKE II	8
9. PISMENI ISPIT IZ OSNOVA ELEKTROTEHNIKE II	9
10. PISMENI ISPIT IZ OSNOVA ELEKTROTEHNIKE II	10
11. PISMENI ISPIT IZ OSNOVA ELEKTROTEHNIKE II	11
12. PISMENI ISPIT IZ OSNOVA ELEKTROTEHNIKE II	12
13. PISMENI ISPIT IZ OSNOVA ELEKTROTEHNIKE II	13
14. PISMENI ISPIT IZ OSNOVA ELEKTROTEHNIKE II	14
15. PISMENI ISPIT IZ OSNOVA ELEKTROTEHNIKE II	15
16. PISMENI ISPIT IZ OSNOVA ELEKTROTEHNIKE II	16
17. PISMENI ISPIT IZ OSNOVA ELEKTROTEHNIKE II	17
18. PISMENI ISPIT IZ OSNOVA ELEKTROTEHNIKE II	18
19. PISMENI ISPIT IZ OSNOVA ELEKTROTEHNIKE II	19
20. PISMENI ISPIT IZ OSNOVA ELEKTROTEHNIKE II	20
21. PISMENI ISPIT IZ OSNOVA ELEKTROTEHNIKE II	21
22. PISMENI ISPIT IZ OSNOVA ELEKTROTEHNIKE II	22
23. PISMENI ISPIT IZ OSNOVA ELEKTROTEHNIKE II	23
24. PISMENI ISPIT IZ OSNOVA ELEKTROTEHNIKE II	24
25. PISMENI ISPIT IZ OSNOVA ELEKTROTEHNIKE II	25
26. PISMENI ISPIT IZ OSNOVA ELEKTROTEHNIKE II	26
27. PISMENI ISPIT IZ OSNOVA ELEKTROTEHNIKE II	27
28. PISMENI ISPIT IZ OSNOVA ELEKTROTEHNIKE II	28
29. PISMENI ISPIT IZ OSNOVA ELEKTROTEHNIKE II	29
30. PISMENI ISPIT IZ OSNOVA ELEKTROTEHNIKE II	30
Završna rješenja zadataka.....	31
Primjeri potpunih rješenja zadataka.....	48

1. PISMENI ISPIT IZ OSNOVA ELEKTROTEHNIKE II

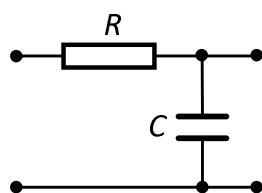
- ❶ Napon \bar{U} zadan je kompleksnim izrazom $\bar{U} = \frac{2-j2}{1+j1}$. Odredite trenutačnu vrijednost napona u trenutku $t=0$.

(15 %)



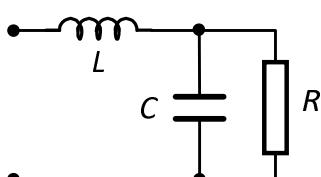
- ❷ Za spoj prema slici zadano je: $R_1=3 \Omega$, $X_1=4 \Omega$, $R_2=10 \Omega$. Kolika je snaga P_1 na otporu R_1 ako je ukupna snaga $P=1100 W$?

(15 %)



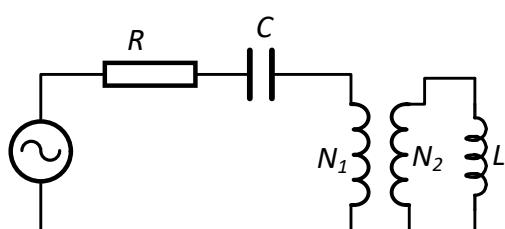
- ❸ Odredite konstante četveropola prema slici te ulaznu impedanciju u pokusu kratkog spoja, odnosno praznog hoda. Zadano je: $R=X_C=10 \Omega$.

(20 %)



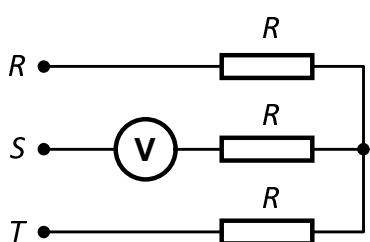
- ❹ Ulazna impedancija spoja prema slici pri frekvenciji $f=0$ iznosi 5Ω . Ako je pri rezonantnoj frekvenciji ulazna impedancija $2,5 \Omega$, odredite X_L i X_C .

(20 %)



- ❺ Odredite prijenosni omjer N_1/N_2 idealnog transformatora potreban da se u krugu prema slici pri frekvenciji $\omega=1000 \text{ rad/s}$ postigne struja primara od $0,1 A$. Zadano je: $U=100 V$, $R=1 k\Omega$, $C=1 nF$, $L=0,1 H$.

(15 %)



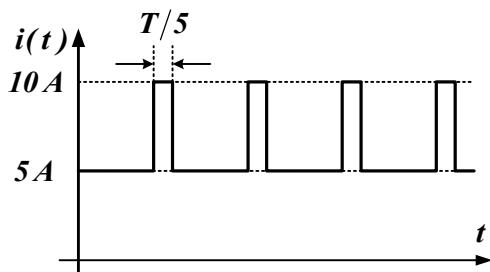
- ❻ Koliki je fazni napon trofaznog izvora ako idealni voltmeter pokazuje $120 V$?

(15 %)

2. PISMENI ISPIT IZ OSNOVA ELEKTROTEHNIKE II

- 1 Kroz idealni svitak induktivnosti $0,318 \text{ H}$ teče struja $i(t)=2,55\sin 314t$. Kolika je efektivna vrijednost napona na svitku?

(15 %)

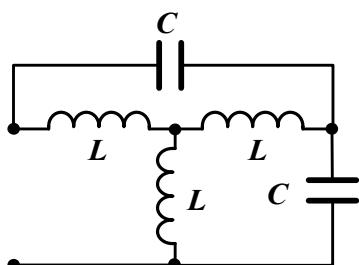


- 2 Za zadani valni oblik struje odredite njenu efektivnu vrijednost.

(15 %)

- 3 Serijski RC spoj priključen je na izvor frekvencije f na kojoj je $R=X_C$. Ako se uz istu amplitudu napona frekvencija poveća na $3f$, odredite odnos radne snage na višoj prema radnoj snazi na nižoj frekvenciji.

(20 %)

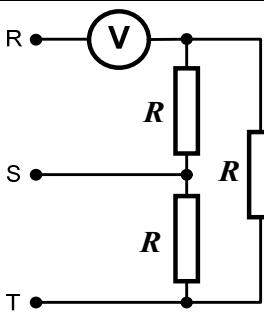


- 4 Odredite rezonantnu frekvenciju sklopa prema slici.

(20 %)

- 5 Transformator s $P_2=200 \text{ kVA}$ ima gubitke praznog hoda $P_0=1600 \text{ W}$ i gubitke kratkog spoja $P_k=2200 \text{ W}$. Koliki je koeficijent korisnosti η pri 25 % opterećenja i $\cos \varphi_2=0,7$?

(15 %)

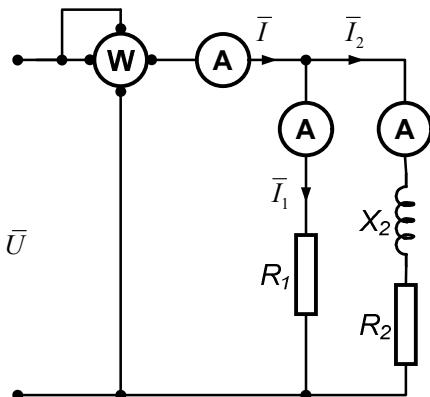


- 6 Odredite pokazivanje idealnog voltmetra ako je linijski napon 380 V ?

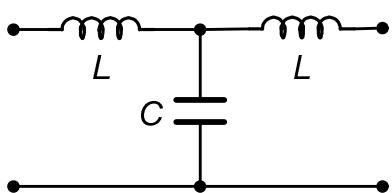
(15 %)

3. PISMENI ISPIT IZ OSNOVA ELEKTROTEHNIKE II

- ❶ Kroz svitak priključen na istosmjerni napon od 12 V teče struja od 6 A . Kada se svitak priključi na izmjenični napon od 12 V , frekvencije 50 Hz , jakost struje je 2 A . Odredite induktivnost svitka.
(15 %)



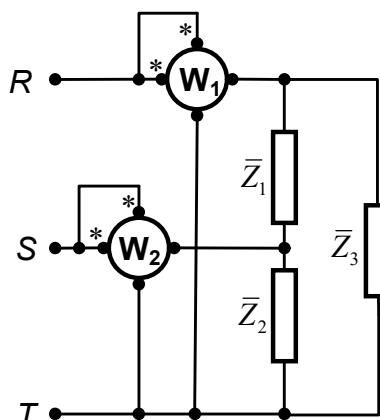
- ❷ Na napon $\bar{U}=160e^{j0}\text{ V}$ priključeni su $R_1=20\Omega$, $R_2=12\Omega$ i $X_2=16\Omega$. Odredite pokazivanja svih instrumenata.
(15 %)



- ❸ Odredite konstante i karakterističnu impedanciju četveropola ako je zadano: $\omega=10^3\text{ rad/s}$, $L=10\text{ mH}$, $C=10\mu\text{F}$.
(20 %)

- ❹ Titrani krug sastavljen je od zavojnice induktivnosti $400\mu\text{H}$ i pločastog kondenzatora kojem je površina ploče 5 cm^2 , a udaljenost između ploča 1 cm . Između ploča je zrak. Odredite rezonantnu frekvenciju titravnog kruga.
(10 %)

- ❺ Transformator nominalne snage $P=25\text{ kVA}$, napona $U=500\text{ V}$, napaja trošilo s $P_p=12\text{ kW}$ i $\cos\varphi_p=0,6\text{ ind}$. U svrhu potpunog opterećenja transformatora paralelno trošilu vezuje se otpor R . Odredite potrebnu vrijednost tog otpora i novi $\cos\varphi$ kruga.
(20 %)

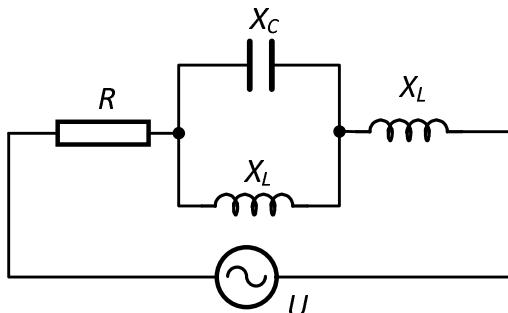


- ❻ Na trofaznu mrežu linijskog napona 380 V priključen je trokut otpora: $\bar{Z}_1=(10+j10)\Omega$, $\bar{Z}_2=(20-j20)\Omega$, $\bar{Z}_3=(10-j20)\Omega$. Odredite struje kroz svaku impedanciju, očitanje vatmetara i ukupnu aktivnu snagu.
(20 %)

4. PISMENI ISPIT IZ OSNOVA ELEKTROTEHNIKE II

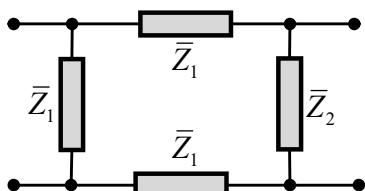
- ❶ Induktivno trošilo uzima pri naponu od 200 V snagu $\bar{P}=(2+j1,5) \text{ kVA}$. Odredite parametre trošila R_s i X_{Ls} u serijskom, odnosno R_p i X_{Lp} u paralelnom spoju.

(15 %)



- ❷ Kolika je aktivna i reaktivna snaga kruga ako je $u(t)=10\cos 10^5 t \text{ (V)}$, $X_L=2X_C$, $R=10 \Omega$.

(15 %)



- ❸ Odredite parametre četveropola ako je $Z_1=(1+j) \Omega$, $Z_2=(0,5-j0,5) \Omega$.

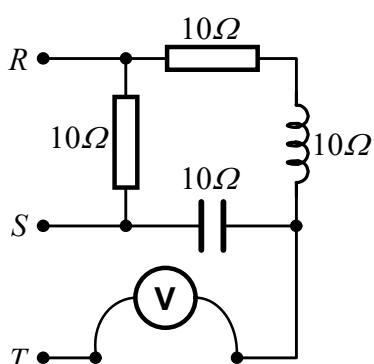
(20 %)

- ❹ Električni titrajni krug sastavljen od idealne zavojnice i promjenljivog kondenzatora. Za koliki je faktor potrebno promijeniti kapacitivnost da se titrajna frekvencija udvostruči?

(10 %)

- ❺ Linearni transformator ima $R_1=18 \Omega$, $R_2=450 \Omega$, $L_1=0,08 \text{ H}$, $L_2=0,9 \text{ H}$, $M=0,2 \text{ H}$, $N_1/N_2=1/4$. Pri frekvenciji $\omega=2000 \text{ rad/s}$ transformator uzima iz mreže struju $I_1=1 \text{ A}$ pri $U_1=150 \text{ V}$ i $\cos\varphi_1=0,65 \text{ ind}$. Izračunajte struje \bar{I}_1 i \bar{I}_2 te \bar{U}_2 u eksponencijalnom obliku. Napomena: Redukciju izvršite na sekundar s \bar{U}_1 kao referentnim vektorom.

(20 %)



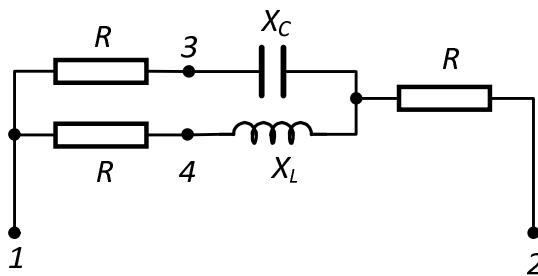
- ❻ Trošilo je spojeno na trofaznu mrežu linijskog napona 200 V . Vodič faze T je u prekidu. Što će pokazivati idealni voltmeter spojen na mjestu prekida?

(20 %)

5. PISMENI ISPIT IZ OSNOVA ELEKTROTEHNIKE II

- ❶ Kroz otpornik $R=22 \Omega$ teče vremenski promjenljiva struja $i(t)=0,5+0,5\sin\omega t$. Kolika je srednja snaga na otporniku?

(20 %)

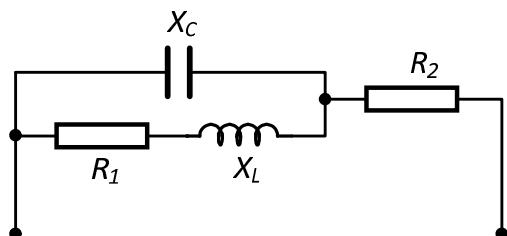


- ❷ Odredite napon \bar{U}_{12} ako je napon $\bar{U}_{34}=j17,3 V$, a $X_L = X_C = R\sqrt{3}$.

(20 %)

- ❸ Ulagana struja kratkog spoja četveropola je $\bar{I}_{lk}=8e^{j30} A$, a parametar $\bar{A}_{22}=-4j$. Ako je izlaz četveropola kratko spojen, odredite trenutačnu vrijednost izlazne struje.

(15 %)



- ❹ Za koju će vrijednost X_C u mreži nastupiti rezonancija ako je $R_1=10 \Omega$, $R_2=15 \Omega$, $X_L=10 \Omega$?

(15 %)

- ❺ U nominalnim uvjetima transformator ima gubitke u željezu P_{Fe} i gubitke u bakru P_{Cu} . Napon na primaru smanji se na $0,5 U_n$, a istovremeno se zamijeni trošilo tako da struje u primarnom i sekundarnom zavoju ostanu nepromijenjene. Koliki će u tim uvjetima biti gubitci u bakru i željezu, P_{Cu} i P_{Fe} ?

(15 %)

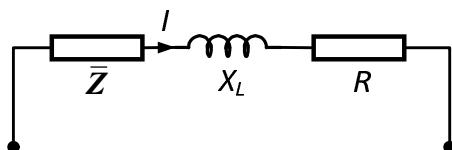
- ❻ Fazna impedancija simetričnoga trofaznog trošila spojenoga u zvijezdu iznosi $\bar{Z}_z=11 \Omega$. Na istu trofaznu mrežu priključeno je i drugo simetrično trošilo spojeno u trokut. Odredite faznu impedanciju trokuta \bar{Z}_t uz uvjet da efektivne vrijednosti linijskih struja oba trošila budu jednake.

(15 %)

6. PISMENI ISPIT IZ OSNOVA ELEKTROTEHNIKE II

- ❶ Na krug koji se sastoji od dviju paralelnih grana narinut je napon $u(t)=14,1\cos(100t+30^\circ)$, a ukupna struja je $i(t)=7,07\sin(100t+120^\circ)$. U jednoj grani nalazi se otpornik $R=4 \Omega$. Odredite iznos i karakter nepoznatog elementa koji se nalazi u drugoj grani.

(15 %)

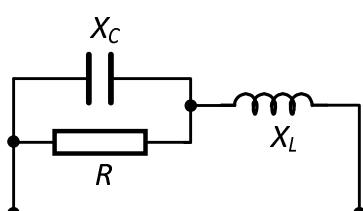


- ❷ U krugu prema slici prividna snaga je $S=36,44 \text{ VA}$, a faktor snage $\cos\varphi=0,8575$ kapac. Odredite vrijednost impedancije \bar{Z} ako u krugu teče struja $I=2,5 \text{ A}$. Zadano je: $X_L=2 \Omega$, $R=5 \Omega$.

(20 %)

- ❸ Ulagne impedancije simetričnog četveropola za slučajeve kratkog spoja i praznog hoda dobivene su mjeranjem i iznose: $\bar{Z}_{ul_{KS}} = 10e^{j30^\circ} \Omega$, $\bar{Z}_{ul_{PH}} = 10e^{j90^\circ} \Omega$. Odredite konstantu četveropola \bar{A}_{II} .

(20 %)

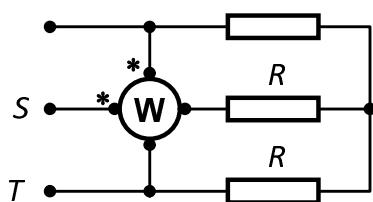


- ❹ Kolika mora biti reaktancija X_L da bi krug bio u rezonanciji ako je $R=X_C=10 \Omega$?

(15 %)

- ❺ Koliki su gubitci u željezu pri nominalnom radu transformatora ako pri nominalnom naponu na primaru i odspojenom sekundaru transformator uzima iz mreže struju $I_0=6 \text{ A}$? Kut gubitaka jezgre je 30° , a nominalni napon $U_{In}=110 \text{ V}$. Koliki su parametri ekvivalentne sheme R_0 i X_0 ? Uzeti da je $E_1 \approx U_1$.

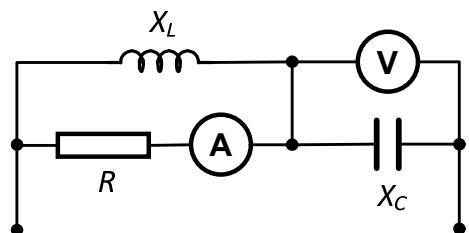
(15 %)



- ❻ Odredite pokazivanje vatmetra.

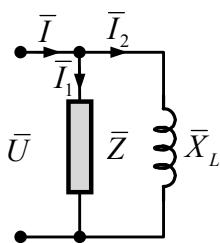
(15 %)

7. PISMENI ISPIT IZ OSNOVA ELEKTROTEHNIKE II



- ❶ Zadano je $X_C=2R=2X_L=10 \Omega$. Ako voltmeter pokazuje $141 V$, koliko je pokazivanje ampermetra?

(15 %)

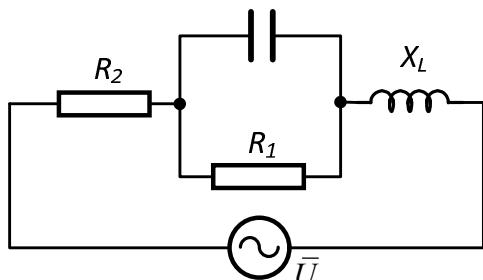


- ❷ U paralelnom spoju prema slici sve su struje jednake po iznosu: $I_1=I_2=I=8 A$. Odredite impedanciju \bar{Z} ako je $U=160 V$.

(15 %)

- ❸ Ulagne impedancije simetričnog četveropola za slučajeve kratkog spoja i praznog hoda dobivene su mjeranjem i iznose: $\bar{Z}_{ul_{KS}} = 10e^{j30^\circ} \Omega$, $\bar{Z}_{ul_{PH}} = 10e^{-j90^\circ} \Omega$. Odredite konstantu četveropola \bar{A}_{II} .

(15 %)

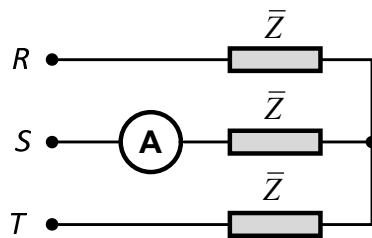


- ❹ Odredite R_1 da bi krug bio u rezonanciji. Kolika struja teče krugom u tom slučaju ako je $R_2=X_C=20 \Omega$, $X_L=10 \Omega$, $U=220 V$?

(20 %)

- ❺ Na svitku s feromagnetskom jezgrom izmjerene su vrijednosti: $P=200 W$, $I=4 A$. Svitak je priključen na napon $U=220 V$, $f=50 Hz$. Rasipanje toka je zanemarivo. Ako je otpor svitka $R_{cu}=5 \Omega$, koliki je nadomjesni otpor željeza R_{Fe} ?

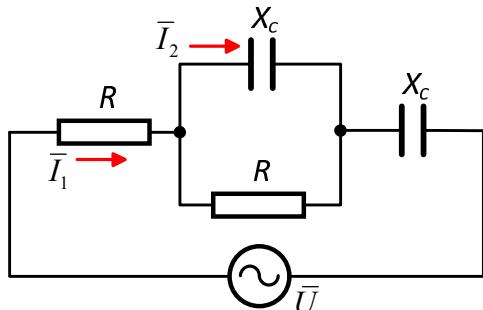
(20 %)



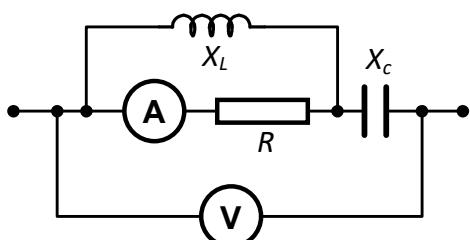
- ❻ Ampermetar mjeri struju od $2,89 A$. Koliku će struju pokazivati ako se faza T nađe u kratkom spoju?

(15 %)

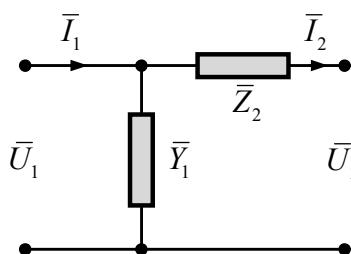
8. PISMENI ISPIT IZ OSNOVA ELEKTROTEHNIKE II



- ❶ Odredite fazni pomak između struja \bar{I}_1 i \bar{I}_2 ako je odnos amplituda tih struja $I_1/I_2=1,414$. (15 %)

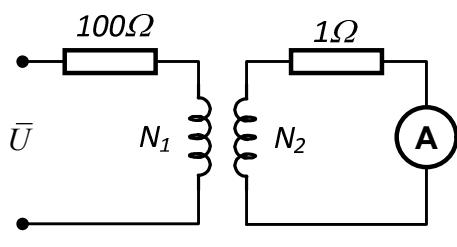


- ❷ Ampermetar mjeri struju od 1 A. Koliko je pokazivanje voltmetra ako je $X_L=X_C=R=20 \Omega$? (15 %)

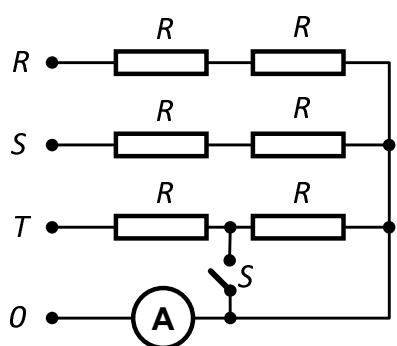


- ❸ Izrazite konstante (parametre) četveropola pomoću zadanih vrijednosti admitancije \bar{Y}_1 i impedancije \bar{Z}_2 . (15 %)

- ❹ Otpor $R=0,1 \Omega$ i admitancija $\bar{Y}=(10-j10)S$ spojeni su paralelno. Odredite veličinu i karakter susceptancije B koja se serijski vezuje na zadanu paralelnu kombinaciju, da bi cijelokupni spoj bio u rezonanciji. (20 %)



- ❺ Idealni transformator ima odnos broja zavoja $N_1 : N_2 = 10 : 1$. Napon na primaru je $\bar{U}=100e^{j0} V$. Odredite struju koju mjeri ampermetar u sekundarnom krugu. (15 %)

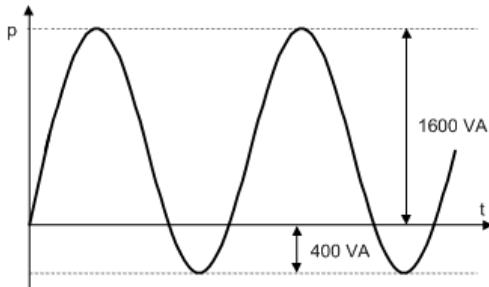


- ❻ Što će pokazivati ampermetar nakon zatvaranja sklopke S ? Zadano je: $U_f=220 V$, $R=11 \Omega$. (20 %)

9. PISMENI ISPIT IZ OSNOVA ELEKTROTEHNIKE II

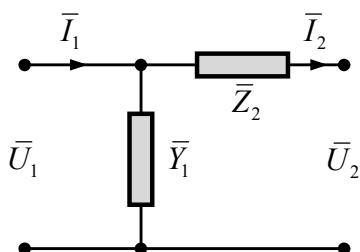
- ❶ Trenutačne vrijednosti struje i napona na trošilu su: $i=10\cos(314t-10^\circ)$, $u=100\sin(314t+20^\circ)$. Odredite parametre trošila G i B .

(15 %)



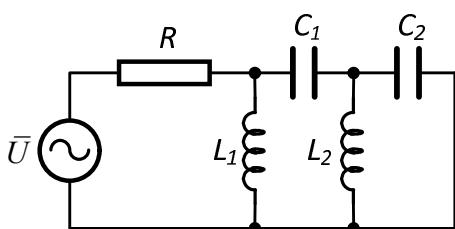
- ❷ Promjena trenutačne snage nekog trošila prikazana je na slici. Iz podataka na slici odredite faktor snage $\cos\varphi$ trošila.

(15 %)



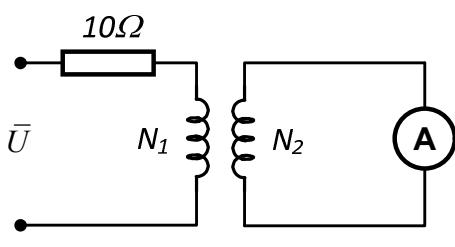
- ❸ Izrazite admitanciju \bar{Y}_l i impedanciju \bar{Z}_2 preko odgovarajućih parametara četveropola.

(15 %)



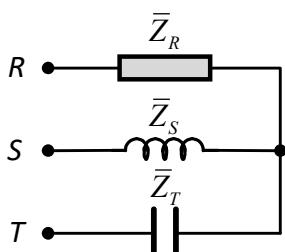
- ❹ Za krug prema slici zadano je: $E=10 \text{ V}$, $R=8 \Omega$, $L_1=5 \text{ mH}$, $C_1=0,3 \mu\text{F}$, $C_2=5 \mu\text{F}$, $\omega=500 \text{ s}^{-1}$. Kolika mora biti induktivnost L_2 da struja kroz C_1 bude jednaka nuli?

(20 %)



- ❺ Idealni transformator ima odnos broja zavoja $N_1 : N_2 = 1 : 5$. Napon na primaru je $\bar{U}=10e^{j0} \text{ V}$. Odredite struju koju mjeri ampermetar u sekundarnom krugu.

(15 %)



- ❻ Trošilo u zvijezda spoju s impedancijama $\bar{Z}_R=10 \Omega$, $\bar{Z}_S=j10 \Omega$, $\bar{Z}_T=-j10 \Omega$ spojeno je na simetrični trofazni generator faznog napona 100 V , bez nultog voda. Odredite ukupnu djelatnu snagu trošila.

(20 %)

10. PISMENI ISPIT IZ OSNOVA ELEKTROTEHNIKE II

❶ Kroz trošilo $\bar{Z} = 15e^{-j90^\circ} \Omega$ teče struja efektivne vrijednosti $I = 2,83 A$. Napišite izraz za trenutačnu vrijednost napona na trošilu ako je početna faza struje 18° .

(15 %)

❷ Čisti radni i čisti induktivni otpor vezani su serijski na izvor izmjeničnog napona od $100 V$. Voltmetar pokazuje jednak otklon kada se priključi samo na radni ili samo na induktivni otpor. Koliki otklon pokazuje voltmetar?

(15 %)

❸ Induktivno trošilo otpora $R = 10 \Omega$, induktivnosti $L = 0,1 H$, priključeno je na izmjenični napon kružne frekvencije $\omega = 1000 \text{ rad/s}$. Koliku kapacitivnost kondenzatora C treba vezati paralelno trošilu da bi faktor snage bio maksimalan?

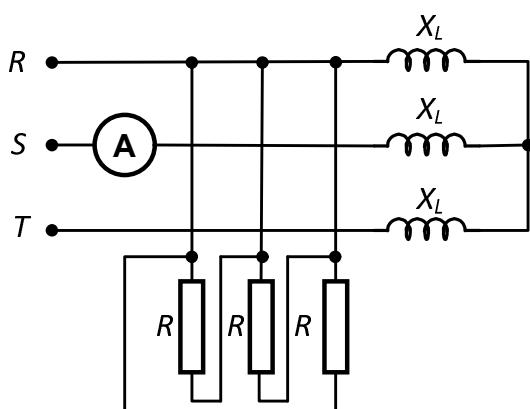
(15 %)

❹ Za svitak s feromagnetskom jezgrom mjeranjem su dobivene sljedeće vrijednosti: $U = 220 V$, $f = 50 \text{ Hz}$, $I = 10 A$, $P = 400 W$. Ako se zna da je $P_{Fe} = 3P_{Cu}$, odredite parametre nadomjesne sheme svitka R_{Cu} , R_{Fe} , X_{Fe} , I_g , I_μ . Rasipanje je zanemarivo.

(15 %)

❺ Idealni transformator prijenosnog omjera $N_1/N_2 = 12$ opterećen je otporom $R = 10 \Omega$. Primar je priključen na izvor $U = 120 V$, $f = 50 \text{ Hz}$. Unutarnji otpor izvora je $R_u = 60 \Omega$. Kolika je primarna struja? Kolika će biti struja na primaru i sekundaru ako je sekundar u kratkom spoju?

(20 %)



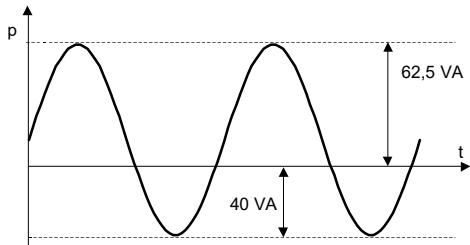
❻ Koliko je pokazivanje ampermetra u simetričnoj trofaznoj mreži ako je $U_L = 380 V$, $R = 30 \Omega$, $X_L = 10 \Omega$?

(20 %)

11. PISMENI ISPIT IZ OSNOVA ELEKTROTEHNIKE II

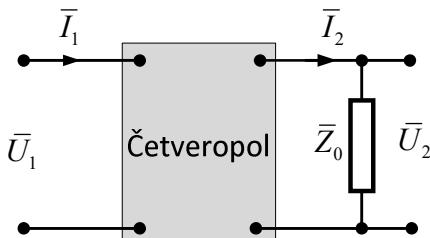
- ❶ Napon $u(t)=10\cos\omega t$ narinut je na serijski RLC krug. Ako je $R=5 \Omega$, $L=0,2 H$, $C=0,2 F$, za koliko će stupnjeva napon na otporniku zaostajati ili prethoditi u odnosu na ulazni napon ako je: a) $\omega=1 \text{ rad/s}$, b) $\omega=5 \text{ rad/s}$, c) $\omega=10 \text{ rad/s}$?

(15 %)



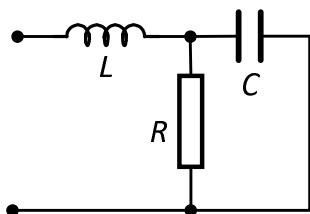
- ❷ Promjena trenutačne snage nekog trošila zadana je vremenskim dijagramom na slici. Ako je poznato $p_+=62,5 \text{ VA}$ i $p_-=40 \text{ VA}$, odredite reaktivnu snagu trošila.

(15 %)



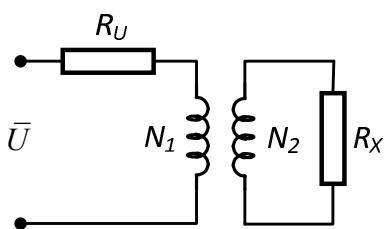
- ❸ Četveropol je opterećen karakterističnom impedancijom $\bar{Z}_0=20e^{-j75^\circ} \Omega$. Odredite početnu fazu ulaznog napona φ_u ako je početna faza ulazne struje $\varphi_i=40^\circ$.

(15 %)



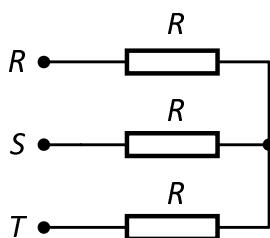
- ❹ Odredite formulu za rezonantnu frekvenciju ω kruga prema slici. Koji je izraz za rezonantnu frekvenciju ako $R \rightarrow \infty$?

(15 %)



- ❺ Idealni transformator ima odnos broja zavoja $N_1 : N_2 = 10 : 1$. Na primar traфа vezan je izvor U , unutarnjeg otpora $R_u=20 \Omega$. Koliki otpor R_X treba priključiti na sekundar da bi snaga na njemu bila maksimalna?

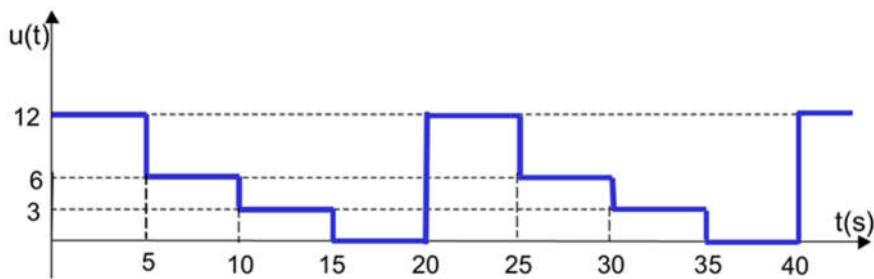
(15 %)



- ❻ Trofazno trošilo prema slici troši snagu P . Kada se otpor u nekoj od faza smanji na polovicu prvotne vrijednosti, trofazno trošilo uzima iz mreže snagu P' . Odredite omjer P'/P .

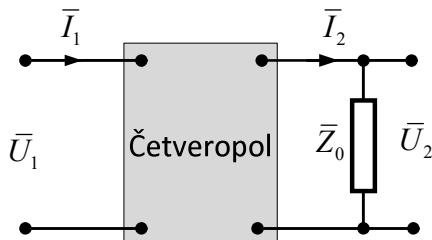
(25 %)

12. PISMENI ISPIT IZ OSNOVA ELEKTROTEHNIKE II

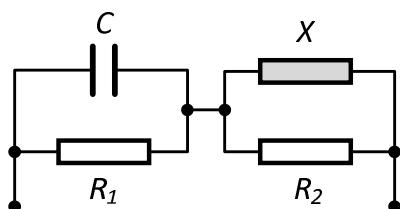


- ① Kolika je aritmetička srednja vrijednost napona prema slici? (15 %)

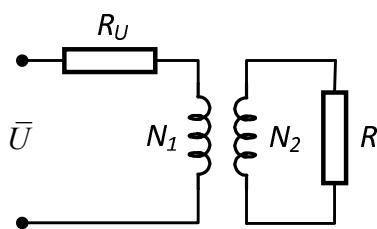
- ② Impedancija $\bar{Z}_0=10e^{j54} \Omega$ priključena je na napon $\bar{U}=100e^{j0} V$, frekvencije $f=50 Hz$. Odredite vremenski interval $t(ms)$ unutar kojeg je snaga u krugu pozitivna. (20 %)



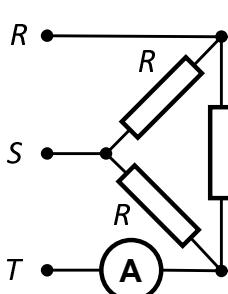
- ③ Za simetrični četveropol opterećen karakterističnom impedancijom zadano je: $\bar{U}_1=141e^{j90} V$, $\bar{A}_{12}=5e^{j60} \Omega$, $\bar{A}_{21}=0,2e^{j30} \Omega$, $\omega=314 rad/s$. Odredite trenutačnu vrijednost ulazne struje $i_1(t)$. (15 %)



- ④ Odredite reaktanciju X (iznos i karakter) uz uvjet da ulazna impedancija u sklop prema slici bude djelatnog karaktera i iznosa 1Ω . Zadano je: $R_1=R_2=1 \Omega$, $C=1 mF$, $\omega=500 rad/s$. (20 %)



- ⑤ Zadan je naponski izvor $U=10 V$, unutarnjeg otpora $R_u=1800 \Omega$. Djelatno trošilo $R=50 \Omega$ spojeno je na izvor pomoću transformatora koji se može smatrati idealnim. Koliki mora biti prijenosni omjer primarnih i sekundarnih zavoja (N_1/N_2) da bi snaga na trošilu bila maksimalna? Kolika je ta snaga? (15 %)



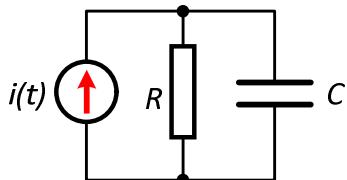
- ⑥ Na trofazni generator s $U_L=100 V$ priključeno je trošilo s $R=10 \Omega$ prema slici. Odredite pokazivanje ampermetra. (15 %)

13. PISMENI ISPIT IZ OSNOVA ELEKTROTEHNIKE II

1) Na nekom elementu strujnog kruga struja i napon zadani su izrazima:

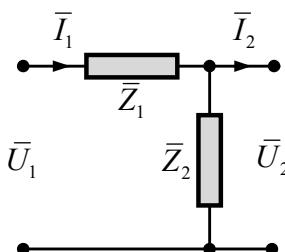
$i(t) = 16 \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{12}\right) mA$, $u(t) = 2 \sin(\omega t + 1,309) V$, pri čemu je $\omega = 500 \text{ rad/s}$. Odredite iznos i karakter elementa zadanoga gornjim podatcima.

(18 %)



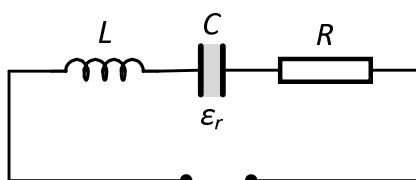
2) Kapacitivno trošilo s $R=2,5 \Omega$ i $C=10 \text{ mF}$ spojeno je na strujni izvor $i(t)=5\cos 30t$ (A). Odredite djelatnu snagu trošila.

(18 %)



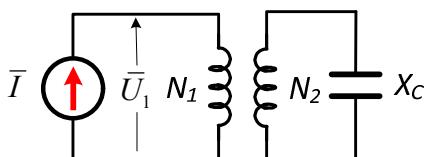
3) Odredite konstante četveropola ako su zadane impedancije Z_1 i Z_2 .

(16 %)



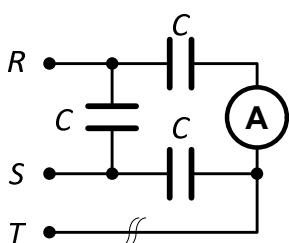
4) Rezonantna frekvencija serijskoga $R-L-C$ kruga je ω . Za koliko se puta promjeni (poraste ili smanji) rezonantna frekvencija ako se iz kondenzatora izvuče dielektrik s $\epsilon_r=9$?

(16 %)



5) Na primar idealnog transformatora prijenosnog omjera $N_1 : N_2 = 5 : 1$ vezan je strujni izvor $I=5 \text{ mA}$. Ako je na sekundaru spojen $X_C=8 \Omega$, koliki je napon na primaru?

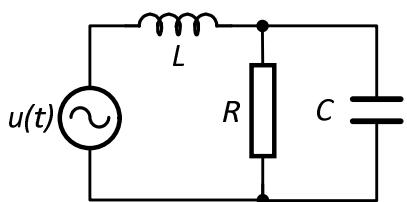
(16 %)



6) Prije prekida linijskog vodiča T ampermetar je pokazivao struju I_A . Što pokazuje ampermetar nakon prekida vodiča T ?

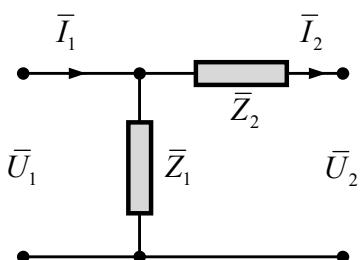
(16 %)

14. PISMENI ISPIT IZ OSNOVA ELEKTROTEHNIKE II

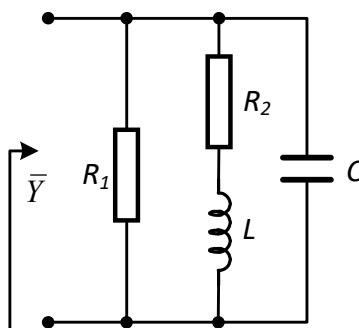


- ❶ Odredite napon na kondenzatoru $u_C(t)$ ako je $u(t)=20\cos 2000t$, $R=20 \Omega$, $L=10 \text{ mH}$, $C=50 \mu\text{F}$.
(18 %)

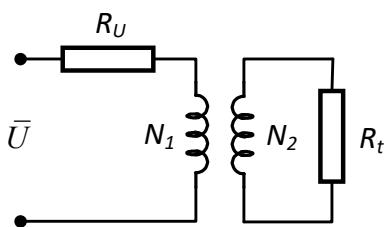
- ❷ Na mrežu s izmjeničnim izvorom $u(t)=169\sin(314t+60^\circ) \text{ V}$ priključena je grupa žarulja ukupne snage 900 W . Odredite efektivnu vrijednost ukupne struje i trenutačnu vrijednost snage u trenutku $t_1=10 \text{ ms}$. Napomena: Žarulje se mogu smatrati čistim radnim otporima.
(18 %)



- ❸ Odredite konstante četveropola ako su zadane impedancije \bar{Z}_1 i \bar{Z}_2 .
(16 %)



- ❹ Za koju će vrijednost kapacitivnosti C ulazna impedancija \bar{Y} biti čisto realna? Kolika je ta admitancija? Zadano je: $R_1=20 \Omega$, $R_2=10 \Omega$, $L=40 \text{ mH}$, $\omega=250 \text{ rad/s}$.
(16 %)



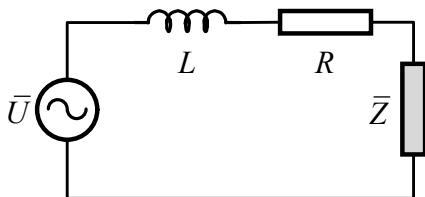
- ❺ Trošilo R_t spojeno je preko idealnog transformatora prijenosnog omjera $N_1 : N_2 = 1 : 5$ na sinusoidni izvor. Ako je unutarnji otpor izvora $R_u=20 \Omega$, koliki mora biti otpor trošila da bi snaga na njemu bila maksimalna?
(16 %)

- ❻ Trofazni generator linijskog napona $U_L=381 \text{ V}$ spojen je na simetrično trofazno trošilo spojeno u zvijezdu. Struja u fazi R iznosi $I_R=11 \text{ A}$ i fazno prethodi naponu \bar{U}_{RS} za 60° . Odredite iznos i karakter trošila.
(16 %)

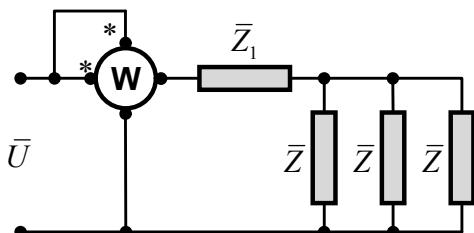
15. PISMENI ISPIT IZ OSNOVA ELEKTROTEHNIKE II

- ❶ Aritmetička srednja vrijednost poluvalno ispravljene sinusoidne struje iznosi 10 A . Kolika je efektivna vrijednost te struje?

(15 %)



- ❷ Zadani krug spojen je na izvor $\bar{U} = 10e^{j0^\circ} \text{ V}$. Kada je frekvencija ω , parametri kruga su $R=1 \Omega$, $X_L=1 \Omega$, a impedancija trošila $\bar{Z} = (1-j3)\Omega$. Pri kojoj će frekvenciji ω_m trošilo primiti maksimalnu snagu i kolika je ta snaga? (20 %)



- ❸ Odredite pokazivanje vatmetra ako je zadano: $\bar{U} = 200e^{j0^\circ} \text{ V}$, $\bar{Z} = 30e^{j60^\circ} \Omega$, $\bar{Z}_l = 10e^{j60^\circ} \Omega$.

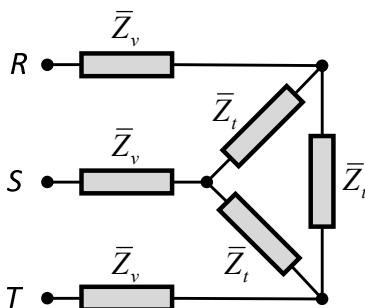
(15 %)

- ❹ Četveropol je zadan konstantama: $\bar{A} = 1,5; \bar{B} = (15 + j12) \Omega; \bar{C} = 0,0833 \text{ S}$. Na izlazu četveropola priključeno je trošilo $\bar{Z}_T = (6-j8) \Omega$. Odredite ulaznu impedanciju četveropola \bar{Z}_{ul} . (15 %)

- ❺ Idealni svitak $L=0,1 \text{ mH}$, kondenzator $C=2 \text{ nF}$ i radni otpor $R=1 \text{ k}\Omega$ spojeni su paralelno. Odredite:

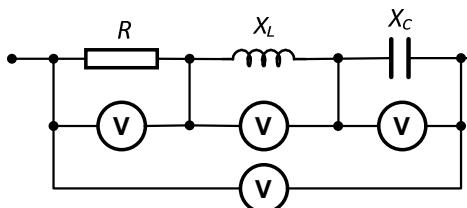
- ukupnu impedanciju sklopa ako je $\omega=1,5 \cdot 10^6 \text{ rad/s}$;
- frekvenciju za koju je krug u rezonanciji.

(15 %)

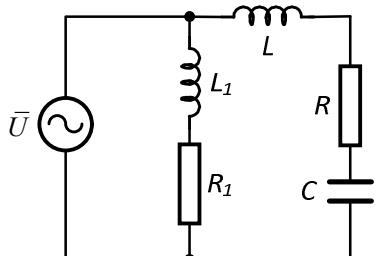


- ❻ Simetrično trošilo spojeno u trokut sa $\bar{Z}_t = (9 + j21) \Omega$ priključeno je trofaznim vodom impedancije $\bar{Z}_v = (2 + j4) \Omega$ na trofazni generator linijskog napona $U_L = 415 \text{ V}$. Odredite snagu koju daje generator i snagu koju uzima trošilo. (20 %)

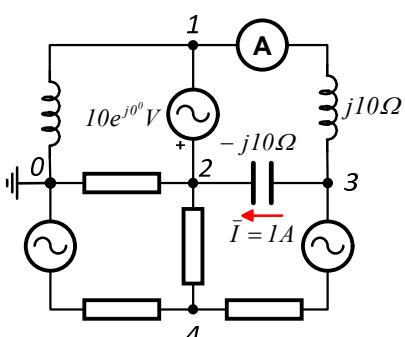
16. PISMENI ISPIT IZ OSNOVA ELEKTROTEHNIKE II



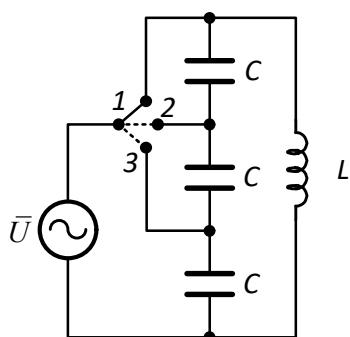
- ① Svi voltmetri pokazuju napon od 100 V . Napišite izraz za napon na kondenzatoru u eksponencijalnom obliku ako je fazni pomak napona na radnom otporu $\varphi_R = -124^\circ$.
(10 %)



- ② Struje u paralelnim granama zadane mreže imaju jednake efektivne vrijednosti, a međusobno su fazno pomaknute za 90° . Ako je zadano $R_1 = 10\ \Omega$, $L_1 = 0,191\text{ H}$, $L = 0,0955\text{ H}$, $f = 50\text{ Hz}$, odredite vrijednosti R i C .
(20 %)

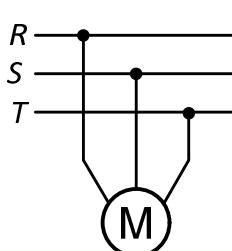


- ③ U mreži prema slici potencijal čvora 1 iznosi: $\bar{\varphi}_1 = j10\text{ V}$. Odredite pokazivanje ampermetra. Ostali potrebni podatci zadani su na slici.
(20 %)



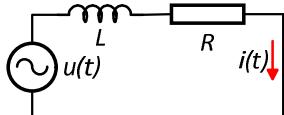
- ④ Odredite koliki treba biti međusobni odnos X_L i X_C da bi u krugu nastupila paralelna rezonancija i to za sva tri položaja sklopke (1, 2, 3).
(20 %)

- ⑤ Zadan je transformator s $N_1=200$ i $N_2=50$ zavoja. Na primaru je napon $U_1=100\text{ V}$, frekvencije $f=50\text{ Hz}$, a na sekundaru je radno trošilo $R=1\ \Omega$. Transformator se može smatrati idealnim. Odredite U_2 , I_1 , I_2 i Φ_m .
(15 %)

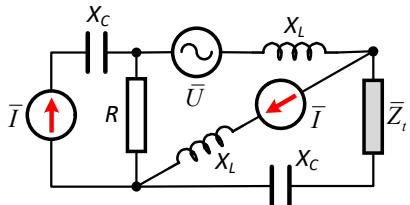


- ⑥ Trofazni motor od 18 kW s faktorom snage $0,87_{ind}$ radi pod punim opterećenjem, a priključen je na mrežu faznog napona $U_f=220\text{ V}$. Ako je efikasnost motora $\eta=0,85$, odredite iznos fazne struje.
(15 %)

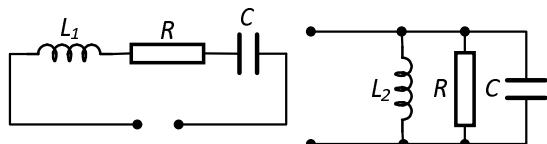
17. PISMENI ISPIT IZ OSNOVA ELEKTROTEHNIKE II



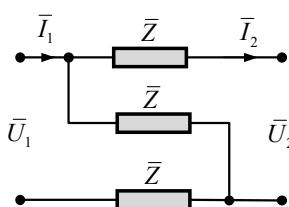
- 1 Kroz svitak otpora $R=5 \Omega$, nepoznate induktivnosti L , teče izmjenična struja efektivne vrijednosti $I=2 A$, frekvencije $f=50 Hz$. Koliki će biti napon na krajevima svitka $u(t)$ u trenutku kada struja kroz svitak postigne maksimalnu vrijednost? (15 %)



- 2 Odredite vrijednost impedancije trošila za koju će na njemu biti apsorbirana maksimalna snaga ako je $R=3X_L=2X_C=30 \Omega$. (15 %)

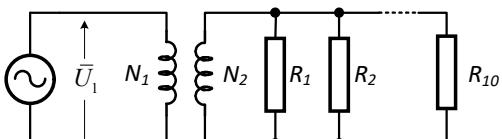


- 3 Za oba kruga na slici rezonantna frekvencija je $f_r=10 kHz$. Ako je $C=0,1 \mu F$, $R=1 K\Omega$, odredite odgovarajuće vrijednosti induktivnosti u oba kruga. (15 %)



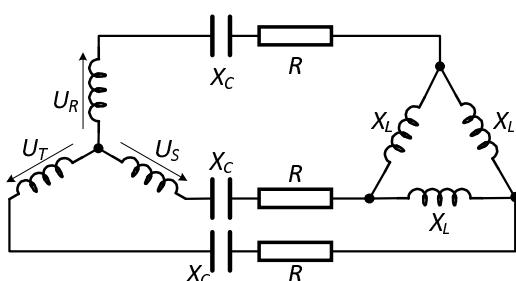
- 4 Izvedite konstante zadanog četveropola.

(20 %)



koju mora dati izmjenični izvor ako je $N_1=1760$ i $N_2=88$ zavoja.

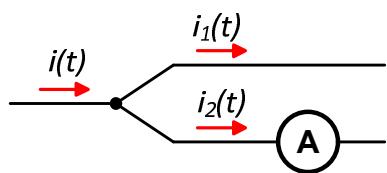
(15 %)



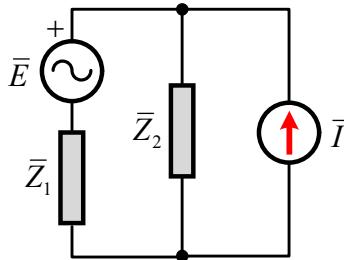
- 5 Transformator, koji se može smatrati idealnim, priključen je da bi napon izvora $U_1=4,4 kV$ smanjio na nominalni napon trošila. Trošilo je sastavljeno od 10 paralelno spojenih žarulja. Kroz svaku žarulju teče struja od $0,5 A$. Odredite napon na kojem rade žarulje i struju

(20 %)

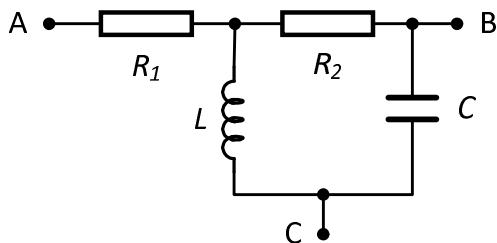
18. PISMENI ISPIT IZ OSNOVA ELEKTROTEHNIKE II



- 1 Odredite struju $i_2(t)$, te pokazivanje ampermetra, ako je ukupna struja $i(t)=14,14\sin(100t+60^\circ)$, a $i_1(t)=7,07\sin(100t-60^\circ)$.
(15 %)

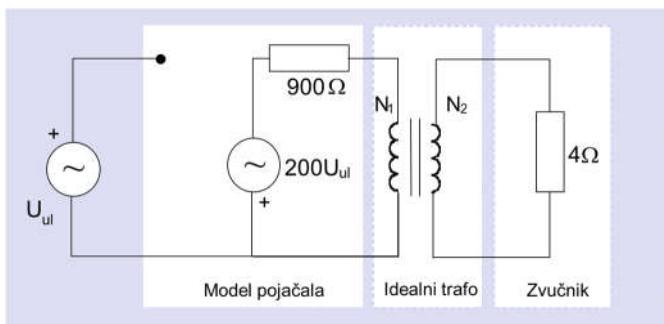


- 2 Napišite izraz za struju kroz impedanciju \bar{Z}_2 .
(10 %)

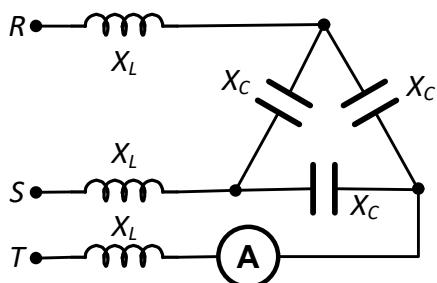


- 3 Ako se ulazne stezaljke spoje između točaka A i B, rezonantna frekvencija je $\omega_r=25 \text{ rad/s}$. Kolika je rezonantna frekvencija ako se ulazne stezaljke spoje između točaka B i C? Zadano je: $C=2 \text{ mF}$, $R_1=R_2=10 \Omega$.
(20 %)

- 4 Ulagane impedancije simetričnog četveropola za slučajeve kratkog spoja i praznog hoda dobivene su mjerjenjem i iznose: $\bar{Z}_{ul_{KS}} = 10e^{j30^\circ} \Omega$, $\bar{Z}_{ul_{PH}} = 10e^{j90^\circ} \Omega$. Odredite konstantu četveropola \bar{A}_{12} . (20 %)



- 5 Na slici je pojednostavljeni model audiopojačala s idealnim transformatorom. Trafo služi kao prilagodni element da se trošilu isporuči maksimalna snaga. Ulagni napon $U_{ul}=1 \text{ V}$, $f=2 \text{ kHz}$, pojačan je i invertiran, tako da je na izlazu pojačala napon $U_{iz}=-200 U_{ul}$. Trošilo je zvučnik otpora 4Ω . Kolika se snaga disipira u zvučniku ako je on spojen izravno na izlaz pojačala (odstranjen trafo)? Ako se priključi trafo s $A=N_1/N_2=5$, kolika je tada snaga isporučena zvučniku?
(20 %)

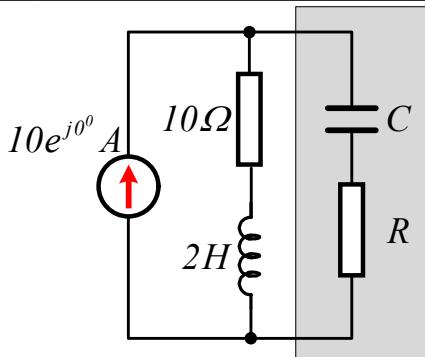


- 6 Trofazni simetrični generator linijskog napona 380 V opterećen je grupom trošila prema slici. Ako je $X_C=90 \Omega$, $X_L=20 \Omega$, odredite aktivnu i jalovu snagu koju daje generator, kao i pokazivanje ampermetra.
(15 %)

19. PISMENI ISPIT IZ OSNOVA ELEKTROTEHNIKE II

- ❶ Odredite: a) eksponencijalni oblik kompleksnog broja: $(-1-j6)$; b) rektangularni (algebarski) oblik kompleksnog broja: $2e^{-j180^\circ}$; c) rektangularni oblik umnoška i kvocijenta kompleksnih brojeva: $\bar{A} = 5e^{-j60^\circ}$, $\bar{B} = 2e^{j120^\circ}$.

(15 %)



- ❷ Odredite otpor R i kapacitivnost C za koje će trošilu biti isporučena maksimalna snaga. Zadano je $\omega=10 \text{ rad/s}$. Kolika je ta snaga?

(15 %)

- ❸ Za simetrični četveropol zadana je konstanta $\bar{A}_{11}=-1$. Mjeranjem ulazne impedancije u pokusu kratkog spoja i praznog hoda dobiveni su sljedeći podatci: $\bar{Z}_{uKS}=0$, $\bar{Z}_{uPH}=j5\Omega$. Odredite ulaznu impedanciju četveropola ako je na izlazu četveropola spojeno trošilo $\bar{Z}_T=j5\Omega$.

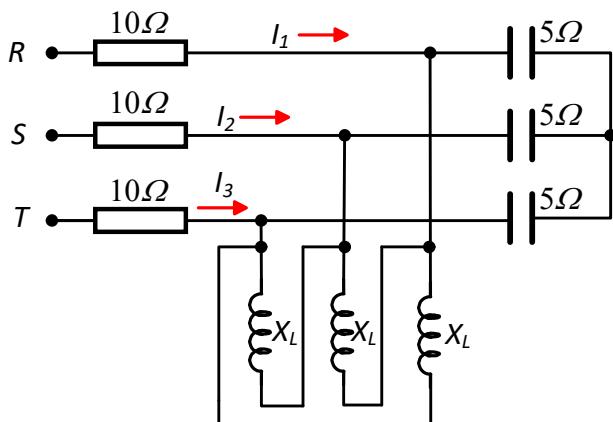
(20 %)

- ❹ Za serijski $R-L-C$ krug zadano je: $R=20 \Omega$, $L=10 \text{ H}$, $C=1 \text{ mF}$. Odredite rezonantnu frekvenciju ω_r , faktor dobrote Q , propusni opseg ($\omega_g-\omega_d$) te gornju i donju graničnu frekvenciju ω_g i ω_d .

(15 %)

- ❺ Zadan je jednofazni transformator 50 kVA , $2200/220 \text{ V}$, 50 Hz . U pokusu praznog hoda izmjerena je snaga $P_{PH}=170 \text{ W}$, a u pokusu kratkog spoja $P_{KS}=640 \text{ W}$. Odredite korisnost transformatora η :
a) pri punom opterećenju i $\cos\varphi=0,8_{ind}$, b) pri polovici opterećenja i $\cos\varphi=0,6_{ind}$.

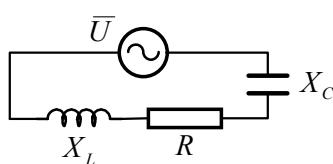
(20 %)



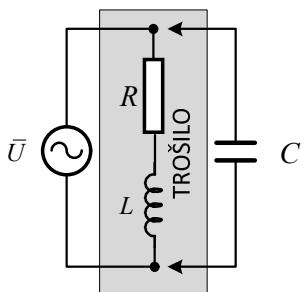
- ❻ Za trofazni sustav prema slici odredite iznose struja I_1 , I_2 , I_3 i nadomjesnu impedanciju u fazama trošila. Zadano je $X_L=15 \Omega$.

(15 %)

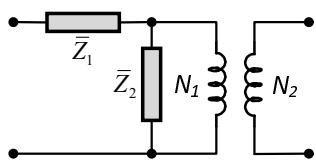
20. PISMENI ISPIT IZ OSNOVA ELEKTROTEHNIKE II



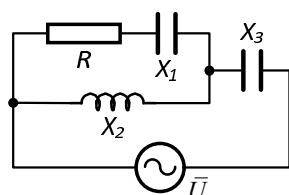
- ❶ Na izvor napona $\bar{U} = 200e^{j0^\circ} V$, frekvencije f , priključen je krug prema slici. Zadano je: $R=40 \Omega$, $X_L=X_C=20 \Omega$. Odredite kompleksnu vrijednost napona na induktivnoj reaktanciji. Koliki će biti taj napon ako se uz zadržanu vrijednost napona izvora udvostruči njegova frekvencija ($f_1=2f$)? (15 %)



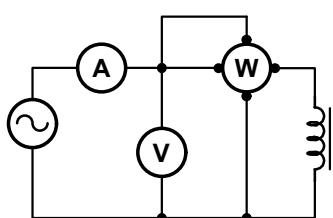
- ❷ Induktivno trošilo uzima snagu od $13,2 kW$ kada kroz njega teče struja od $20 A$, a priključeno je na napon $1100 V$, frekvencije $50 Hz$. Odredite kapacitivnost kondenzatora koji treba spojiti paralelno trošilu da bi se dobio maksimalno mogući faktor snage $\cos\varphi$. (15 %)



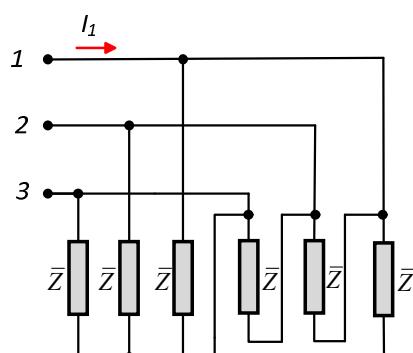
- ❸ Izrazite konstante četveropola prema slici ($A_{11}, A_{12}, A_{21}, A_{22}$) ako je zadani prijenosni omjer idealnog transformatora $A=N_1/N_2$. (20 %)



- ❹ Za koju se vrijednost otpora R krug nalazi u rezonanciji ako je $X_1=2 \Omega$, $X_2=4 \Omega$, $X_3=2 \Omega$. (20 %)

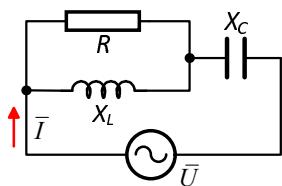


- ❺ Odredite gubitke u feromagnetskoj jezgri svitka ako instrumenti pokazuju sljedeće vrijednosti: $U_V=220 V$, $I_A=1,5 A$, $P_W=44 W$. Ukupni otpor zavoja svitka je $0,8 \Omega$. (15 %)

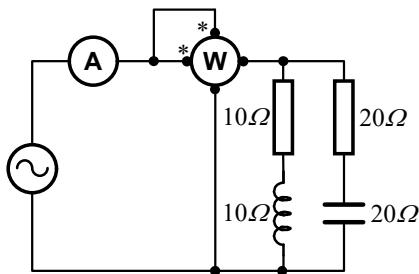


- ❻ Odredite efektivnu vrijednost struje I_1 . Zadan je linijski napon generatora $U_L=380 V$ i iznos impedancije $Z=80 \Omega$. (15 %)

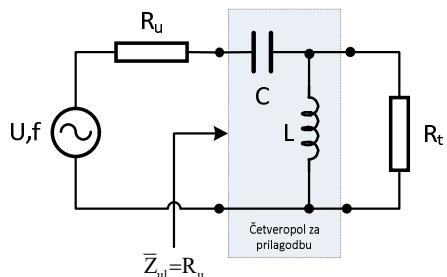
21. PISMENI ISPIT IZ OSNOVA ELEKTROTEHNIKE II



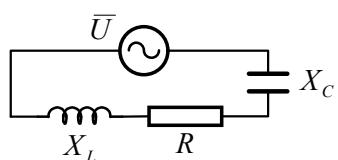
- ❶ Odredite fazni pomak φ između napona \bar{U} i struje \bar{I} ako je $R=X_L=4 \Omega$, $X_C=5,46 \Omega$.
(15 %)



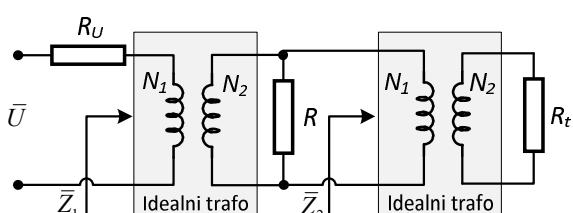
- ❷ Što pokazuje vatmetar ako ampermetar mjeri struju od $2 A$? Kolika je prividna snaga S ?
(15 %)



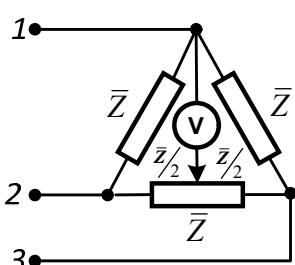
- ❸ Izvor U unutarnjeg otpora R_u , frekvencije $f=1 \text{ kHz}$, prilagođen je na trošilo $R_t=400 \Omega$ pomoću sprežnog LC -četveropola. Potrebno je odrediti unutarnji otpor izvora R_u ako je induktivnost svitka $L=63,7 \text{ mH}$.
(20 %)



- ❹ Serijski $R-L-C$ krug spojen je na izvor $U=120 V$. Pri frekvenciji od 50 Hz je: $R=10 \Omega$, $X_C=500 \Omega$. Odredite struju I i napone na elementima kruga (U_R , U_L , U_C) za slučaj da se krug dovede u rezonanciju promjenom induktivnosti L , uz frekvenciju izvora $f=50 \text{ Hz}$. Kolika treba biti induktivnost L ?
(15 %)



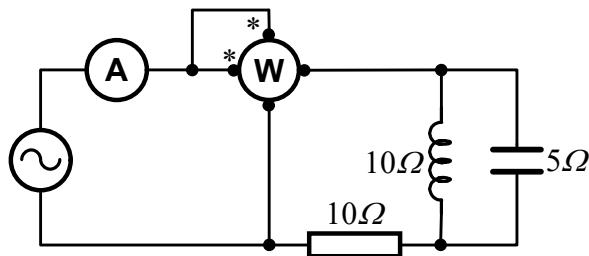
- ❺ Zadano je: otpor trošila $R_t=100 \Omega$, međuotpor $R=10 k\Omega$, unutarnji otpor izvora $R_u=300 k\Omega$, prijenosni omjer transformatora $N_1/N_2=10$. Odredite iznos impedancija Z_1 i Z_2 (impedancije koje se „vide” s ulaza prvoga, odnosno drugog trafoa). Koliko je naponsko pojačanje U_{iz}/U_{ul} ?
(20 %)



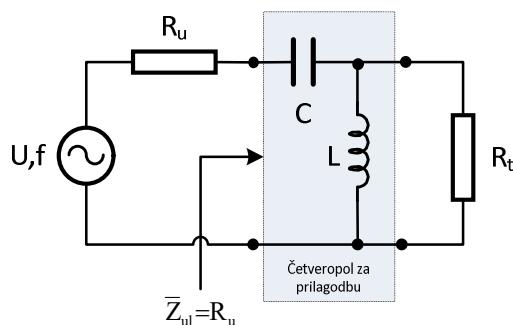
- ❻ Koliki napon pokazuje voltmeter? Na fazorskom dijagramu napona označite fazor napona voltmetra.
(15 %)

22. PISMENI ISPIT IZ OSNOVA ELEKTROTEHNIKE II

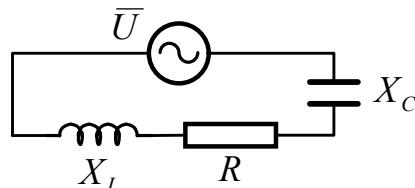
- ❶ Dva generatora $u_1(t)=200\sin(500t+45^\circ)$ i $u_2(t)=282\sin(500t-90^\circ)$ spojena su u seriju. Kolika je trenutačna vrijednost ukupnog napona? (15 %)



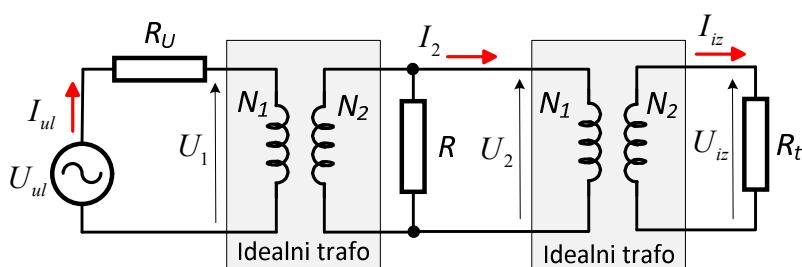
- ❷ Trenutačna vrijednost napona izvora je $u(t)=100\sin\omega t$. Što pokazuju vatmetar i ampermetar? Kolika je pravidna snaga izvora S ? (15 %)



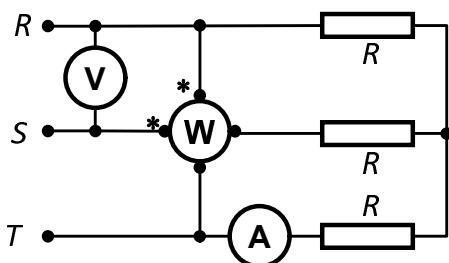
- ❸ Izvor U unutarnjeg otpora $R_u=200 \Omega$, frekvencije $f=1 \text{ kHz}$, prilagođen je na trošilo $R_t=400 \Omega$ pomoću sprežnog LC -četveropola. Odredite elemente četveropola L i C koji zadovoljavaju uvjet prilagodbe. (20 %)



- ❹ Serijski $R-L-C$ krug spojen je na izvor $U=120 \text{ V}$. Pri frekvenciji od 50 Hz je: $R=10 \Omega$, $X_L=2 \Omega$. Odredite struju I i napone na elementima kruga (U_R , U_L , U_C) za slučaj da se krug dovede u rezonanciju promjenom kapacitivnosti C , uz frekvenciju izvora $f=50 \text{ Hz}$. Kolika treba biti kapacitivnost C ? (15 %)



- ❺ Zadano je: otpor trošila $R_t=100 \Omega$, međuotpor $R=10 \text{ k}\Omega$, unutarnji otpor izvora $R_u=300 \text{ k}\Omega$, prijenosni omjer transformatora $N_1/N_2=10$. Odredite naponska pojačanja U_1/U_{ul} , U_2/U_{ul} , U_{iz}/U_{ul} i strujna pojačanja I_2/I_{ul} , I_{iz}/I_{ul} . (20 %)



- ❻ Ampermetar mjeri struju $I_A=3 \text{ A}$, a voltmetar napon $U_V=380 \text{ V}$. Koju vrijednost mjeri vatmetar? Na pripadnom fazorskom dijagramu označite napon na naponskim i struju na strujnim stezaljkama vatmetra. (15 %)

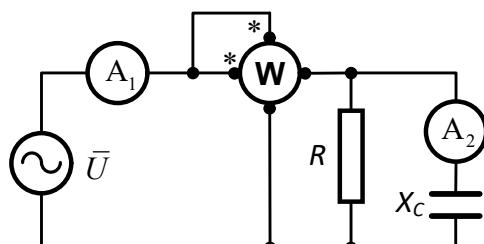
23. PISMENI ISPIT IZ OSNOVA ELEKTROTEHNIKE II

❶ Kroz trošilo teče struja $\bar{I} = 10e^{j30^\circ} A$, a napon na njemu je $\bar{U} = 100e^{-j60^\circ} V$. Ako je frekvencija izvora $f=50 Hz$, odredite impedanciju trošila te jalovu i djelatnu snagu koju uzima trošilo.

(15 %)

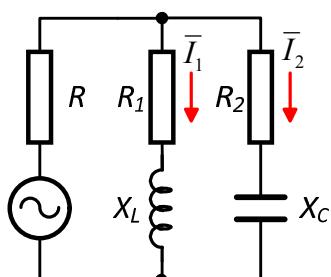
❷ Kroz trošilo induktivnog karaktera teče struja $I=20 A$ pri naponu $U=380 V$ i frekvenciji $f=50 Hz$. Kolika mora biti kapacitivnost C paralelno spojenoga kondenzatora da se faktor snage $\cos\varphi=0,866$ ind. popravi na $\cos\varphi_I=0,9848$ ind.? Nacrtajte fazorski dijagram. Kolika je razlika faznih kutova između napona i struje prije kompenzacije faktora snage i poslije nje?

(20 %)



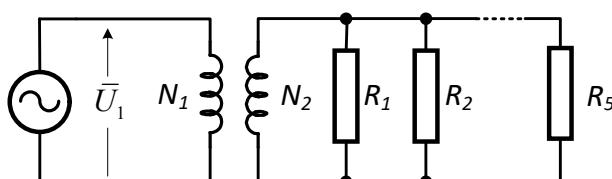
❸ Instrumenti pokazuju $P_W=90 W$, $I_{A1}=5 A$, $I_{A2}=4 A$. Odredite R i X_C te nacrtajte fazorski dijagram.

(15 %)



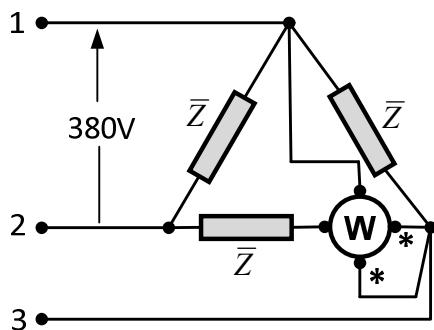
❹ U rezonanciji kroz paralelne grane teku struje $I_1=3 A$ i $I_2=1,5 A$. Ako je $X_C=40 \Omega$, koliki mora biti X_L ?

(20 %)



❺ Transformator bez gubitaka priključen je da bi se napon izvora $U_1=12 V$ povećao na nominalni napon trošila. Trošilo je sastavljeno od 5 paralelno spojenih žarulja. Kroz svaku žarulju teče struja od $0,1 A$. Odredite napon na kojem rade žarulje te struju i snagu koju mora dati izmjenični izvor ako je $N_1=86$ i $N_2=1720$.

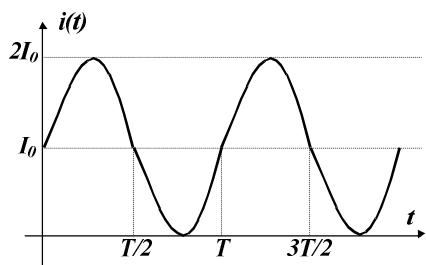
(15 %)



❻ Odredite pokazivanje naznačenog vatmetra ako je impedancija $\bar{Z}=(6+j8)\Omega$. Napomena: Vodite računa o polaritetu stezaljka vatmetra.

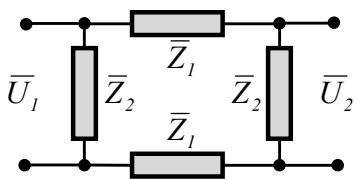
(15 %)

24. PISMENI ISPIT IZ OSNOVA ELEKTROTEHNIKE II

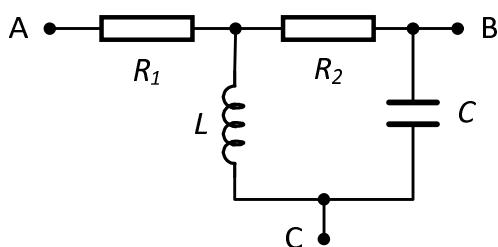


- ❶ Sinusoidna struja oblika prema slici teče nekim strujnim krugom. Amplituda struje je $I_0=10\text{ A}$. Koliku bi vrijednost pokazivao ampermetar uključen u strujni krug? (15 %)

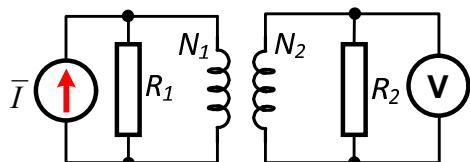
- ❷ Dva serijski spojena trošila spojena su na izmjenični napon \bar{U} . Prividne snage trošila su $S_1=3\text{ VA}$ i $S_2=4\text{ VA}$. Napon \bar{U}_1 fazno prednjači struji I za $\pi/4$, a napon \bar{U}_2 fazno zaostaje za strujom za $\pi/4$. Kolika je ukupna prividna snaga S serijskoga spoja? (15 %)



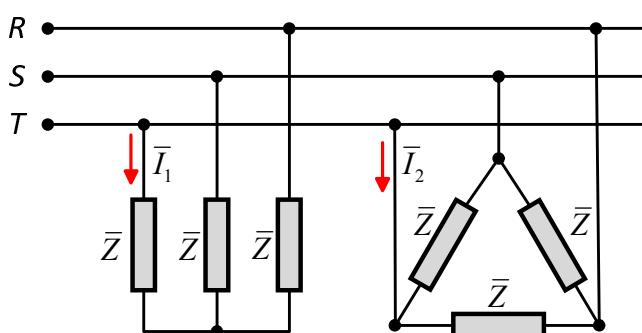
- ❸ Odredite parametre četveropola $\bar{A}_{11}, \bar{A}_{12}, \bar{A}_{21}, \bar{A}_{22}$. Zadano je: $\bar{Z}_1 = j\Omega, \bar{Z}_2 = -j\Omega$. (20 %)



- ❹ Ako se ulazne stezaljke spoje između točaka A i B , rezonantna frekvencija je $\omega_r=25\text{ rad/s}$. Kolika je rezonantna frekvencija ako se ulazne stezaljke spoje između točaka A i C ? Zadano je: $L=0,8\text{ H}, R_1=40\text{ }\Omega, R_2=10\text{ }\Omega$. (20 %)

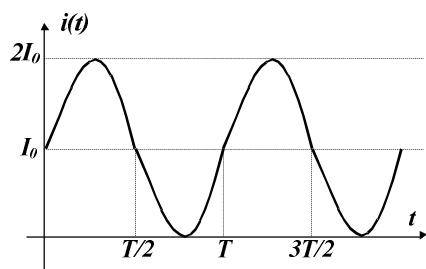


- ❺ Odredite pokazivanje voltmetra u mreži s idealnim transformatorom prijenosnog omjera $N_1/N_2=10$. Zadano je: $I=1\text{ A}, R_1=200\text{ }\Omega, R_2=2\text{ }\Omega$. (15 %)



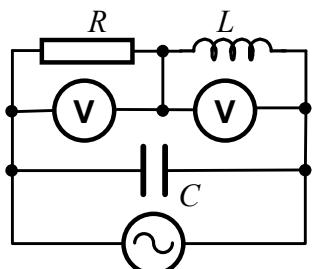
- ❻ Na simetričnu trofaznu mrežu spojena su dva simetrična trošila prema slici. Odredite omjer struja I_1/I_2 . (15 %)

25. PISMENI ISPIT IZ OSNOVA ELEKTROTEHNIKE II



- ❶ Sinusoidna struja oblika prema slici teče nekim strujnim krugom. Ampermetar uključen u strujni krug pokazuje efektivnu vrijednost struje od 6 A . Kolika je amplituda struje I_0 ?

(20 %)



- ❷ Oba voltmetrova pokazuju po 100 V . Odredite napon na kondenzatoru i nacrtajte fazorski dijagram. Koliki je fazni pomak između struja u paralelnim granama?

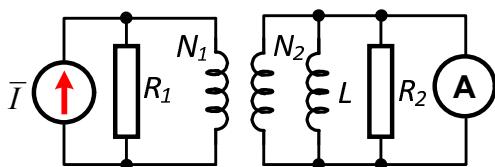
(15 %)

- ❸ Za paralelni $R-L-C$ krug s $R=1 \text{ k}\Omega$, $L=0,1 \text{ mH}$, $C=2 \text{ nF}$ odredite ukupnu impedanciju pri frekvenciji $\omega=1,5 \cdot 10^6 \text{ rad/s}$. Kod koje je frekvencije zadani paralelni titrajni krug ugođen (u rezonanciji)?

(15 %)

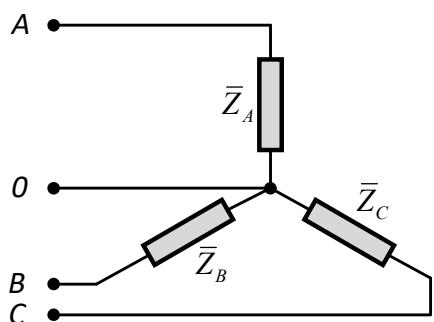
- ❹ Prigušnica otpora R i induktivnosti L spojena je na napon $U=110 \text{ V}$ promjenljive frekvencije. Pri frekvenciji $f_1=80 \text{ Hz}$ kroz prigušnicu teće struja $I_1=15,6 \text{ A}$, a pri frekvenciji $f_2=40 \text{ Hz}$ struja $I_2=19,7 \text{ A}$. Odredite parametre prigušnice R i L .

(20 %)



- ❺ Odredite pokazivanje ampermetra u mreži s idealnim transformatorom prijenosnog omjera $N_1 : N_2 = I : 5$. Zadano je $I=5 \text{ A}$.

(15 %)



- ❻ Na simetričnu trofaznu mrežu napona: $\bar{U}_{A0} = 120e^{j90^\circ} \text{ V}$, $\bar{U}_{B0} = 120e^{-j30^\circ} \text{ V}$, $\bar{U}_{C0} = 120e^{-j150^\circ} \text{ V}$, spojeno je trošilo sa $\bar{Z}_A = 10e^{j0^\circ} \Omega$, $\bar{Z}_B = 15e^{j30^\circ} \Omega$, $\bar{Z}_C = 10e^{-j30^\circ} \Omega$. Odredite linijske struje i ukupnu djelatnu snagu.

(15 %)

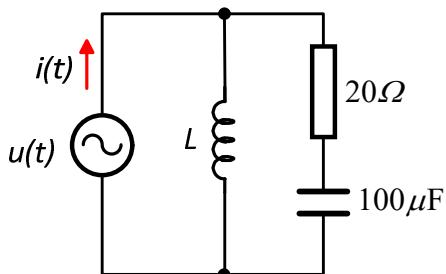
26. PISMENI ISPIT IZ OSNOVA ELEKTROTEHNIKE II

❶ U pet vodiča induciraju se EMS-ovi:

$$\bar{E}_1 = 100e^{j48^\circ} V, \bar{E}_2 = 100e^{j36^\circ} V, \bar{E}_3 = 100e^{j24^\circ} V, \bar{E}_4 = 100e^{j12^\circ} V, \bar{E}_5 = 100e^{j0^\circ} V.$$

Koliki je napon na krajevima serijskog spoja svih pet vodiča?

(15 %)



❷ Odredite induktivnost L ako je $u(t)=100\sin 500t$, $i(t)=2,5\sin 500t$ i nacrtajte fazorski dijagram. Kolika je djelatna snaga kruga $P(W)$?

(15 %)

❸ Trošilo induktivnog karaktera određeno je podatcima: $U=1100 V$, $I=20 A$, $P=13,2 kW$, $f=50 Hz$. Dimenzionirajte vrijednost paralelno spojenog kondenzatora C tako da se potpuno kompenzira induktivna snaga trošila. Kolika je tada efektivna vrijednost struje kroz kondenzator?

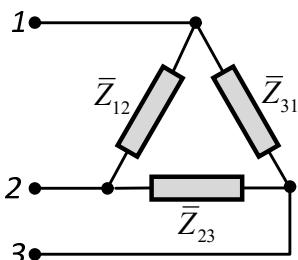
(15 %)

❹ Simetrični četveropol spojen je na napon $\bar{U}_1 = 220e^{j0^\circ} V$, a opterećen je karakterističnom impedancijom. Zadani su parametri četveropola: $\bar{A}_{12} = 6\Omega$, $\bar{A}_{21} = j0,06\Omega^{-1}$. Odredite vrijednost ulazne struje.

(20 %)

❺ Serijski $R-L-C$ krug ima rezonantnu frekvenciju $f_r=1 kHz$. Omjer napona na kondenzatoru i napona izvora je $U_C/U=50$, a $C=500 nF$. Odredite preostale parametre rezonantnog kruga L i R .

(20 %)



❻ Na simetričnu trofaznu mrežu napona $\bar{U}_{12} = 220e^{j0^\circ} V$ spojena su trošila:

$$\bar{Z}_{12} = 22\Omega, \bar{Z}_{23} = (19 - j11)\Omega, \bar{Z}_{31} = (19 + j11)\Omega.$$

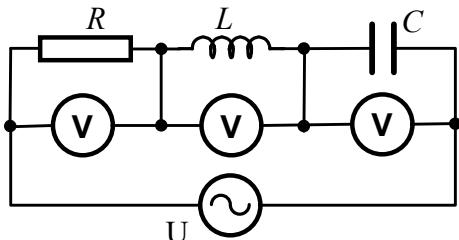
Odredite fazne i linijske struje te skicirajte fazorski dijagram.

(15 %)

27. PISMENI ISPIT IZ OSNOVA ELEKTROTEHNIKE II

- ❶ Svitak bez jezgre (serijski R-L spoj) priključen je na napon $u(t)=141\sin 314t$. Odredite trenutačnu vrijednost struje $i(t)$ ako je $Z_{RL}=5 \Omega$, $R=4 \Omega$. Kolika je frekvencija f izvora i fazni kut φ između napona i struje?

(15 %)



- ❷ Voltmetri pokazuju: $U_R=10 V$, $U_L=100 V$, $U_C=90 V$. Odredite ukupni napon U i njegov fazni kut φ . Nacrtajte fazorski dijagram.

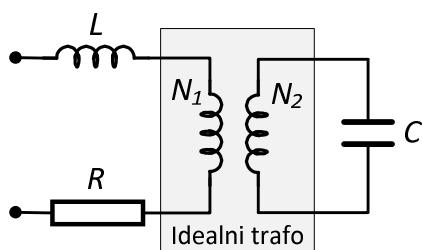
(15 %)

- ❸ Serijskim $R-L-C$ krugom spojenim na izvor $u(t)=141\sin(1000t+45^\circ) V$ teče struja $i(t)=4\sqrt{2}\sin(1000t+45^\circ) A$. Ako je $C=5 \mu F$, odredite preostale parametre kruga R i L te nacrtajte fazorski dijagram.

(15 %)

- ❹ Kroz svitak sa željeznom jezgrom teče struja $I=2,5 A$. Ukupni gubitci svitka su $P_{uk}=22,25 W$. Kada se jezgra odstrani, ukupni gubitci pri struji od $I'=6 A$ su $P'_{uk}=36 W$. Odredite gubitke u bakru P_{Cu} i željezu P_{Fe} .

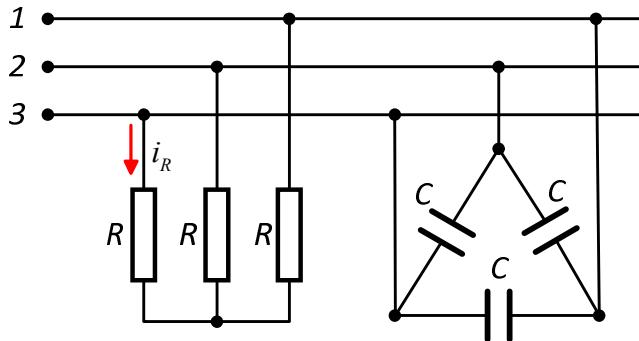
(20 %)



- ❺ Krug je u rezonanciji za $\omega=2000 r/s$ i $L=2,5 mH$. Kondenzator kapacitivnosti $C=4 \mu F$ spojen je preko idealnog trafo prijenosnog omjera $A=N_1/N_2$. Svrha uvođenja trafo je reduciranje kapacitivnosti potrebne za dovođenje mreže u stanje rezonancije. Odredite:
a) prijenosni omjer A potreban za rezonanciju
b) kapacitivnost C' kada se kondenzator spaja izravno na mrežu (bez trafo).

Za koliko se puta smanjila potrebna kapacitivnost uporabom trafo?

(20 %)



- ❻ Na simetričnu trofaznu mrežu napona $U_f=220 V$, $f=50 Hz$, spojena su trošila prema slici. Kolika je trenutačna vrijednost struje i_R ako su $R=55 \Omega$, $X_C=110 \Omega$?

(15 %)

28. PISMENI ISPIT IZ OSNOVA ELEKTROTEHNIKE II

❶ Zadan je napon $u(t)=141\sin(100\pi t+45^\circ)$ V. Odredite efektivnu vrijednost napona U i period T . Koliki je napon u trenutku $t=2,5$ ms? Nacrtajte valni dijagram trenutačnih vrijednosti napona.

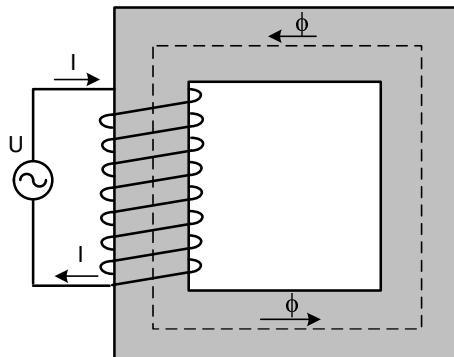
(15 %)

❷ Na izvor $U=220$ V, $f=50$ Hz spojen je motor snage $P=5$ kW i $\cos\varphi=0,8$. Odredite struju koju daje izvor, djelatni otpor motora R i induktivnost zavoja L .

(15 %)

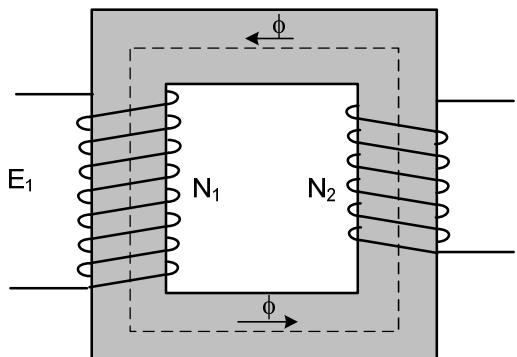
❸ Serijskim $R-L-C$ krugom spojenim na izvor $u(t)=141\sin(500t+60^\circ)$ V teče struja $i(t)=2\sqrt{2}\sin(500t+60^\circ)$ A. Odredite napone na elementima kruga U_R , U_L , U_C ako je $L=1$ H i nacrtajte fazorski dijagram.

(15 %)



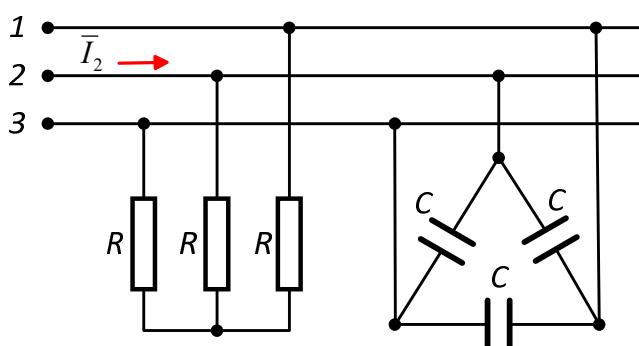
❹ U željeznoj jezgri prigušnice gubitci zbog histereze iznose $P_{h1}=100$ W pri izmjeničnom naponu $U_I=110$ V i frekvenciji $f_1=40$ Hz. Koliki će biti gubitci histereze P_{h2} ako se uz nepromijenjeni napon frekvencija podigne na $f_2=80$ Hz? Napomena: Empirijska relacija za proračun gubitaka histereze je $P_{h2}=k_h f B_m^2$. Otpor zavoja je zanemariv, a $U=4,44 f N \Phi_m$.

(20 %)



❺ Promjena magnetskoga toka u transformatoru dana je izrazom $\Phi(t)=0,05\sin(100\pi t+20^\circ)$ Vs. Ako je $N_1=200$, odredite trenutačnu vrijednost EMS-a e_1 na primaru trafo i efektivnu vrijednost primarnog napona E_1 .

(20 %)

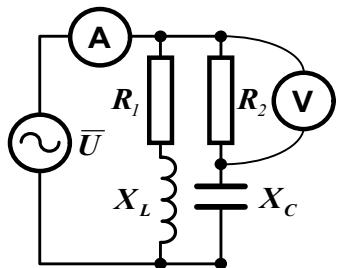


❻ Složeno trošilo prema slici spojeno je na simetričnu trofaznu mrežu faznog napona $U_f=220$ V, $f=50$ Hz. Odredite ukupnu struju u drugoj fazi \bar{I}_2 ako je $R=6$ Ω, $X_C=24$ Ω.

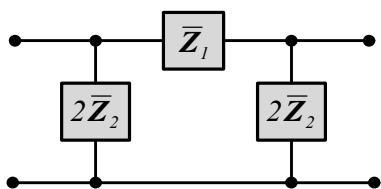
(15 %)

29. PISMENI ISPIT IZ OSNOVA ELEKTROTEHNIKE II

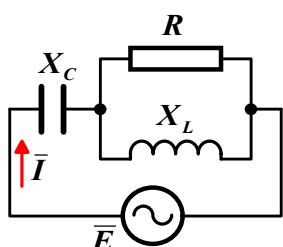
- 1 Svitak s $R=1 \text{ k}\Omega$, $L=0,5 \text{ H}$ spojen je na izmjenični izvor frekvencije $f=50 \text{ Hz}$. Pri kojoj će frekvenciji f' iznos impedancije svitka biti dvostruko veći? (15 %)



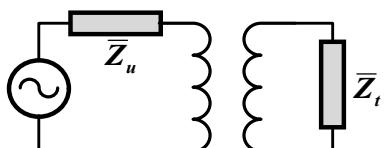
- 2 Ako voltmetar pokazuje 45 V , koliku će struju pokazivati ampermetar? Zadano je: $R_1=5 \Omega$, $R_2=3 \Omega$, $X_L=2 \Omega$, $X_C=3 \Omega$. (15 %)



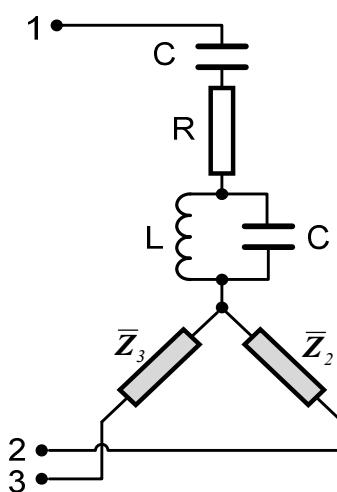
- 3 Odredite karakterističnu impedanciju četveropola prema slici. (15 %)



- 4 Zadana mreža u stanju je rezonancije. Odredite elemente kruga R , X_L , X_C i nacrtajte fazorski dijagram ako je zadano: $E=4 \text{ V}$, $U_C=3 \text{ V}$, $I=1 \text{ A}$. (20 %)



- 5 Unutarnji otpor generatora je $\bar{Z}_u = 1800 \Omega$. Odredite prijenosni omjer idealnog transformatora kako bi se osigurao maksimalan prijenos snage na trošilo $\bar{Z}_t = 8 \Omega$. (15 %)



- 6 Simetrični trofazni generator $U_f=220 \text{ V}$, $\omega=1000 \text{ rad/s}$, napaja trošilo prema slici. Odredite:
- Koliki moraju biti R i C u prvoj fazi da bi sustav trošila bio simetričan?
 - Ukupnu snagu trošila.
- Zadano je: $\bar{Z}_1 = \bar{Z}_2 = (220 + j10) \Omega$, $L=0,5 \text{ H}$. (20 %)

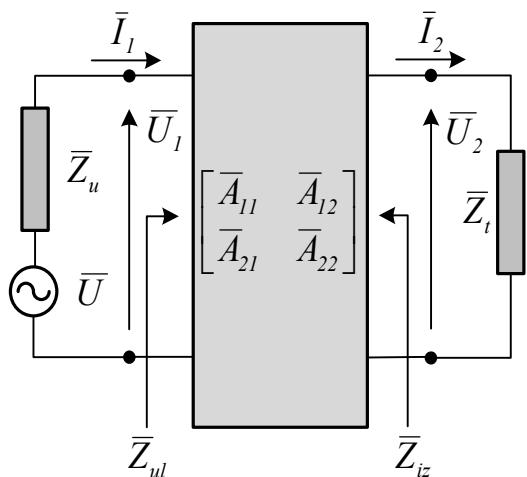
30. PISMENI ISPIT IZ OSNOVA ELEKTROTEHNIKE II

- ❶ Admitancija nekog kruga pri frekvenciji $\omega=500 \text{ rad/s}$ iznosi $\bar{Y} = (0,008 + j0,004)S$. Odredite parametre (R, C) nadomjesnog $R-C$ kruga.

(12 %)

- ❷ Faktor snage induktivnog trošila je $\cos\varphi=0,5$. Trošilo je spojeno na izvor $220 \text{ V}, 50 \text{ Hz}$, i uzima iz mreže struju od 20 A . Paralelnim spajanjem kondenzatora faktor snage poraste na $\cos\varphi'=0,8$. Odredite kapacitivnost kondenzatora i ukupnu struju u mreži nakon poboljšanja faktora snage.

(20 %)



- ❸ Odredite ulaznu i izlaznu impedanciju četveropola spojenoga na izvor unutarnjeg otpora $\bar{Z}_u = 2K\Omega$, opterećenog trošilom $\bar{Z}_t = 100K\Omega$. Četveropol je zadan parametrima: $\bar{A}_{11} = 0,01$, $\bar{A}_{12} = 1000\Omega$, $\bar{A}_{21} = 5 \cdot 10^{-8} \text{ S}$, $\bar{A}_{22} = 0,005$.

(15 %)

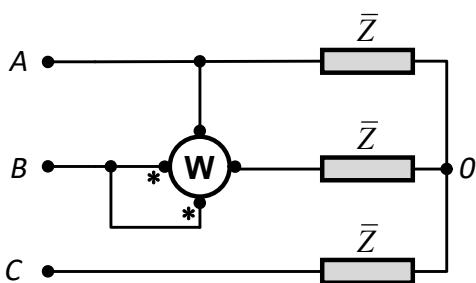
- ❹ Rezonantna frekvencija serijskoga rezonantnog $R-L-C$ kruga je $f_r=90 \text{ kHz}$, a propusni pojas $B=10 \text{ KHz}$. Ako je $C=10^9 \text{ F}$, odredite vrijednosti L i R te faktor dobrete kruga Q .

(15 %)

- ❺ Visokonaponski namot idealnog transformatora ima *800 zavoja*, a niskonaponski *100 zavoja*. Ako je na visokonaponsku stranu narinut napon od 220 V , a impedancija trošila na niskonaponskoj strani je djelatni otpor od 4Ω , odredite:

- napon i struju trošila
- primarnu struju
- ulaznu impedanciju preko napona i struje primara
- ulaznu impedanciju temeljem transformacije impedancije trošila na primarnu stranu.

(18 %)



- ❻ Simetrično trošilo $\bar{Z} = R$ spojeno je na simetričnu trofaznu mrežu. Vatmetar pokazuje $P_W=300 \text{ W}$. Koliko će biti pokazivanje vatmetra ako je trošilo baterija kondenzatora čija je impedancija po fazi $\bar{Z}' = -jR$?

(20 %)

Završna rješenja zadataka

OE II - PISMENI ispit br. 1

1 $u(t=0) = -2\sqrt{2}V$

2 $P_I = 600 \text{ W}$

3 $\bar{A} = 1 - j \quad ; \quad \bar{B} = 10\Omega \quad ; \quad \bar{C} = j0,1S \quad ; \quad \bar{D} = 1$

$$\bar{Z}_{ul_{KS}} = 10\Omega \quad ; \quad Z_{ul_{PH}} = (10 - j10)\Omega$$

4 $X_L = 2,5 \Omega \quad ; \quad X_C = 5 \Omega$

5 $A = 100$

6 $U_f = 80 \text{ V}$

OE II - PISMENI ispit br. 2

1 $U = 180,6 \text{ V}$

2 $I = 6,32 \text{ A}$

3 $\frac{P'}{P} = 1,8$

4 $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$

5 $\eta' = 0,9527$

6 $U_V = 190\sqrt{3} = 329V$

OE II - PISMENI ispit br. 3

1 $L=18 \text{ mH}$

2 $\bar{I}_1 = 8e^{j0^\circ} A ; \bar{I}_2 = 8e^{-j53^\circ} A ; \bar{I} = 14,31e^{-j26,55^\circ} A ; P = 2048W$

3 $\bar{A} = \bar{D} = 0,9 ; \bar{B} = j19\Omega ; \bar{C} = j0,01S ; \bar{Z}_0 = 43,6\Omega$

4 $C=0,4425 \text{ pF} ; f \approx 12 \text{ MHz}$

5 $R=34,7 \Omega$
 $\cos\varphi_2' = 0,768$

6 $\bar{I}_{RS} = 26,87e^{-j45^\circ} A ; \bar{I}_R = 40,28e^{-j26,72^\circ} A ; P_1 = 12,796 \text{ KW}$
 $\bar{I}_{ST} = 13,44e^{-j75^\circ} A ; \bar{I}_S = 16,65e^{j158,8^\circ} A ; P_2 = 0,954 \text{ KW}$
 $\bar{I}_{TR} = 17e^{j183^\circ} A ; \bar{I}_T = 23,77e^{j149,42^\circ} A ; P_{uk} = 13,750 \text{ KW}$

OE II - PISMENI ispit br. 4

1 $R_s=12,8 \Omega ; X_s=9,6 \Omega ; R_p=20 \Omega ; X_p=26,67 \Omega$

2 $P=5 W ; Q=0$

3 $\bar{A} = 1+j4 ; \bar{B} = (2+j2)\Omega ; \bar{C} = (3,5-j2,5)S ; \bar{D} = 3$

4 $C' = \frac{1}{4}C$

5 $\bar{I}_o = 0,956e^{-j105,3^\circ} A ; \bar{I}_2 = 0,2295e^{-j169,3^\circ} A ; \bar{U}_2 = 322e^{-j210,8^\circ} V$

6 $U_V = 386V$

OE II - PISMENI ispit br. 5

1) $P=8,25 \text{ W}$

2) $\bar{U}_{I2} = 30e^{j180^\circ} V$

3) $i_{2k}(t) = 2\sqrt{2} \sin(\omega t + 60^\circ) A$

4) $X_C=20 \Omega$

5) $P'_{Cu} = P_{Cu} ; P'_{Fe} = \frac{1}{4} P_{Fe}$

6) $Z_A = 33 \Omega$

OE II - PISMENI ispit br. 6

1) $R_X=4 \Omega$

2) $\bar{Z} = 5e^{-j90^\circ} \Omega$

3) $\bar{A}_{II} = 1e^{-j30^\circ}$

4) $X_L=5 \Omega$

5) $R_\theta=36,67 \Omega ; X_\theta=21,2 \Omega$

6) $P_W=0$

OE II - PISMENI ispit br. 7

1 $I_A = 10 \text{ A}$

2 $\bar{Z} = (10\sqrt{3} - j10)\Omega = 20e^{-j30^\circ}\Omega$

3 $\bar{I}_I = \frac{\bar{U}_I}{\bar{Z}_o} = \bar{U}_I \sqrt{\frac{\bar{A}_{2I}}{\bar{A}_{12}}} = 11e^{j90^\circ} \text{ A} \Rightarrow i_I(t) = 11\sqrt{2} \sin(\omega t + 90^\circ) \text{ A}$

4 $R_I = \sqrt{\frac{X_L X_C^2}{X_C - X_L}} = 20\Omega ; \bar{I} = 7,33 \text{ A}$

5 $\cos \varphi = 0,22727 ; E = 216,753V ; P_{Fe} = 120W ; R_{Fe} = \frac{E^2}{P_{Fe}} = 390\Omega$

6 $I_A = \frac{U_f}{Z} = 2,89 \text{ A} ; I'_A = \frac{U_L}{Z} = \sqrt{3}I_A = 5 \text{ A}$

OE II - PISMENI ispit br. 8

1 $\cos \varphi = \frac{I_2}{I_1} = 0,707 \Rightarrow \varphi = 45^\circ$

2 $U_V = 20 \text{ V}$

3 $\bar{A}_{II} = I ; \bar{A}_{I2} = \bar{Z}_2 ; \bar{A}_{2I} = \bar{Y}_I ; \bar{A}_{22} = I + \bar{Z}_2 \bar{Y}_I$

4 $\bar{B}_C = j50\Omega$

5 $\bar{I}_I = \frac{\bar{U}}{R_I + R'_2} = 0,5 \text{ A} = \bar{I}'_2 \Rightarrow \bar{I}_2 = A\bar{I}'_2 = 5 \text{ A}$

6 $I_A = I_T - 2I_R \cos 60^\circ = \dots = 10 \text{ A}$

ili

$$\bar{I}_A = \bar{I}_R + \bar{I}_S + \bar{I}_T = \frac{\bar{U}_R}{2R} + \frac{\bar{U}_S}{2R} + \frac{\bar{U}_T}{R} = \dots = 10 \text{ A}$$

OE II - PISMENI ispit br. 9

① $\bar{Y} = G + jB = 0,05 + j0,0865$

② $\cos \varphi = \frac{P}{S} = \frac{600}{1000} = 0,6$

③ $\bar{Z}_2 = \bar{A}_{12} ; \quad \bar{Y}_1 = \bar{A}_{21}$

④ $L_2 = \frac{1}{\omega^2 C_2} = 0,8H$

⑤ $I_2 = 0,2 A$

⑥ $\bar{U}_{\theta' \theta} = -73V ; \quad \bar{U}'_R = 173V ; \quad P_{uk} = P_R = \frac{U'^2_R}{R} = 3KW$

OE II - PISMENI ispit br. 10

① $u(t) = 60 \sin(\omega t - 72^\circ) V$

② $U_V = 50\sqrt{2} V$

③ $C = \frac{L}{R^2 + \omega^2 L^2} = 9,9 \mu F$

④ $R_{Cu} = 1 \Omega ; \quad R_{Fe} = 159 \Omega ; \quad X_{Fe} = 22,05 \Omega ; \quad I_g = 1,374 A ; \quad I_\mu = 9,905 A$

⑤ $I_l = 80 mA ; \quad I_{lk} = 2 A ; \quad I_{2k} = 24 A$

⑥ $I_A = \frac{U_f}{Z_f} = \frac{220}{5\sqrt{2}} = 31,2 A$

OE II - PISMENI ispit br. 11

1 a) prethodi za $43,83^{\circ}$ b) u faz i s U c) zaostaje za $16,7^{\circ}$

2 $S=511,25 \text{ VA} \quad ; \quad P=11,25 \text{ W} \quad \Rightarrow \quad Q=50 \text{ VAr}$

3 $\varphi_u = -35^{\circ}$

4 $\omega = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{1}{R^2C^2}} \quad ; \quad R \rightarrow \infty \quad \Rightarrow \quad \omega = \sqrt{\frac{1}{LC}}$

5 $R_u = A^2 R_X \quad \Rightarrow \quad R_x = 0,2 \Omega$

6 $P'/P = 1,25$

OE II - PISMENI ispit br. 12

1 $U_{sr} = 5,25 \text{ V}$

2 $t = 7 \text{ ms}$

3 $i_I(t) = 40 \sin(314t + 45^{\circ}) \text{ A}$

4 $\bar{X}_L = j0,5 \Omega$

5 $N_1/N_2 = 6 \quad \Rightarrow \quad P_{max} = 13,9 \text{ mW}$

6 $I_A = 17,3 \text{ A}$

OE II - PISMENI ispit br. 13

① $L=0,25 \text{ H}$

② $P=20 \text{ W}$

③ $\bar{A}_{11} = \frac{\bar{Z}_1 + Z_2}{Z_2} ; \quad \bar{A}_{12} = \bar{Z}_1 ; \quad \bar{A}_{21} = \frac{1}{\bar{Z}_2} ; \quad \bar{A}_{22} = 1$

④ $\omega' = \frac{3}{\sqrt{LC}} = 3\omega \quad (\text{poveća se za 3 puta})$

⑤ $U_I=1 \text{ V}$

⑥ $I'_A = \frac{1}{2} I_A$

OE II - PISMENI ispit br. 14

① $u_c(t) = 10\sqrt{2} \sin(2000t + 135^\circ) \text{ V}$

② $I=7,53 \text{ A} ; \quad p(t_l)=1,343 \text{ kW}$

③ $\bar{A}_{11} = 1 ; \quad \bar{A}_{12} = \bar{Z}_2 ; \quad \bar{A}_{21} = \frac{1}{\bar{Z}_1} ; \quad \bar{A}_{22} = \frac{\bar{Z}_1 + Z_2}{Z_1}$

④ $C = 0,2 \text{ mF} ; \quad \bar{Y} = 0,1 \text{ S}$

⑤ $R_T=500 \Omega$

⑥ $I_R \text{ prethodi } U_R \text{ za } 90^\circ ; \quad X_C=20 \Omega$

OE II - PISMENI ispit br. 15

1) $I_{sr} = \frac{1}{2} I_m ; \quad I = \frac{\pi I_{sr}}{2} = 15,7 A$

2) $\omega_m = \sqrt{3}\omega ; \quad P_{max} = 25W$

3) $P_W = 1 kW$

4) $\bar{Z}_{ul} = 12\Omega$

5) a) $\bar{Z} = 263e^{j74,75^\circ}\Omega$ b) $f = 356 kHz$

6) $P_G = 5,92 kW ; \quad P_T = 3,55 kW$

OE II - PISMENI ispit br. 16

1) $\bar{U}_c = 100e^{-j214^\circ}V$

2) $R = 60 \Omega ; \quad C = 79,6 \mu F$

3) $\bar{I}_A = 1 + j \Rightarrow I_A = 1,41A$

4) $X_L = 3X_C \quad \text{za svaki od triju položaja}$

5) $U_2 = 25 V ; \quad I_2 = 25 A ; \quad I_l = 6,25 A ; \quad \Phi_m = 22,52 \cdot 10^{-4} Wb$

6) $I_f = 63,95 A$

OE II - PISMENI ispit br. 17

1 za $i(t) = I_m \Rightarrow u_L = 0 \quad u_R = U_{R_{max}} = 10\sqrt{2} = U$

2 $\bar{Z}_T = (30 + j5)\Omega$

3 $L = 2,53 \text{ mH}$ za oba slučaja

4 $\bar{A} = \bar{D} = 2 \quad ; \quad \bar{B} = 3\bar{Z} \quad ; \quad \bar{C} = \frac{1}{\bar{Z}}$

5 $U_2 = 220 \text{ V} \quad ; \quad I_I = 0,25 \text{ A}$

6 $P = 3 \text{ kW}$

OE II - PISMENI ispit br. 18

1 $i_2(t) = 18,63 \sin(100t + 79,1^\circ) A \quad ; \quad \bar{I}_A = 13,21 A$

2 $\bar{I}_2 = \frac{\bar{E} + \bar{I}\bar{Z}_1}{\bar{Z}_1 + \bar{Z}_2}$

3 $L = 0,8 \text{ H} \quad \omega = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R_2^2}{L^2}} = 21,65 \text{ rad/s}$

4 $\bar{A}_{I2} = 10 \Omega$

5 $P_z = 0,1958 \text{ W} \quad , \quad P_z' = 4 \text{ W}$

6 $Q = -14,52 \text{ kVAr} \quad , \quad P = 0$

OE II - PISMENI ispit br. 19

1 a) $6,08e^{j260,54^\circ}$ b) -2 c) $5 + j8,66$; -2,5

2 $R=10 \Omega$, $C=5 mF$, $P_{max}=1250 W$

3 $\bar{Z}_{ul} = j2,5\Omega$

4 $\omega_0=10 rad/s$, $Q=5$, $\omega_g-\omega_d=2 rad/s$, $\omega_g=11,05 rad/s$, $\omega_d=9,05 rad/s$

5 a) $\eta_a = \frac{50000 \cdot 0,8}{50000 \cdot 0,8 + 170 + 640} = 0,9801$

b) $\eta_b = \frac{50000 \cdot 0,8 \cdot 0,6}{50000 \cdot 0,8 \cdot 0,6 + 170 + 640 / 4} = 0,9785$

6 $\bar{I}_1 = \bar{I}_2 = \bar{I}_3 = 0$, $\bar{Z}_1 = \bar{Z}_2 = \bar{Z}_3 \rightarrow \infty$

OE II - PISMENI ispit br. 20

1 $\bar{U}_L = j100V$ $\bar{U}'_L = 96 + j128 = 160e^{j53,13^\circ}$

2 $C=46,32 \mu F$

3 $\bar{A}_{11} = A \cdot \frac{\bar{Z}_1 + Z_2}{Z_2}$; $\bar{A}_{12} = \frac{1}{A} \bar{Z}_1$; $\bar{A}_{21} = \frac{A}{\bar{Z}_2}$; $\bar{A}_{22} = \frac{1}{A}$

4 $R=3,46 \Omega$

5 $P_{Fe}=42,2 W$

6 $I=11 A$

OE II - PISMENI ispit br. 21

1) $\varphi = -60^\circ$

2) $P=48 \text{ W}$, $S=50,6 \text{ W}$

3) $R_u=200 \Omega$

4) $I=12 \text{ A}$, $U_L=U_C=6 \text{ kV}$, $U_R=120 \text{ V}$, $L=1,592 \text{ H}$

5) $\bar{Z}_2 = 10 \text{ k}\Omega$, $\bar{Z}_1 = 500 \text{ k}\Omega$, $\frac{U_{iz}}{U_{ul}} = 0,00625$

6) $U_V=328,7 \text{ V}$

OE II - PISMENI ispit br. 22

1) $u(t)=200\sin(500t-45^\circ)$

2) $\bar{I}=5e^{j45^\circ}$, $P=250W$, $S=250\sqrt{2}VA$

3) $L=\frac{R_t}{\omega} \sqrt{\frac{R_t}{R_t-R_u}} = 63,7 \text{ mH}$; $C=\frac{1}{\omega \sqrt{R_u(R_t-R_u)}} = 796 \text{ nF}$

4) $I=12 \text{ A}$, $U_L=U_C=24 \text{ V}$, $U_R=120 \text{ V}$, $C=1,592 \text{ mF}$

5) $\frac{U_1}{U_{ul}} = 0,625$, $\frac{U_2}{U_{ul}} = 0,0625$, $\frac{U_{iz}}{U_{ul}} = 0,00625$, $\frac{I_2}{I_{ul}} = 5$, $\frac{I_{iz}}{I_{ul}} = 50$

6) $P_W=0$

OE II - PISMENI ispit br. 23

1 $\bar{Z} = -j10\Omega, P=0, Q=-1000 \text{ VAr}$

2 $C=58,22 \mu F, \Delta\varphi=20^\circ$

3 $R=10 \Omega, X_C=7,5 \Omega$

4 $X_L=7,5 \Omega$

5 $U_2=240 \text{ V}, I_I=10 \text{ A}, P_I=120 \text{ W}$

6 $P_W=-5672,3 \text{ W}$

OE II - PISMENI ispit br. 24

1 $I_A=12,3 \text{ A}$

2 $S=5 \text{ VA}$

3 $\bar{A} = \bar{D} = -I ; \quad \bar{B} = j2\Omega ; \quad \bar{C} = 0$

4 $\omega_0=28,86 \text{ rad/s}$

5 $U_2=10 \text{ V}$

6 $I_1/I_2=1/3$

OE II - PISMENI ispit br. 25

1 $I_\theta = 4,9 \text{ A}$

2 $U_C = 141 \text{ V}, \varphi = 135^\circ$

3 $\bar{Z} = 264 e^{j74,72^\circ} \Omega, f = 356 \text{ kHz}$

4 $R = 4,95 \Omega, L = 0,01 \text{ H}$

5 $I_A = 1 \text{ A}$

6 $\bar{I}_A = 12 e^{j90^\circ} \text{ A} ; \bar{I}_B = 8 e^{-j60^\circ} \text{ A} ; \bar{I}_C = 12 e^{-j120^\circ} \text{ A}$

$P = 1440 + 832 + 1247 = 3519 \text{ W}$

OE II - PISMENI ispit br. 26

1 $\bar{E} = 437 + j194,6 = 478,37 e^{j24^\circ} \text{ V}$

2 $L = 80 \text{ mH}, P = 125 \text{ W}$

3 $C = 46,32 \mu\text{F} , I_C = 16 \text{ A}$

4 $\bar{I}_I = 22 e^{j45^\circ} \text{ A}$

5 $R = 6,37 \Omega, L = 50,7 \text{ mH}$

6 $\bar{I}_{12} = 10 \text{ A} ; \bar{I}_{23} = -j10 \text{ A} ; \bar{I}_{31} = j10 \text{ A}$

$\bar{I}_1 = (10 - j10) \text{ A} ; \bar{I}_2 = (-10 - j10) \text{ A} ; \bar{I}_3 = j20 \text{ A}$

OE II - PISMENI ispit br. 27

1) $i(t) = 20\sqrt{2} \sin(314t - 36,87^\circ) A$, $f=50 Hz$, $\varphi=36,87^\circ$

2) $U=14,1 V$, $\varphi=45^\circ$

3) $R=25 \Omega$, $L=0,2 H$

4) $P_{Cu}=6,25 W$, $P_{Fe}=16 W$

5) a) $A=0,2$, b) $C=100 \mu F$, c) smanjila se za 25 puta

6) $i_R(t) = 4\sqrt{2} \sin(314t + 120^\circ) A$

OE II - PISMENI ispit br. 28

1) $U=100 V$, $T=20 ms$, $u(2,5ms)=141 V$

2) $I=28,41 A$, $R=6,19 \Omega$, $L=14,79 mH$

3) $U_L=U_C=1000 V$, $U_R=100 V$

4) $P_{h2}=50 W$

5) $E_I=2226,9 V$, $e_I(t) = 3140 \sin(314t - 70^\circ) V$

6) $\bar{I}_2 = 45,83 e^{-j83,13^\circ} A$

OE II - PISMENI ispit br. 29

1) $f=561 \text{ Hz}$

2) $I=22,47 \text{ A}$

3)
$$\bar{Z}_\theta = \sqrt{\frac{\bar{Z}_1 \bar{Z}_2}{1 + \frac{\bar{Z}_1}{4\bar{Z}_2}}}$$

4) $R=6,25 \Omega, X_L=8,4 \Omega, X_C=3 \Omega$

5) $A=15$

6) $R=220 \Omega, C=1 \mu F, P=660 \text{ W}$

OE II - PISMENI ispit br. 30

1) $R=125 \Omega; C=8 \mu F$

2) $C=142,15 \mu F; I'=12,5 \text{ A}$

3)
$$\begin{aligned} \bar{Z}_{ul} &= 200 K\Omega \\ \bar{Z}_{iz} &= 100 K\Omega \end{aligned}$$

4) $Q=9, L=3,13 \text{ mH}, R=196,56 \Omega$

5) a) $U_2=27,5 \text{ V}; I_2=6,875 \text{ A}$
b) $I_l=0,859 \text{ A}$
c) d) $Z_{ul}=256 \Omega$

6) $P_W=-173 \text{ W}$

Primjeri potpunih rješenja zadataka

Primjer prvi

- ❶ Kroz trošilo $\bar{Z} = 15e^{-j90^\circ} \Omega$ teče struja efektivne vrijednosti $I = 2,83 A$. Napišite izraz za trenutačnu vrijednost napona na trošilu ako je početna faza struje 18° .

(15 %)

Rješenje:

$$\bar{I} = 2,83e^{j18^\circ} A$$

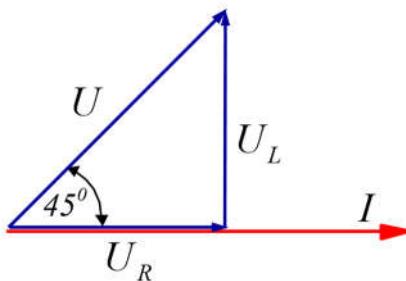
$$\bar{U} = \bar{I} \cdot \bar{Z} = 15e^{-j90^\circ} \cdot 2,83e^{j18^\circ} = 30\sqrt{2}e^{-j72^\circ} V$$

$$u(t) = 60 \sin(\omega t - 72^\circ) V$$

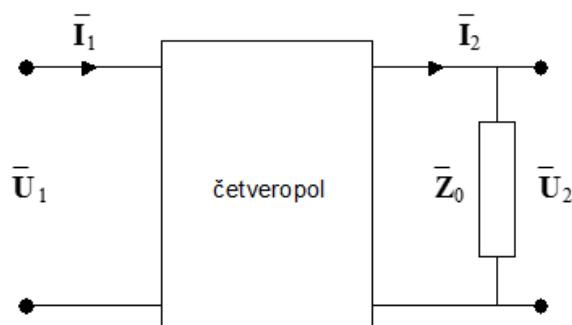
- ❷ Čisti djelatni i čisti induktivni otpor vezani su serijski na izvor izmjeničnog napona od $100 V$. Voltmetar pokazuje jednak otklon kada se priključi samo na djelatni ili samo na induktivni otpor. Koliki otklon pokazuje voltmetar?

(15 %)

Rješenje:



$$U_L = U_R = U \cdot \cos 45^\circ = U \frac{\sqrt{2}}{2} = 50\sqrt{2} V$$



- ❸ Četveropol je opterećen karakterističnom impedancijom $\bar{Z} = 20e^{-j75^\circ} \Omega$. Odredite početnu fazu ulaznog napona φ_u ako je početna faza ulazne struje $\varphi_i = 40^\circ$.

(15 %)

Rješenje:

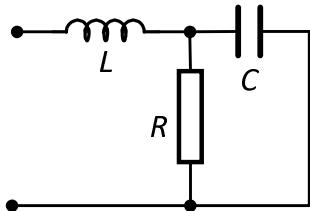
$$\bar{Z}_{ul} = Z_0 = 20e^{-j75^\circ}$$

$$\bar{Z}_{ul} = \frac{\bar{U}_{ul}}{\bar{I}_{ul}} = \frac{U e^{j\varphi_u}}{I e^{j\varphi_i}} = Z_{ul} e^{j(\varphi_u - \varphi_i)}$$

$$Z_{ul} = 20\Omega$$

$$e^{-j75^\circ} = e^{j(\varphi_u - \varphi_i)}$$

$$\varphi_u - \varphi_i = -75^\circ \quad \rightarrow \quad \varphi_u = -35^\circ$$



④ Odredite formulu za rezonantnu frekvenciju ω kruga prema slici. Koji je izraz za rezonantnu frekvenciju ako $R \rightarrow \infty$?

(20 %)

Rješenje:

$$Im(\bar{Z}_{ul}) = 0$$

$$\bar{Z}_{ul} = jX_L + \frac{R(-jX_C)}{R - jX_C}$$

$$\bar{Z}_{ul} = jX_L + \frac{-jRX_C(R + jX_C)}{R^2 + X_C^2}$$

$$X_L - \frac{R^2 X_C}{R^2 + X_C^2} = 0 \quad \rightarrow \quad \omega L = \frac{R^2 \frac{I}{\omega C}}{R^2 + \frac{I}{\omega^2 C^2}} \quad \rightarrow \quad L + R^2 LC^2 \omega^2 = R^2 C$$

$$\omega = \sqrt{\frac{R^2 C - L}{R^2 LC^2}} = \sqrt{\frac{I}{LC} - \frac{I}{R^2 C^2}}$$

$$R \rightarrow \infty \quad \Rightarrow \quad \omega = \sqrt{\frac{I}{LC}}$$

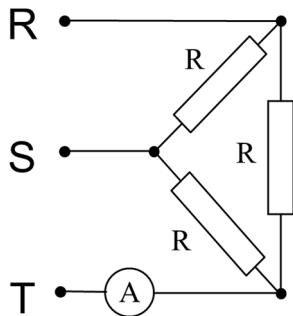
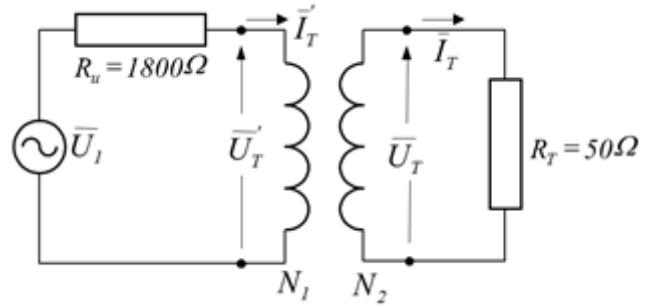
⑤ Zadan je naponski izvor $U=10$ V, unutarnjeg otpora $R_u = 1800 \Omega$. Djelatno trošilo $R=50 \Omega$ spojeno je na izvor pomoću idealnog transformatora. Koliki mora biti prijenosni omjer primarnih i sekundarnih namotaja ($A=N_1/N_2$) da bi snaga na trošilu bila maksimalna? Kolika je ta snaga?

(20 %)

Rješenje:

$$R_u = A^2 R \quad \Rightarrow \quad A = \sqrt{\frac{R_u}{R}} = \sqrt{\frac{1800}{50}} = 6$$

$$U_R = \frac{U}{2} \quad \Rightarrow \quad P_{max} = \frac{U^2}{A^2 R} = \frac{5^2}{1800} \quad \Rightarrow \quad P_{max} = 13,9mW$$



❶ Na trofazni generator s $U_L = 100 \text{ V}$ priključeno je trošilo $R = 10 \Omega$ prema slici. Odredite pokazivanje ampermetra. (15 %)

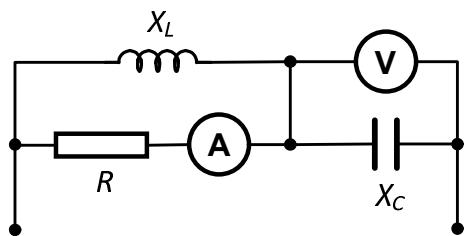
Rješenje:

$$U_L = U_f = 100V$$

$$I_f = \frac{U_f}{R} = \frac{100}{10} = 10A$$

$$I_L = \sqrt{3}I_f \quad \Rightarrow \quad I_A = 17,3A$$

Primjer drugi



❶ Zadano je $X_C = 2R = 2X_L = 10 \Omega$. Ako voltmeter pokazuje $141 V$, koliko je pokazivanje ampermetra?

(15 %)

Rješenje:

$$\bar{U}_V = 100\sqrt{2}e^{-j0^\circ}$$

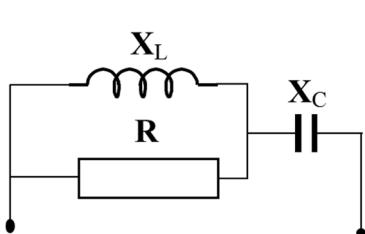
$$\bar{I}_A = \bar{I} \frac{jX_L}{R + jX_L} \text{ (strujno djelilo)}$$

$$\bar{I} = \frac{\bar{U}_V}{-jX_C}$$

$$\bar{I}_A = -\bar{U}_V \frac{X_L}{X_C(R + jX_L)} \Rightarrow \bar{I}_A = \frac{-100\sqrt{2} \cdot 5}{10(5 + j5)} = \frac{-50\sqrt{2}(5 - j5)}{50} = -5\sqrt{2} + j5\sqrt{2}$$

$$I_A = \sqrt{50 + 50} = 10 A$$

Ili (bez uporabe simboličke metode):

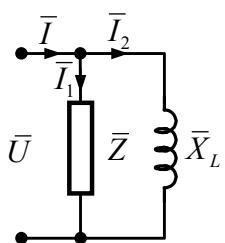


$$I = \frac{U_V}{X_C} = \frac{100\sqrt{2}}{10} = 10\sqrt{2} A$$

$$U_R = U_L ; R = X_L \Rightarrow I_R = I_L$$

$$I = \sqrt{I_R^2 + I_L^2} = \sqrt{2}I_R = \sqrt{2}I_L$$

$$I_A = I_R = \frac{I}{\sqrt{2}} = 10 A$$

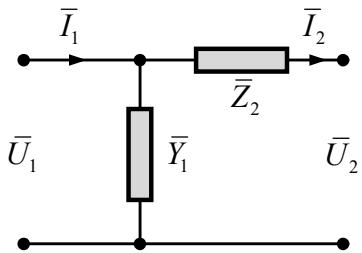
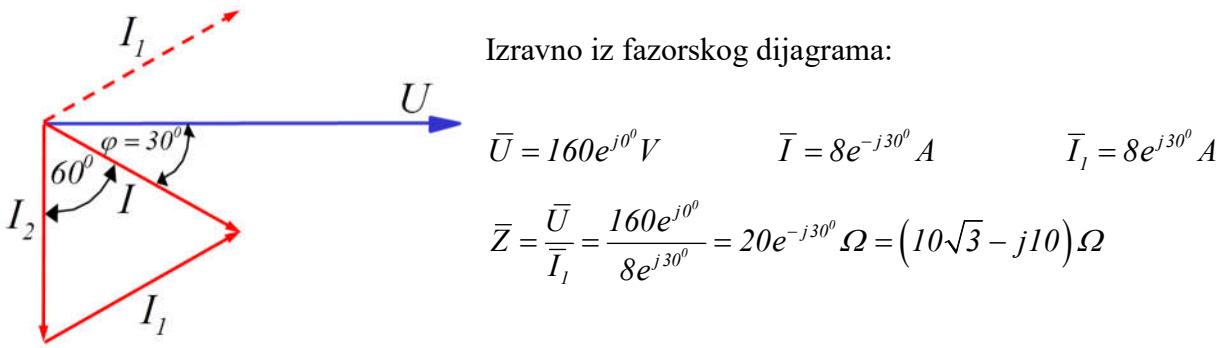


❷ U paralelnom spoju prema slici sve su struje jednake po iznosu: $I_1 = I_2 = I = 8$

A. Odredite impedanciju \bar{Z} ako je $U = 160 V$.

(20 %)

Rješenje:



③ Izrazite konstante (parametre) četveropola pomoću zadanih vrijednosti admitancije \bar{Y}_1 i impedancije \bar{Z}_2 .

(15 %)

Rješenje:

$$\bar{U}_1 = \bar{A}_{11}\bar{U}_2 + \bar{A}_{12}\bar{I}_2$$

$$\bar{I}_1 = \bar{A}_{21}\bar{U}_2 + \bar{A}_{22}\bar{I}_2$$

$$\bar{A}_{11} = \left. \frac{\bar{U}_1}{\bar{U}_2} \right|_{\bar{I}_2=0} = I \quad \bar{A}_{12} = \left. \frac{\bar{U}_1}{\bar{I}_2} \right|_{\bar{U}_2=0} = \frac{\bar{I}_2 \bar{Z}_2}{\bar{I}_2} = \bar{Z}_2$$

$$\bar{A}_{21} = \left. \frac{\bar{I}_1}{\bar{U}_2} \right|_{\bar{I}_2=0} = \frac{\bar{U}_2 \bar{Y}_1}{\bar{U}_2} = \bar{Y}_1 \quad \bar{A}_{22} = \left. \frac{\bar{I}_1}{\bar{I}_2} \right|_{\bar{U}_2=0} = \frac{\bar{I}_1}{\frac{1}{\bar{Y}_1}} = I + \bar{Y}_1 \bar{Z}_2$$

④ Otpor $R=0,1 \Omega$ i admitancija $\bar{Y}=(10-j10)S$ spojeni su paralelno. Odredite veličinu i karakter susceptancije B koja se serijski vezuje na zadatu paralelnu kombinaciju, da bi cijelokupni spoj bio u rezonanciji.

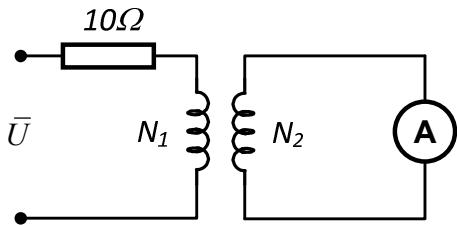
(15 %)

Rješenje:

$$\bar{Y}_{RY} = \bar{Y} + \frac{1}{R} = 10 - j10 + 10 = 20 - j10$$

$$\bar{Z}_{RY} = \frac{1}{\bar{Y}_{RY}} = \frac{1}{20 - j10} = \frac{20 + j10}{500} = \frac{1}{25} + j \frac{1}{50}$$

Treba biti: $\bar{X}_c = -j\frac{1}{50} \Rightarrow \bar{B}_c = j50$.



- ⑤ Idealni transformator ima odnos broja zavoja $N_1 : N_2 = I : 5$. Napon na primaru je $\bar{U} = 10e^{j0}$ V. Odredite struju koju mjeri ampermetar u sekundarnom krugu.

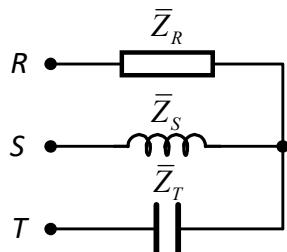
(15 %)

Rješenje:

$$I'_2 = \frac{1}{n} I_1 = 5I_1$$

$$I'_2 = I_1 = \frac{U}{R} = \frac{10}{10} = 1A$$

$$I_2 = \frac{I'_2}{5} = \frac{1}{5} = 0,2A$$



- ⑥ Trošilo u zvijezda spoju s impedancijama $\bar{Z}_R = 10 \Omega$, $\bar{Z}_S = j10 \Omega$, $\bar{Z}_T = -j10 \Omega$ spojeno je na simetrični trofazni generator faznog napona $100 V$, bez nultog voda. Odredite ukupnu djelatnu snagu trošila.

(20 %)

Rješenje:

Napon nesimetrije: $\bar{U}_{o'o} = \frac{\bar{E}_1 \bar{Y}_1 + \bar{E}_2 \bar{Y}_2 + \bar{E}_3 \bar{Y}_3}{\bar{Y}_1 + \bar{Y}_2 + \bar{Y}_3}$

$$\bar{U}_{o'o} = \frac{100 \cdot \frac{1}{10} + \frac{100e^{-j120^\circ}}{j10} + \frac{100e^{j120^\circ}}{-j10}}{\frac{1}{10} + \frac{1}{j10} + \frac{1}{-j10}}$$

$$\bar{U}_{o'o} = 100 \left(1 + e^{-j210^\circ} + e^{j210^\circ} \right) = 100 \left(1 + 2 \cos 210^\circ \right) = -73V$$

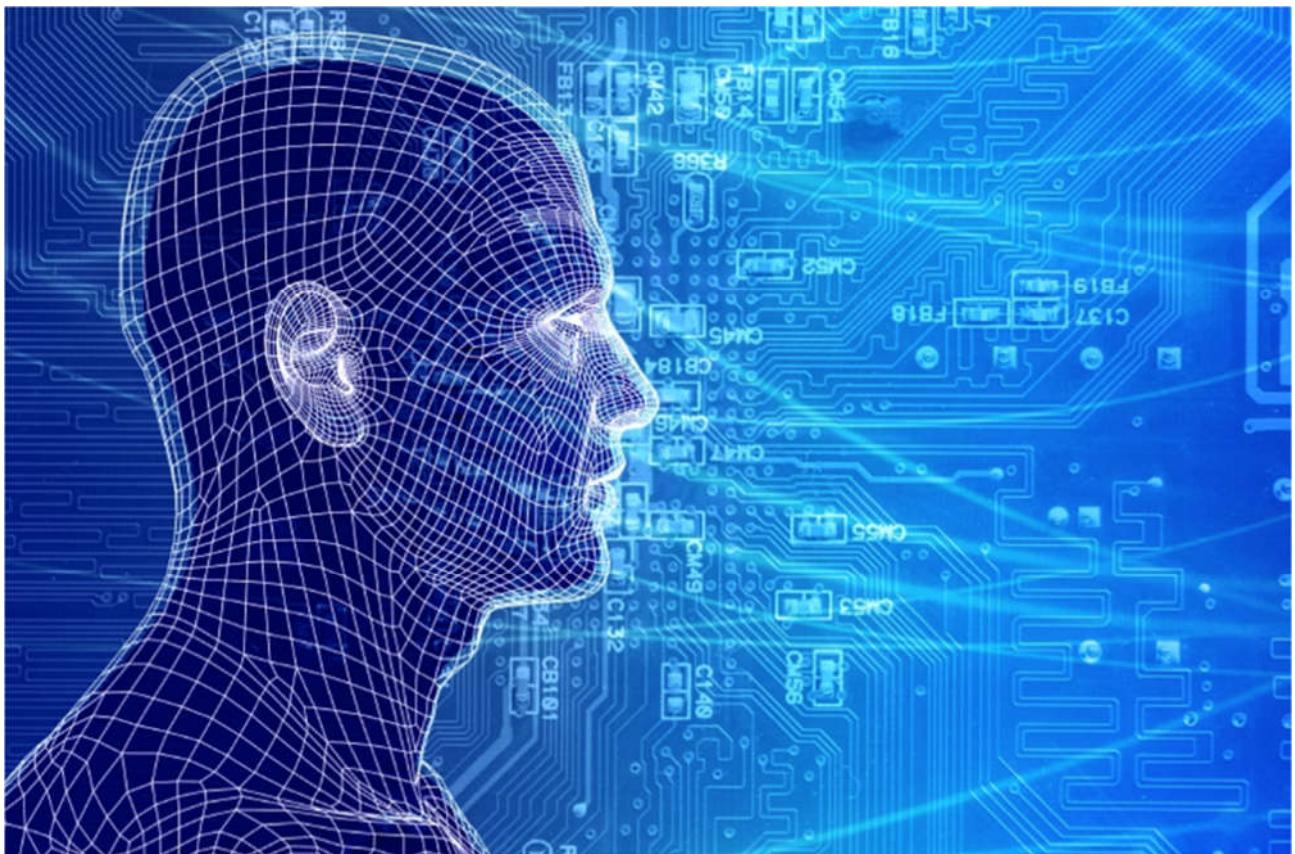
$$\bar{U}'_R = \bar{U}_R - \bar{U}_{o'o} = 173V$$

$$P_{uk} = P_R = \frac{U'^2_R}{R} = \frac{(100\sqrt{3})^2}{10} = 3KW$$



Ljubomir Malešević

ZBIRKA PITANJA I ZADATAKA S USMENIH ISPITA IZ OSNOVA ELEKTROTEHNIKE II



STUDIJI ELEKTRONIKE I ELEKTROENERGETIKE

SPLIT, 2018.

PREDGOVOR

Zbirka s primjerima usmenih ispita dio je nastavnih materijala iz kolegija Osnove elektrotehnike II. Izrađena je za studente stručnih studija elektroenergetike i elektronike na Odsjeku za elektrotehniku Sveučilišnog odjela za stručne studije Sveučilišta u Splitu.

Zbirka sadrži trideset (30) primjera usmenih ispita, s ukupno 270 pitanja i zadataka, što su se održavali na stručnim studijima elektronike i elektroenergetike. Za svaki ispit u drugom dijelu zbirke navedena su odgovarajuća završna rješenja. U nastavku su primjeri dvaju usmenih ispita s potpunim rješenjima.

Usmeni (teorijski) dio ispita sastoji se od devet (9) zadataka. Pitanja su podijeljena po cjelinama:

1. trenutačne i srednje vrijednosti izmjeničnih veličina, izmjenične mreže (fazorska i simbolička metoda)
2. četveropoli, rezonancija, svitci s feromagnetskom jezgrom
3. transformatori, trofazni sustavi, obrtno magnetsko polje.

Svaki zadatak ima odgovarajuću težinu izraženu u postotcima (%). Svaka cjelina može sadržavati i neki praktičan primjer. Za pozitivnu ocjenu potrebno je riješiti, odnosno odgovoriti na najmanje 50 % od ponuđenih pitanja. Dodatni je uvjet da pozitivno ocijenjeni odgovori i rješenja moraju biti ravnomjerno raspoređeni po nastavnim područjima, tj. rezultat od 0 % u pojedinom području znači i negativnu ocjenu cjelokupnog ispita. U prvoj fazi na pitanja se odgovara u pisanim obliku. Nakon objavljivanja rezultata predmetni nastavnik može tražiti naknadna pojašnjenja i postavljati dodatna pitanja (u slučaju da je student opravdano nezadovoljan postignutim rezultatom ili se radi o graničnom rezultatu potrebnom za pozitivnu ili višu ocjenu).

Ispit se održava u zimskim i jesenskim ispitnim rokovima/terminima u trajanju od dva sata (120 minuta). Ispitu mogu pristupiti samo studenti koji su položili pismeni ispit.

Sastavni je dio ovog ispita i teorijski dio iznesen u repetitoriju za laboratorijske vježbe, kao i same vježbe. Plan predavanja služi studentima kao vodič za pripremu usmenog ispita. Nakon usvajanja cjelokupnog gradiva predviđenoga planom student može provjeriti razinu znanja odgovarajući na pitanja iz do sada održanih ispita.

Ispitu mogu pristupiti samo studenti koji imaju zadovoljenu kvotu prethodnih aktivnosti (nazočnost nastavi, laboratorijske vježbe ...).

Sastavni su dio ovih nastavnih materijala skripta koja sadrže gradivo s predavanja iz Osnova elektrotehnike II (OE II) i slajdovi s PowerPoint prezentacijom gradiva koje se studentima iznosi na predavanjima.

Kao dopuna za pripremu usmenog ispita preporučuje se:

- Lj. Malešević: *Zbirka pitanja i zadataka s pismenih ispita iz OE II*, web-izdanje (Moodle), Sveučilišni odjel za stručne studije Sveučilišta u Splitu, Split, 2018.
- Lj. Malešević: *Zbirka zadataka s kolokvija iz OE II*, web-izdanje (Moodle), Sveučilišni odjel za stručne studije Sveučilišta u Splitu, Split, 2018.

AUTOR

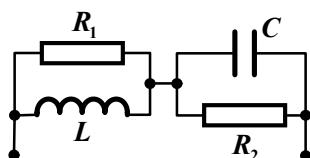
SADRŽAJ

1. USMENI ISPIT IZ OSNOVA ELEKTROTEHNIKE II	1
2. USMENI ISPIT IZ OSNOVA ELEKTROTEHNIKE II	2
3. USMENI ISPIT IZ OSNOVA ELEKTROTEHNIKE II	3
4. USMENI ISPIT IZ OSNOVA ELEKTROTEHNIKE II	4
5. USMENI ISPIT IZ OSNOVA ELEKTROTEHNIKE II	5
6. USMENI ISPIT IZ OSNOVA ELEKTROTEHNIKE II	6
7. USMENI ISPIT IZ OSNOVA ELEKTROTEHNIKE II	7
8. USMENI ISPIT IZ OSNOVA ELEKTROTEHNIKE II	8
9. USMENI ISPIT IZ OSNOVA ELEKTROTEHNIKE II	9
10. USMENI ISPIT IZ OSNOVA ELEKTROTEHNIKE II	10
11. USMENI ISPIT IZ OSNOVA ELEKTROTEHNIKE II	11
12. USMENI ISPIT IZ OSNOVA ELEKTROTEHNIKE II	12
13. USMENI ISPIT IZ OSNOVA ELEKTROTEHNIKE II	13
14. USMENI ISPIT IZ OSNOVA ELEKTROTEHNIKE II	14
15. USMENI ISPIT IZ OSNOVA ELEKTROTEHNIKE II	15
16. USMENI ISPIT IZ OSNOVA ELEKTROTEHNIKE II	16
17. USMENI ISPIT IZ OSNOVA ELEKTROTEHNIKE II	17
18. USMENI ISPIT IZ OSNOVA ELEKTROTEHNIKE II	18
19. USMENI ISPIT IZ OSNOVA ELEKTROTEHNIKE II	19
20. USMENI ISPIT IZ OSNOVA ELEKTROTEHNIKE II	20
21. USMENI ISPIT IZ OSNOVA ELEKTROTEHNIKE II	21
22. USMENI ISPIT IZ OSNOVA ELEKTROTEHNIKE II	22
23. USMENI ISPIT IZ OSNOVA ELEKTROTEHNIKE II	23
24. USMENI ISPIT IZ OSNOVA ELEKTROTEHNIKE II	24
25. USMENI ISPIT IZ OSNOVA ELEKTROTEHNIKE II	25
26. USMENI ISPIT IZ OSNOVA ELEKTROTEHNIKE II	26
27. USMENI ISPIT IZ OSNOVA ELEKTROTEHNIKE II	27
28. USMENI ISPIT IZ OSNOVA ELEKTROTEHNIKE II	28
29. USMENI ISPIT IZ OSNOVA ELEKTROTEHNIKE II	29
30. USMENI ISPIT IZ OSNOVA ELEKTROTEHNIKE II	30
Završna rješenja zadataka.....	31
Primjeri potpunih rješenja pitanja i zadataka	43
Literatura.....	65

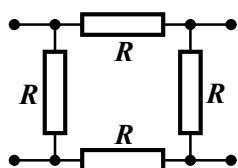
1. USMENI ISPIT IZ OSNOVA ELEKTROTEHNIKE II

❶ Aritmetička, elektrolitska i efektivna srednja vrijednost (opće relacije i proračun za sinusoidni valni oblik).

❷ Izvedite uvjet za postizanje maksimalne snage na trošilu priključenom na izmjeničnu mrežu.



❸ Izvedite izraz za rezonantnu frekvenciju sklopa prema slici.



❹ Odredite konstante četveropola prema slici.

❺ Svitak sa željeznom jezgrom (ekvivalentna shema, određivanje parametara svitka, potpuni vektorski dijagram).

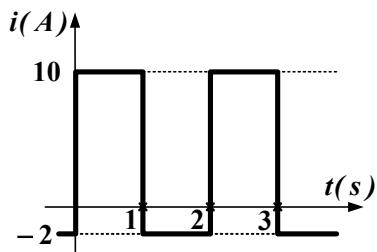
❻ Transformatorske jednadžbe (izvod), nadomesna shema linearног transformatora kao T -četveropola i potpuni vektorski dijagram za induktivno trošilo.

❼ Ako u sustavu simetričnoga trofaznog trošila spojenoga u trokut pregori jedan linijski vod, koliki će biti naponi na pojedinim fazama trošila?

❽ Opišite postupak razlaganja nesimetričnoga trofaznog sustava na simetrične komponente.

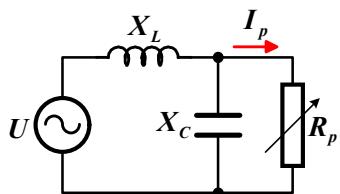
❾ Okretno magnetsko polje (izvod iznosa i faze ukupnog vektora magnetske indukcije).

2. USMENI ISPIT IZ OSNOVA ELEKTROTEHNIKE II



❶ Odredite efektivnu vrijednost struje prema slici.

❷ Paralelni RLC krug ($X_L > X_C$) – valni oblici trenutačnih vrijednosti u , i , p i pripadni fazorski dijagram.



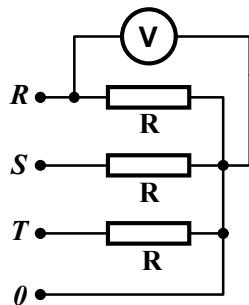
❸ Kako se mijenja iznos struje I_p ako se vrijednost R_p mijenja od $0 \rightarrow X_L$? Zadano je $X_L = X_C$.

❹ Izvedite konstante i ulaznu impedanciju nesimetričnog Π -četveropola.

❺ Paralelna rezonancija u krugu s realnim kondenzatorom i zavojnicom.

❻ Transformator s feromagnetskom jezgrom (izvod jednadžbi trafoa, ekvivalentna shema i potpuni fazorski dijagram za induktivno trošilo).

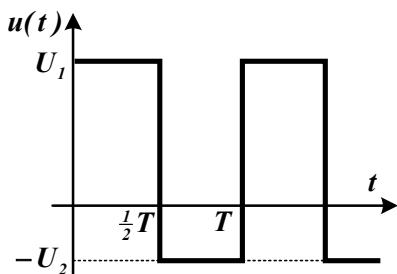
❼ Snaga i mjerjenje snage u simetričnom i nesimetričnom trofaznom sustavu.



❽ Što pokazuje voltmetar kada je nulti vodič u prekidu, a što kada su nulti i jedan od faznih vodiča (S ili T) u prekidu?

❾ Princip rada sinkronog i asinkronog motora.

3. USMENI ISPIT IZ OSNOVA ELEKTROTEHNIKE II



- ❶ Odredite srednju snagu na otporu R koji je priključen na izvor napona $u(t)$ oblika prema slici.

- ❷ Serijski RLC krug ($X_L > X_C$) – relacije za valne oblike trenutačnih vrijednosti u_R , u_L , u_C , u , i , p i pripadni grafički prikazi. Relacije za U_R , U_L , U_C , U , I , Z , P , Q , S i pripadni fazorski dijagram.

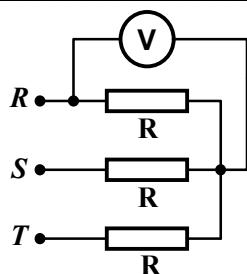
- ❸ Napišite simbolički prikaz sljedećih izmjeničnih veličina (algebarski i eksponencijalni):
 $\bar{I}, \bar{U}, \bar{Z}, \bar{X}_L, \bar{X}_C, \bar{B}_L, \bar{B}_C, \bar{Y}, \bar{P}, \bar{Q}, \bar{S}$.

- ❹ Izvedite konstante i ulaznu impedanciju nesimetričnog T -četveropola.

- ❺ Rezonancija u paralelnom RLC krugu – svojstva paralelnoga rezonantnog kruga, fazorski dijagram, graf frekvencijske ovisnosti struja, faznog kuta i impedancije kruga.

- ❻ Idealni transformator – temeljna svojstva, princip transformacija napona, struja i impedancija.

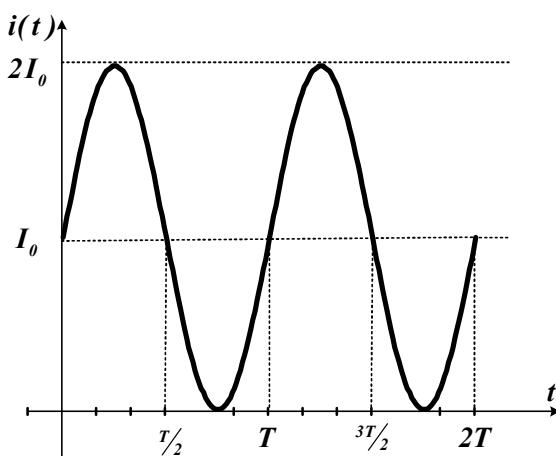
- ❼ Na grafičkom primjeru pokažite postupak određivanja nesimetričnog sustava napona iz proizvoljno zadanih simetričnih komponenata (direktne, inverzne i nulte).



- ❽ Koji će napon pokazivati voltmetar ako dođe do kratkog spoja u fazi T simetričnog trošila prema slici?

- ❾ Izvedite relacije za iznos i fazu magnetske indukcije B trofaznoga rotacijskoga magnetskog polja.

4. USMENI ISPIT IZ OSNOVA ELEKTROTEHNIKE II



❶ Odredite srednju i efektivnu vrijednost struje $i(t)$ oblika prema slici.

❷ Paralelni RL krug ($X_L=R$) – relacije za valne oblike trenutačnih vrijednosti u , i , p , grafički prikaz valnih oblika, pripadni fazorski dijagram, efektivne vrijednosti struje, impedancije i srednje snage.

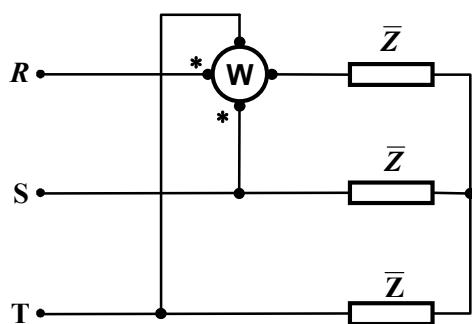
❸ Kolika je trenutačna vrijednost ukupne struje $i(t)$ sastavljene od djelomičnih struja $i_1(t)=I_m \sin \omega t$, $i_2(t)=I_m \sin(\omega t+90^\circ)$. Rezultat potvrdite radeći samo s trenutačnim vrijednostima i pomoću simboličke metode. Prikažite sve struje na pripadnom valnom i fazorskom dijagramu.

❹ Izvedite ulaznu impedanciju praznog hoda i ulaznu impedanciju kratkog spoja četveropola preko njegovih parametara.

❺ Izvedite relaciju kojom se definira odnos faktora dobrote Q , propusnog pojasa $2\Delta f$ i rezonantne frekvencije f_r . Kako se može odrediti faktor dobrote iz prikaza rezonancijske krivulje struje za serijski $R-L-C$ krug?

❻ Svitak s feromagnetskom jezgrom (potpuna ekvivalentna shema, određivanje parametara svitka, fazorski dijagram).

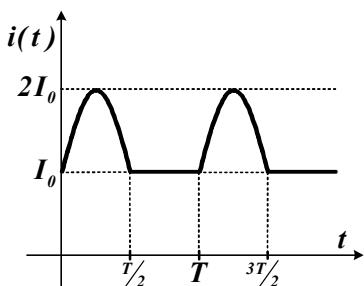
❼ Transformator u nominalnim uvjetima ima gubitke u željezu P_0 i gubitke u bakru P_K . Ako se otpor trošila poveća za četiri puta, koliki će biti gubici u željezu P_{Fe} i u bakru P_{Cu} izraženi pomoću P_0 i P_K ?



❽ Pokazivanje vatmetra na slici jednako je nuli. Kakva je karaktera impedancija \bar{Z} simetričnoga trofaznog trošila (čisto radna, čisto jalova, radno-jalova)? Obrazložite rješenje na fazorskom dijagramu.

❾ Navedite metode i sheme spojeva za mjerjenje snage u simetričnom trofaznom sustavu.

5. USMENI ISPIT IZ OSNOVA ELEKTROTEHNIKE II

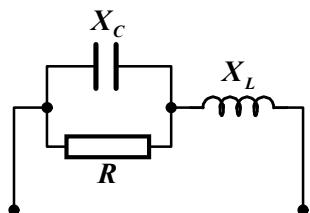


❶ Odredite srednju vrijednost struje $i(t)$.

❷ Serijski RLC krug ($X_L < X_C$) spojen je na izvor $u(t) = U_m \sin \omega t$. Odredite trenutačne vrijednosti i , u_R , u_L , u_C , p te nacrtajte pripadne valne oblike i fazorski dijagram. Napišite relacije za efektivne vrijednosti struje i napona na elementima kruga te izraze za impedanciju i srednju snagu.

❸ Izvedite teorem o maksimalnoj snazi u izmjeničnim mrežama.

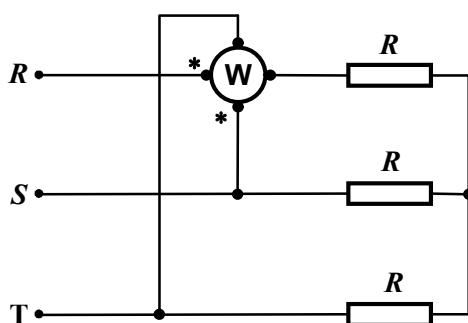
❹ Kaskadni spoj četveropola.



❺ Izvedite izraz za rezonantnu frekvenciju ako su zadani parametri R , L i C . Kolika bi bila rezonantna frekvencija za slučaj da $R \rightarrow \infty$?

❻ Gubitci histereze i vrtložnih struja u svitku s feromagnetskom jezgrom.

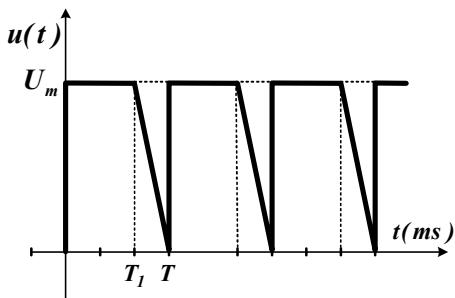
❼ Transformator s feromagnetskom jezgrom (jednadžbe, nadomjesna shema, fazorski dijagram).



❽ Odredite pokazivanje vatmetra. Obrazložite rješenje analitički i na fazorskem dijagramu. Referentni napon je fazni napon $\bar{U}_R = U_f e^{j\theta^0}$.

❾ Dokažite da je trenutačna snaga simetričnoga trofaznog trošila konstantna (vremenski neovisna) bez obzira na vrstu spoja.

6. USMENI ISPIT IZ OSNOVA ELEKTROTEHNIKE II



- ❶ Srednja vrijednost prikazanoga valnog oblika perioda T jednaka je srednjoj vrijednosti punovalno ispravljenoga sinusoidnog napona perioda T maksimalne vrijednosti U_m . Kolika mora biti vrijednost T_1 da bi bila zadovoljena jednakost srednjih vrijednosti navedenih valnih oblika?

❷ Paralelni RLC krug ($X_L \neq X_C$) – valni oblici trenutačnih vrijednosti u , i , p , pripadni vektorski dijagram, efektivne vrijednosti struje, impedancije i srednja snaga.

❸ Prikažite kako se u simboličkoj metodi zamjenjuju operatori diferenciranja i integriranja te rotacija fazora.

❹ Izvedite relacije za konstante simetričnog T -četveropola.

❺ Izvedite izraz za rezonantnu frekvenciju u krugu s realnim kondenzatorom i zavojnicom.

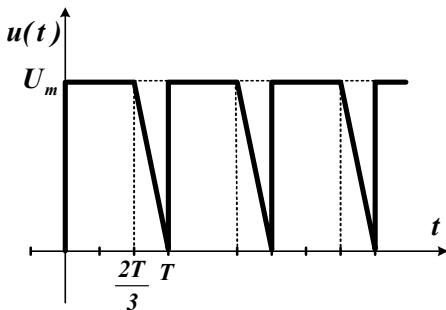
❻ Svitak s feromagnetskom jezgrom – ekvivalentne sheme.

❼ Linearni (zračni) transformator – ekvivalentna shema magnetskog kruga, transformatorske jednadžbe.

❽ Spoj zavoja generatora u zvijezdu i u trokut – odnosi i relacije za fazne i linijske napone i struje.

❾ Simetrične komponente nesimetričnih trofaznih sustava.

7. USMENI ISPIT IZ OSNOVA ELEKTROTEHNIKE II



❶ Kolika je aritmetička srednja vrijednost prikazanoga valnog oblika napona?

❷ Paralelni RL krug spojen je na izvor $u(t)=U_m \sin \omega t$. Odredite trenutne vrijednosti i , i_R , i_L , p te nacrtajte pripadne valne oblike i fazorski dijagram. Napišite relacije za efektivne vrijednosti struja, impedancije i srednje snage.

❸ Izvedite uvjet za dobivanje maksimalne snage na trošilu u izmjeničnom krugu.

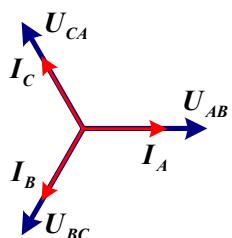
❹ Dokažite kako se mjeranjem napona i struja u uvjetima praznog hoda i kratkog spoja mogu odrediti ulazne veličine napona \bar{U}_1 i struje \bar{I}_1 , četveropola, ako je zadan režim rada (\bar{U}_2, \bar{I}_2) na izlazu četveropola.

❺ Izvedite izraz za ovisnost propusnog opsega B i faktora dobrote Q serijskoga rezonantnog kruga.

❻ Nacrtajte nadomjesne sheme svitka s neferomagnetskom i feromagnetskom jezgrom te odgovarajuće fazorske dijagrame.

❼ Nacrtajte nadomjesnu shemu i odgovarajući fazorski dijagram linearног (zračnог) transformatora za slučaj da je transformator opterećen djelatnim otporom.

❽ Napišite izraze za fazne i linijske napone i struje za slučaj da je na četverovodni trofazni sustav ($R-S-T-0$) s otporom nultog voda R_0 priključeno trofazno nesimetrično trošilo $\bar{Z}_R, \bar{Z}_S, \bar{Z}_T$ spojeno u zvijezdu.



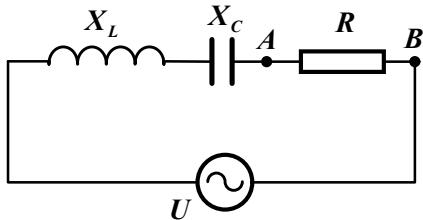
❾ Simetrično trofazno trošilo ima fazorski dijagram linijskih napona i linijskih struja kao što je prikazano na slici. Kakva je karaktera trošila (radno, induktivno, kapacitivno, čisto induktivno ili čisto kapacitivno)? Koliki je fazni kut trošila? Obrazložite tvrdnje.

8. USMENI ISPIT IZ OSNOVA ELEKTROTEHNIKE II

-
- ❶ Izvedite relacije za aritmetičku srednju vrijednost poluvalno ispravljenoga sinusoidnoga valnog oblika napona.
-
- ❷ Za paralelni LC krug nacrtajte valne oblike trenutačnih vrijednosti u , i , p , pripadne vektorske dijagrame za sva tri moguća slučaja ($X_L < X_C$, $X_L = X_C$, $X_L > X_C$) te relacije za U , I , Y , P .
-
- ❸ Zadan je fazor struje $\bar{I} = (I-j) \text{ A}$ i frekvencija izvora $f=50 \text{ Hz}$. Odredite trenutačnu vrijednost struje za $t=2,5 \text{ ms}$.
-
- ❹ Izvedite izraz za karakterističnu impedanciju četveropola. Kako se ona određuje pokusima kratkog spoja i praznog hoda?
-
- ❺ Nacrtajte frekvencijske krivulje serijskog $R-L-C$ kruga i napišite izraz za ovisnost o frekvenciji za svaku krivulju (X_L , X_C , Z , I , U_L , U_C ...).
-
- ❻ U svitku s feromagnetskom jezgrom priključenom na izvor U , frekvencije f , zanemarivo je rasipanje i gubitci u bakru. Nacrtajte ekvivalentnu shemu i vektorski dijagram te postavite relacije za određivanje svih parametara u dobivenoj shemi.
-
- ❼ Pokus kratkog spoja transformatora s feromagnetskom jezgrom (ekvivalentna shema, gubitci, određivanje parametara).
-
- ❽ Simetrično trofazno trošilo u spoju u trokut uzima iz mreže snagu P . Kolika je snaga ako pregori osigurač u jednom od linijskih vodova? Obrazložite rezultat.
-
- ❾ Simetrično trofazno trošilo u spoju u zvijezdu priključeno je na četverovodnu $R-S-T-O$ mrežu. Ako se uzme u obzir otpor nultog voda R_0 , odredite izraze za fazne napone i struje te ukupnu djelatnu snagu.
-

9. USMENI ISPIT IZ OSNOVA ELEKTROTEHNIKE II

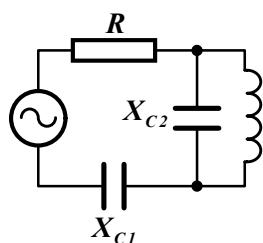
- 1 Prvi negativni ekstrem ($-U_m$) sinusoidnog izvora $U=110\text{ V}$, $f=50\text{ Hz}$ postiže se u trenutku $t=5\text{ ms}$. Kako glasi vremenska funkcija opisanog napona? Nacrtajte njen valni oblik.



- 2 U kojem se kvadrantu kompleksne ravnine nalazi vektor napona na otporniku U_{AB} ako je $\bar{U}=Ue^{j0}$, $X_L>X_C$? Tvrđuju dokažite pripadnim vektorskim dijagramom.

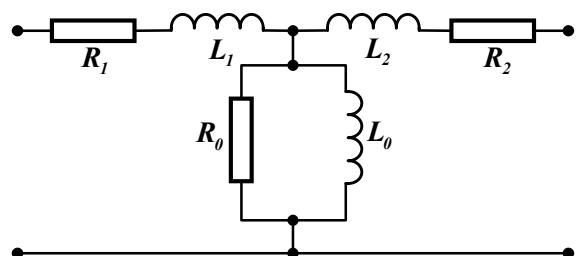
- 3 Na izmjenični izvor priključeno je trošilo $\bar{Z}_T = R_T + jX_T$. Koji uvjeti trebaju biti ispunjeni da bi trošilo uzimalo maksimalnu djelatnu snagu? Dokažite tvrdnju.

- 4 Izvedite konstante $A_{11}, A_{12}, A_{21}, A_{22}$ simetričnog T -četveropola.



- 5 Koji uvjet mora biti ispunjen da bi u krugu nastupila serijska rezonancija? Pod kojim uvjetom u krugu nastaje paralelna rezonancija?

- 6 Transformator s feromagnetskom jezgrom nalazi se u režimu praznog hoda. Nacrtajte ekvivalentnu shemu i pripadni vektorski dijagram za taj slučaj.



- 7 Na slici je prikazana nadomjesna shema transformatora s feromagnetskom jezgrom. Koji će se parametri nadomjesne sheme promijeniti ako povećamo frekvenciju primarnog napona uz nepromjenjenu amplitudu? Ovisnosti otpora o temperaturi i skin efektu su zanemarive.

- 8 Na trofaznu mrežu priključena su tri jednakona kondenzatora spojena u trokut. Iznos linijskih struja je I_L . Koliki će biti iznos linijskih struja ako se isti kondenzatori prespoje u zviježdu?

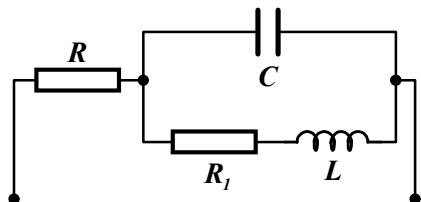
- 9 Aronov spoj – izvod i grafički prikaz.

10. USMENI ISPIT IZ OSNOVA ELEKTROTEHNIKE II

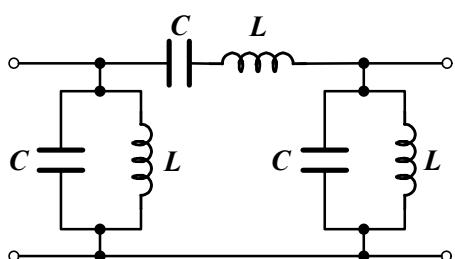
1 Srednja vrijednost punovalno ispravljene sinusoidne struje je $I_{sr}=10\text{ A}$. Kolika joj je efektivna vrijednost?

2 Za serijski LC krug nacrtajte valne oblike trenutačnih vrijednosti u , i , p , pripadne vektorske dijagrame za sva tri moguća slučaja ($X_L=X_C$, $X_L < X_C$, $X_L > X_C$) te relacije za U , I , Y i P .

3 Kakav je međusobni odnos aktivne i reaktivne komponente otpora trošila ako su izrazi za trenutačne vrijednosti napona i struje: $u=U_m \sin(\omega t - 67^\circ)$, $i=I_m \sin(\omega t - 112^\circ)$?



4 Nacrtajte frekvencijske ovisnosti ukupne impedancije kruga prema slici (karakteristične točke su za $f=0$, $f=f_r$, $f \rightarrow \infty$).



5 Odredite konstante simetričnog četveropola prema slici ako je $X_L=X_C$.

6 Gubitci histerezе i vrtložnih struja u svitku s feromagnetskom jezgrom (kako i zašto nastaju navedeni gubitci, relacije za određivanje obje vrste gubitaka).

7 Transformator kao T -četveropol (nadomjesna shema, jednadžbe transformatora, fazorski dijagram za induktivno trošilo).

8 Objasnite i izvedite postupak razlaganja nesimetričnoga trofaznog sustava u sustav simetričnih komponenata (prikažite grafički primjer).

9 Nesimetrično trofazno trošilo u zvijezda spoju priključeno je na četverovodnu $R-S-T-O$ mrežu. Ako se uzme u obzir otpor nultog voda R_0 , odredite izraze za fazne napone i struje te ukupnu djelatnu snagu.

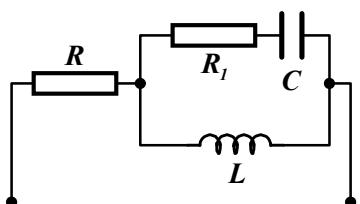
11. USMENI ISPIT IZ OSNOVA ELEKTROTEHNIKE II

❶ Opće relacije za određivanje srednjih vrijednosti izmjeničnih veličina (aritmetička, elektrolitska, efektivna).

❷ Induktivni otpor u izmjeničnom krugu (frekvencijska ovisnost, valni i fazorski dijagram naponu i struje, valni dijagram snage).

❸ U jednoj grani paralelnog spoja nalazi se otpor $R=10 \Omega$, a u drugoj nepoznati element. Kada se na paralelni spoj priključi napon $u(t)=100\cos(\omega t+45^\circ)$, ukupna struja je $i(t)=18\sin(\omega t+135^\circ)$. Odredite nepoznati element po iznosu i karakteru.

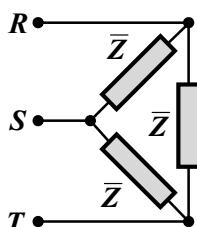
❹ Kroz induktivno trošilo priključeno na izvor $\bar{U}=Ue^{j\theta}$, frekvencije f , teče struja $\bar{I}=Ie^{-j\varphi}$. Odredite izraz za kapacitivnost kondenzatora C kojim će se izvršiti potpuna kompenzacija faktora snage $\cos\varphi$. Nacrtajte pripadnu shemu spoja i fazorski dijagram.



❺ Nacrtajte frekvencijsku ovisnost ukupne impedancije kruga prema slici (karakteristične točke su za $f=0, f=f_r, f \rightarrow \infty$).

❻ Izvedite relacije za konstante simetričnog Π -četveropola.

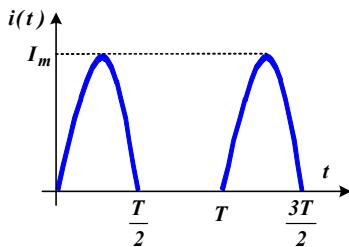
❼ Idealni transformator – obrazložite princip transformacije naponu, struja i otpora.



❽ Za trofazni sustav prema slici postavite relacije za fazne i linijske napone i struje te za ukupnu aktivnu, reaktivnu i prividnu snagu. Nacrtajte pripadni fazorski dijagram. Impedancija \bar{Z} induktivnog je karaktera.

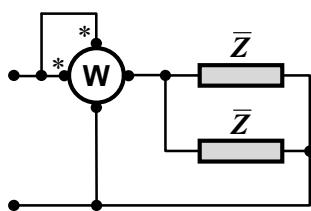
❾ Objasnite princip stvaranja rotacijskoga magnetskog polja u trofaznom sustavu.

12. USMENI ISPIT IZ OSNOVA ELEKTROTEHNIKE II



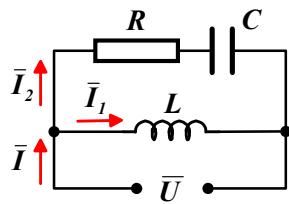
- ❶ Izvedite relaciju za efektivnu srednju vrijednost poluvalno ispravljene sinusoidne struje.

- ❷ Kapacitivni otpor u izmjeničnom krugu (frekvencijska ovisnost, valni i fazorski dijagram naponu i struje, valni dijagram snage).



- ❸ Impedancija \bar{Z} induktivnog je karaktera, pri čemu je $R=X_L$. Koliki dio ukupne (prividne) snage S pokazuje vatmetar?

- ❹ Izvedite uvjete za postizanje maksimalne snage na kompleksnom izmjeničnom trošilu.

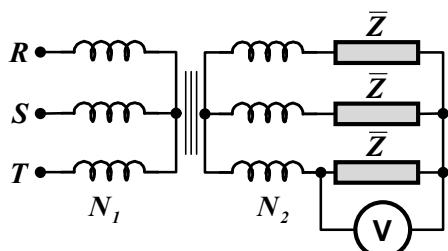


- ❺ Nacrtajte fazorski dijagram naponu i struja za krug prema slici u slučaju:

- da je ukupna impedancija induktivnog karaktera
- da je ukupna impedancija kapacitivnog karaktera
- da je sklop u rezonanciji.

- ❻ Jednadžbe četveropola, relacije za parametre i uvjetna jednadžba četveropola.

- ❼ Nacrtajte nadomjesnu shemu i fazorski dijagram transformatora s feromagnetskom jezgrom koji radi u režimu praznog hoda. Napomena: Gubitci u bakru i rasipanje toka nisu zanemarivi.

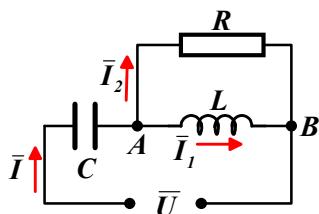


- ❽ Primarni idealnoga trofaznog transformatora spojen je na mrežu linijskog napona U_L . Zadan je prijenosni omjer $N_1/N_2=A$. Na sekundaru je spojeno trošilo s impedancijom Z po fazi. Što će pokazivati voltmeter?

- ❾ Izrazi za snagu i metode mjerjenja snage u simetričnom i nesimetričnom trofaznom sustavu trošila. Shema Aronova spoja i spoja s virtualnom nulom.

13. USMENI ISPIT IZ OSNOVA ELEKTROTEHNIKE II

- ❶ Za serijski $R-L-C$ krug ($X_L > X_C$) napišite jednadžbu trenutačne vrijednosti ukupnog napona $u(t)$ ako je $i(t) = I_m \sin \omega t$. Istu jednadžbu napišite u kompleksnom obliku. Nacrtajte pripadni fazorski dijagram i dijagrame valnih oblika struje i napona na pojedinim elementima te ukupnog napona kruga.



- ❷ Nacrtajte fazorski dijagram napona i struja s naponom \bar{U}_{AB} kao referentnim fazorom za slučaj da je $R = X_L = X_C$. Koliki je omjer U_C / U_{AB} ?

- ❸ Izmjenični izvor unutarnje impedancije \bar{Z}_u spojen je na trošilo \bar{Z}_T . Izvedite uvjete za postizanje maksimalne snage na kompleksnom izmjeničnom trošilu. Napišite relaciju za maksimalnu snagu.

- ❹ Definirajte faktor dobrote Q serijskoga rezonantnog kruga i izvedite odnos faktora dobrote i propusnog pojasa.

- ❺ Izvedite karakterističnu impedanciju četveropola. Kako se ona može dobiti iz pokusa kratkog spoja i praznog hoda?

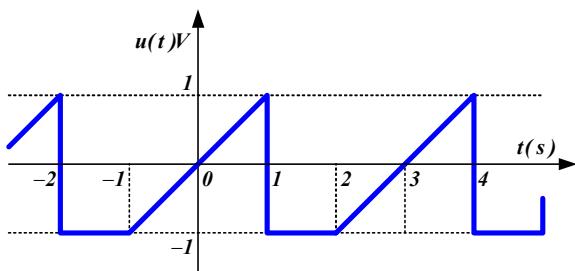
- ❻ Nacrtajte potpunu shemu svitka s feromagnetskom jezgrom i pripadni fazorski dijagram. Napišite odgovarajuće relacije za proračun parametara nadomjesne sheme te pripadnih struja, napona i snaga.

- ❼ Pokus kratkog spoja jednofaznog transformatora (nadomjesna shema, proračun parametara).

- ❽ Na trofazni generator spojeno je simetrično trošilo u zvijezda spoju. Fazna struja \bar{I}_R prethodi linijskom naponu \bar{U}_{ST} za 45° . Odredite vrstu trošila (R , C , L , $R-L$ ili $R-C$). Rezultat obrazložite na fazorskom dijagramu.

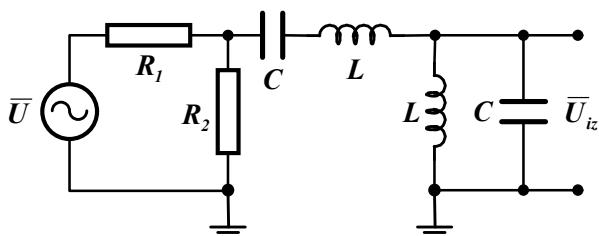
- ❾ Nesimetrično trošilo ($\bar{Z}_1, \bar{Z}_2, \bar{Z}_3$) spojeno je u trokut i priključeno na trofaznu mrežu faznog napona U_f . Odredite relacije za linijske i fazne struje.

14. USMENI ISPIT IZ OSNOVA ELEKTROTEHNIKE II

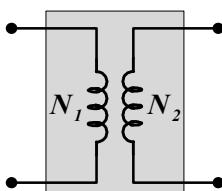


❶ Odredite efektivnu vrijednost valnog oblika na slici.

- ❷ Za paralelni $R-L-C$ krug ($B_L > B_C$) napišite jednadžbu trenutačne vrijednosti ukupne struje $i(t)$ ako je $u(t) = U_m \sin \omega t$. Istu jednadžbu napišite u kompleksnom obliku. Nacrtajte pripadni fazorski dijagram i dijagrame valnih oblika struje i napona na pojedinim elementima te ukupnog napona kruga. Nacrtajte vektorski dijagram s naponom \bar{U}_{AB} kao referentnim fazorom za slučaj da je $R=X_L=X_C$.



❸ Napišite izraz za izlazni napon za slučaj da je $X_L=X_C$.



- ❹ Idealni transformator može se prikazati kao četveropol. Ako je zadan prijenosni omjer $A=N_1/N_2$, odredite konstante četveropola $A_{11}, A_{12}, A_{21}, A_{22}$.

- ❺ Serijski rezonantni krug (shema, fazorski dijagram, relacije za struju, napone i otpore u krugu, frekvencijska ovisnost struje i ukupne impedancije kruga).

- ❻ Opišite pokus praznoga hoda jednofaznog transformatora (nadomjesna shema, proračun parametara, fazorski dijagram).

- ❼ Koje su prednosti trofaznih u odnosu na jednofazne i ostale višefazne sustave?

- ❽ Nesimetrično trošilo s nultim vodom zanemariva otpora spojeno je u zvijezdu ($\bar{Z}_1, \bar{Z}_2, \bar{Z}_3$) i priključeno na trofaznu mrežu linijskog napona U_L . Odredite relacije za fazne napone i struje te nacrtajte fazorski dijagram.

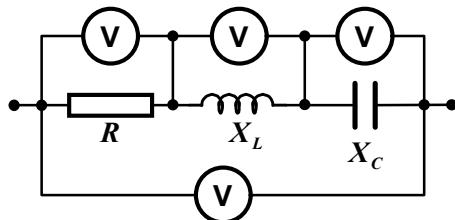
- ❾ Rotacijsko magnetsko polje – grafički ili analitički prikaz amplitudne i faze.

15. USMENI ISPIT IZ OSNOVA ELEKTROTEHNIKE II

❶ Ako je zadana elektrolitska srednja vrijednost sinusne struje $I=I_{el}$, odredite pripadnu efektivnu vrijednost.

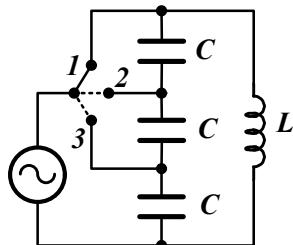
❷ Serijski $R-L$ krug ($R=X_L$) spojen je na napon $u(t)=U_m \sin \omega t$. Kolika je trenutačna vrijednost ukupnog napona u i napona u_R i u_L u trenutku kada je struja u krugu maksimalna? Koliki je ukupni fazni pomak φ ? Tvrđnje obrazložite na pripadnim valnim i fazorskim dijagramima napona i struja.

❸ Na primjeru nekog kompleksnog broja prikažite pretvorbu *algebarski* \Rightarrow *trigonometrijski* \Rightarrow *eksponencijalni oblik* i obratno. Odabrani broj prikažite u kompleksnoj ravnini sa svim pripadnim komponentama.



❹ Svi voltmetri pokazuju napon od $U_V=U$. Pod kojim je uvjetom to moguće? Nacrtajte pripadni fazorski dijagram.

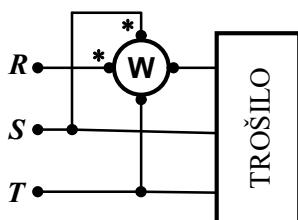
❺ Izvedite konstante simetričnog T -četveropola.



❻ U slučaju paralelne rezonancije rezonantna frekvencija za sva tri položaja sklopke je jednaka. Dokažite tvrdnju. U kojim slučajevima nastupa serijska rezonancija i kolike su tada rezonantne frekvencije?

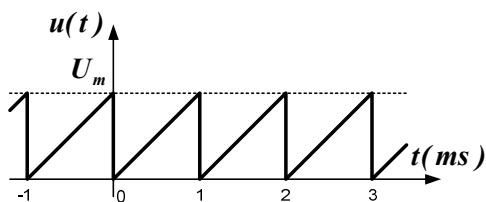
❼ Opišite pokus kratkoga spoja jednofaznog transformatora s feromagnetskom jezgrom (ekvivalentna shema, proračun parametara, fazorski dijagram).

❽ Nesimetrično trošilo s nultim vodom otpora R_0 spojeno je u zvijezdu (Z_1 , \bar{Z}_2 , \bar{Z}_3) i priključeno na trofaznu mrežu linijskog napona U_L . Odredite relacije za fazne napone i struje te nacrtajte fazorski dijagram.

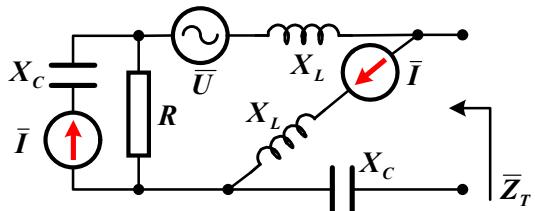


❾ Na trofazni sustav priključeno je simetrično u zvijezdu spojeno trošilo. Vatmetar pokazuje jednu od sljedećih vrijednosti: a) $\frac{1}{3}$ aktivne snage trošila; b) $\frac{1}{\sqrt{3}}$ aktivne snage; c) $\frac{1}{3}$ reaktivne snage; d) $\frac{1}{\sqrt{3}}$ reaktivne snage trošila. Koja je vrijednost točna i zašto?

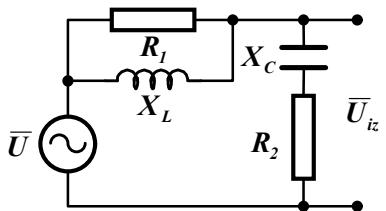
16. USMENI ISPIT IZ OSNOVA ELEKTROTEHNIKE II



- ❶ Odredite efektivnu vrijednost zadanoga valnog oblika napona.



- ❷ Odredite Theveninovu impedanciju \bar{Z}_T ako je $R=X_L=X_C$.



- ❸ Odredite relacije za izlazni napon u graničnim slučajevima kada je frekvencija izvora $\omega=0$, odnosno $\omega\rightarrow\infty$.

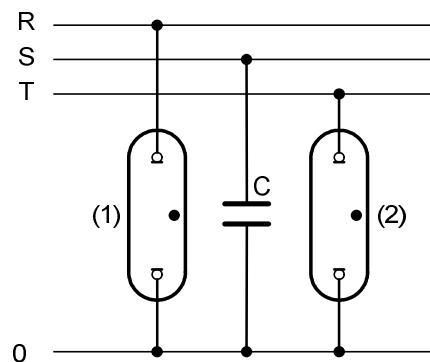
- ❹ Ako je u gornjoj shemi (zadatak 3.) $X_L=X_C$, koliki mora biti R_1 da bi krug bio u rezonanciji? Kolika je tada ukupna struja za slučajeve $\omega=0$, $\omega=\omega_{rez}$, odnosno $\omega\rightarrow\infty$? Nacrtajte približnu frekvencijsku ovisnost ukupne struje.

- ❺ Izvedite konstante simetričnog Π -četveropola.

- ❻ Potpuna nadomjesna shema i fazorski dijagram svitka s feromagnetskom jezgrom. Kako se određuju parametri u nadomjesnoj shemi?

- ❼ Postupak redukcije parametara na primar jednofaznog transformatora (nadomjesna shema, proračun parametara, jednadžbe transformatora, fazorski dijagram).

- ❽ Mjerenje snage pomoću Aronova spoja i spoja s prividnom nulom.

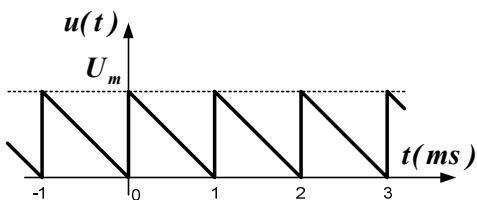


- ❾ Na trofazni sustav priključene su dvije jednake fluorescentne žarulje i kondenzator. Kako svijetle žarulje?

- a) Žarulja 1 svijetli jačim sjajem.
- b) Žarulja 2 svijetli jačim sjajem.
- c) Obje žarulje svijetle jednako.
- d) Obje su žarulje ugašene.

Koji je odgovor točan i zašto?

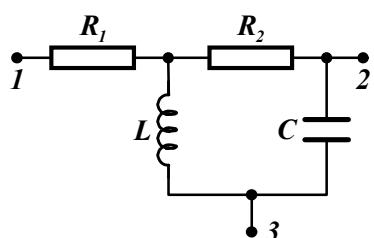
17. USMENI ISPIT IZ OSNOVA ELEKTROTEHNIKE II



- 1 Odredite efektivnu vrijednost zadanoga valnog oblika napona.

2 Na paralelni $R-L$ krug narinut je napon $u(t)=U_m \sin(\omega t+90^\circ)$. Napišite relacije za struje kroz otpor $i_R(t)$ i svitak $i_L(t)$, za ukupnu struju $i(t)$ i ukupnu trenutačnu snagu $p(t)$. Nacrtajte odgovarajuće dijagrame trenutačnih vrijednosti i pripadni fazorski dijagram.

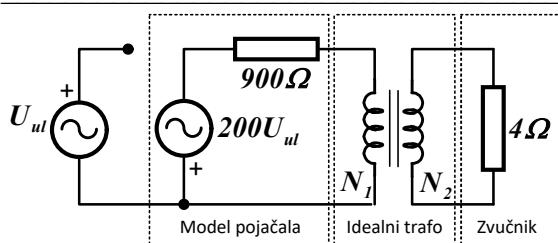
3 Nacrtajte krivulje ovisnosti o frekvenciji struje, napona na otporu, kondenzatoru i svitku te ukupne impedancije za serijski RLC krug.



- 4 Ako se na ulazne stezaljke 1 i 2 priključi izvor promjenljive frekvencije i krug dovede u rezonanciju, kolika će biti ulazna impedancija kruga?

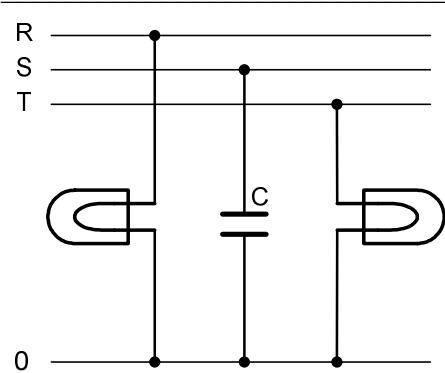
5 Izvedite konstante simetričnog T -četveropola.

6 Nacrtajte sliku magnetskih tokova i pripadne relacije za tokove zračnog transformatora.



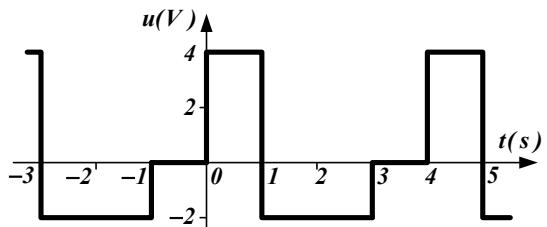
- 7 Na slici je pojednostavljeni model audiopojačala s idealnim transformatorom. Trafo služi kao prilagodni element da se trošilu isporuči maksimalna snaga. Ulazni napon $U_{ul}=1$ V, $f=2$ kHz, pojačan je i invertiran, tako da je na izlazu pojačala napon $U_{iz}=-200 U_{ul}$. Trošilo je zvučnik otpora 4Ω . Koliki mora biti omjer broja namotaja $n=N_1/N_2$ da bi zvučnik primio maksimalnu snagu? Kolika je ta snaga?

8 Napišite izraze za fazne i linijske napone te fazne struje i snage nesimetričnog trošila spojenoga u zvijezdu i priključenoga na simetrični trofazni generator bez nultog voda. Skicirajte fazorski dijagram.



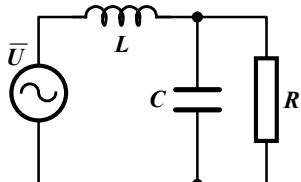
- 9 Na trofazni sustav linijskog napona U_L priključene su dvije jednake žarulje (djelatni otpori) i kondenzator. Ako dođe do prekida u grani s kondenzatorom, koliki će biti naponi na žaruljama? Nacrtajte pripadni fazorski dijagram napona i struja.

18. USMENI ISPIT IZ OSNOVA ELEKTROTEHNIKE II



- ❶ Odredite srednju efektivnu vrijednost naponskoga valnog oblika prema slici.

- ❷ Na serijski $L-C$ krug ($X_L > X_C$) narinut je napon $u(t) = U_m \sin \omega t$. Napišite izraze za trenutačne vrijednosti $i(t)$, $u_L(t)$, $u_C(t)$, $p(t)$ i nacrtajte pripadne valne oblike. Također odredite relacije za srednju djelatnu snagu P te kompleksne vrijednosti: $\bar{I}, \bar{U}_L, \bar{U}_C, \bar{U}_{LC}$. Nacrtajte fazorski dijagram napona i struja.



- ❸ U krugu prema slici između izvora U i trošila R nadomjesna je shema prijenosnog voda. Dokažite da je napon na trošilu R oblika:

$$\bar{U}_R = \frac{\bar{U}}{1 + j \frac{\omega L}{R} - \omega^2 LC}.$$

- ❹ Karakteristična impedancija četveropola – definicija i izvod pomoću konstanta četveropola. Određivanje karakteristične impedancije preko pokusa praznog hoda i kratkog spoja.

- ❺ Faktor dobrote i propusni opseg. Određivanje faktora dobrote iz rezonantnih krivulja serijskoga $R-L-C$ kruga.

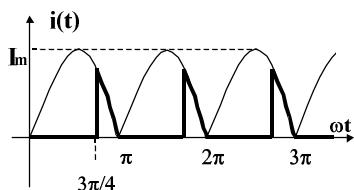
- ❻ Teorem o maksimalnoj snazi na trošilu u izmjeničnim mrežama. Pokažite kako se rezonancijski krug ili transformator mogu upotrijebiti kao sklopovi za prilagodbu izvora na trošilo.

- ❼ Jednadžbe, nadomjesna shema i fazorski dijagram transformatora s feromagnetskom jezgrom.

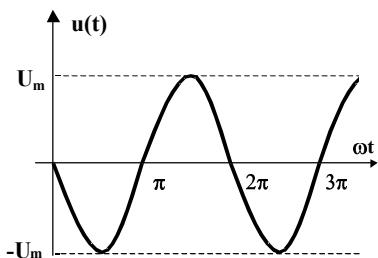
- ❽ Napišite izraze za fazne i linijske napone i struje te snage (djelatnu, jalovu i prividnu) nesimetričnog trošila spojenoga u zvijezdu ($\bar{Z}_1, \bar{Z}_2, \bar{Z}_3$) i priključenoga na simetrični trofazni generator s nultim vodom zanemarive impedancije. Skicirajte pripadni fazorski dijagram.

- ❾ Rotacijsko magnetsko polje.

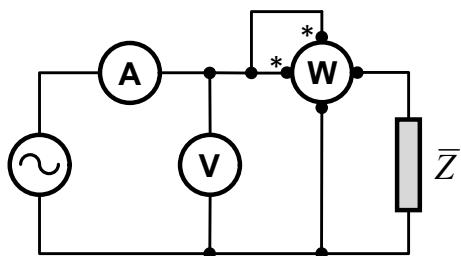
19. USMENI ISPIT IZ OSNOVA ELEKTROTEHNIKE II



- 1 Odredite aritmetičku srednju vrijednost struje ako je kut kašnjenja 135° ($3\pi/4$).

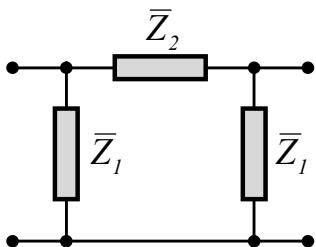


- 2 Napišite izraz za trenutčnu vrijednost napona $u(t)$, kao i njegovu kompleksnu vrijednost \bar{U} , u algebarskom i eksponencijalnom obliku.



- 3 Što pokazuje vatmetar ako ampermetar i voltmeter mijere: $U_V=220 \text{ V}$, $I_A=2 \text{ A}$? Zadano je $Z=2R$. Odredite impedanciju \bar{Z} za koju će pokazivanje vatmetra biti $P_W=440 \text{ W}$ uz sačuvane vrijednosti napona i struje.

- 4 Izvedite uvjete koji trebaju biti ispunjeni kako bi za zadani izmjenični izvor ($\bar{U}, \bar{Z}_u, \omega$) snaga isporučena trošilu \bar{Z}_T bila maksimalna. Kako glasi izraz za maksimalnu snagu P_m i faktor korisnosti η ? Kako glasi uvjet za postizanje maksimalne snage ako je moguće prilagođivati samo djelatni dio impedancije trošila?



- 5 Odredite karakterističnu impedanciju simetričnog π -četveropola ako su zadane impedancije \bar{Z}_1 i \bar{Z}_2 . Napomena: adatak se može riješiti preko ulazne impedancije mreže, preko parametara četveropola i/ili pokusom kratkog spoja i otvorenog kruga.

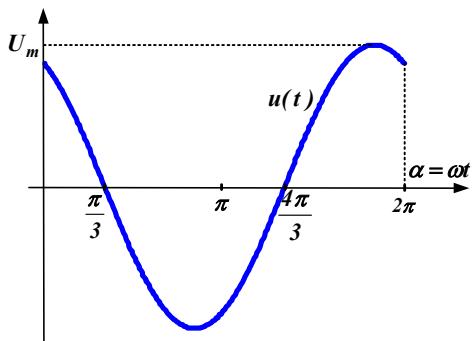
- 6 Rezonancija u krugu s realnim kondenzatorom i svitkom.

- 7 Transformator kao T -četveropol. Transformacija na primar, proračun parametara, fazorski dijagram.

- 8 Na trovodnu trofaznu mrežu linijskog napona U_L priključeno je trošilo spojeno u zvijezdu. U prvoj i drugoj fazi su grupe žarulja ukupnog otpora R po fazi. U trećoj fazi otpor se mijenja od $R=0$ do $R \rightarrow \infty$. U kojim se granicama mijenjaju naponi prve i druge faze? Nacrtajte fazorski dijagram napona za navedena dva granična slučaja.

- 9 Tri impedancije spojene su u trokut i priključene na trofaznu mrežu, a zatim prespojene u zvijezdu. Odredite omjer linijskih struja prije prespajanja i nakon njega.

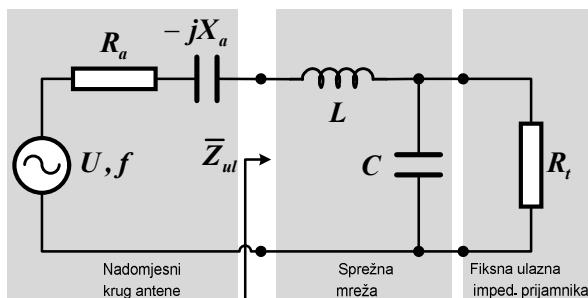
20. USMENI ISPIT IZ OSNOVA ELEKTROTEHNIKE II



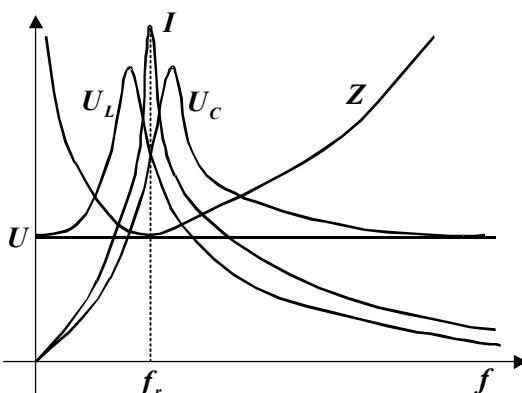
- ❶ Odredite izraz za trenutačnu vrijednost sinusoidnog napona prema slici i odgovarajući fazorski prikaz.

- ❷ Na paralelni $L-C$ krug ($B_L < B_C$) narinut je napon $u(t) = U_m \sin \omega t$. Napišite izraze za trenutačne vrijednosti $i(t)$, $i_L(t)$, $i_C(t)$, $p(t)$ i nacrtajte pripadne valne oblike. Također odredite relacije za srednju djelatnu snagu P te kompleksne vrijednosti: \bar{I} , \bar{I}_L , \bar{I}_C , \bar{U}_L , \bar{U}_C . Nacrtajte fazorski dijagram naponu i struja.

- ❸ Fazni kut paralelnoga $R-L$ kruga spojenoga na izmjenični izvor je $\varphi = 60^\circ$. Koliki će biti taj kut ako se frekvencija izvora poveća za tri puta?



- ❹ Između antene i ulaznoga kruga radio-prijamnika postavljen je u svrhu prilagodbe sprežni LC -četveropol. Napišite izraz kojim se određuje uvjet prilagodbe, te iz njega definirajte uvjete iz kojih se mogu odrediti elementi L i C četveropola.



- ❺ Na slici su prikazane frekvencijske ovisnosti struje, napona i impedancije serijskoga $R-L-C$ kruga. Neke su krivulje pogrešno nacrtane. Koje su to krivulje? Obrazložite tvrdnju i nacrtajte ispravan oblik tih krivulja. Izvedite izraze za frekvencije na kojima su naponi na svitku, odnosno na kondenzatoru, maksimalni.

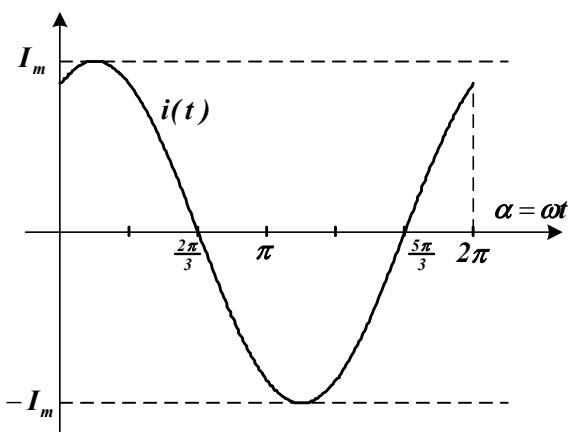
- ❻ Definirajte pojmove dobrote kruga Q i propusnog pojasa B te opišite (grafički i analitički) vezu između propusnog pojasa i parametara rezonantnog kruga Q i f_r .

- ❼ Opišite postupak praznoga hoda i kratkoga spoja transformatora s feromagnetskom jezgrom (odgovarajuće nadomjesne sheme i fazorski dijagrami) te odredite pripadne parametre transformatora (R_{Fe} , R_{Cu} , X_m , X_σ).

- ❽ Dokažite da trenutačna djelatna snaga simetričnoga trofaznog trošila ima konstantnu vrijednost.

- ❾ Opišite postupak oblikovanja rotacijskoga trofaznoga magnetskog polja.

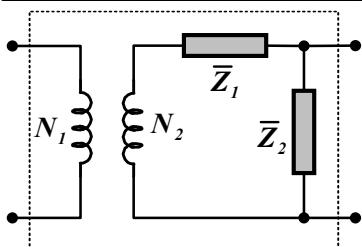
21. USMENI ISPIT IZ OSNOVA ELEKTROTEHNIKE II



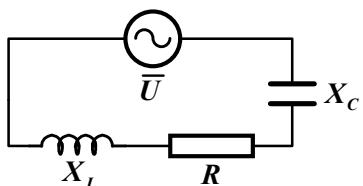
- ❶ Odredite izraz za trenutačnu vrijednost sinusoidne struje prema slici i odgovarajući fazorski prikaz.

- ❷ Na paralelni $R-L-C$ krug ($B_L < B_C$) narinut je napon $u(t) = U_m \sin \omega t$. Napišite izraze za trenutačne vrijednosti $i(t)$, $i_R(t)$, $i_L(t)$, $i_C(t)$, $p(t)$ i nacrtajte pripadne valne oblike. Također odredite relacije za srednju djelatnu snagu P te kompleksne vrijednosti: $\bar{I}, \bar{I}_R, \bar{I}_L, \bar{I}_C, \bar{U}_R, \bar{U}_L, \bar{U}_C$. Nacrtajte fazorski dijagram napona i struja.

- ❸ Navedite opću definiciju svih vrsta srednjih vrijednosti vremenski promjenljivih veličina i primijenite ih za slučaj sinusoidno promjenljivog napona.



- ❹ Izrazite konstante četveropola prema slici ($\bar{A}_{11}, \bar{A}_{12}, \bar{A}_{21}, \bar{A}_{22}$) ako je zadan prijenosni omjer idealnog transformatora $A = N_1/N_2$.



- ❺ Serijski $R-L-C$ krug spojen je na izvor $U=120$ V. Pri frekvenciji od 50 Hz je: $R=10 \Omega$, $X_L=2 \Omega$, $X_C=500 \Omega$. Odredite struju I i napone na elementima kruga (U_R, U_L, U_C) za slučaj da se krug dovede u rezonanciju promjenom frekvencije izvora f . Kolika je rezonantna frekvencija?

- ❻ Kako i zašto nastaju gubitci u svitku s feromagnetskom jezgrom? Navedite empirijske relacije za proračun gubitaka.

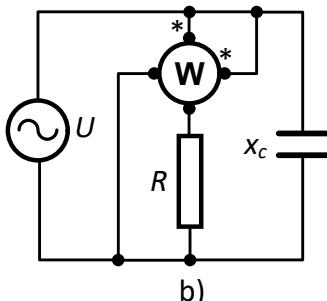
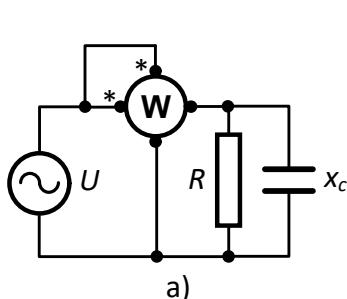
- ❼ Opišite kako se vrši transformacija napona, struja i otpora u linearном transformatoru.

- ❽ Odredite ukupne djelatne snage ako u sustavu simetričnoga trofaznog trošila spojenoga u zvjezdnu (s nultim vodom) dođe: a) do prekida jedne faze; b) do prekida jedne faze i nultog vodiča; c) do kratkog spoja u jednoj fazi u sustavu bez nultog voda. Snage P_a, P_b, P_c izrazite u odnosu na izvornu (početnu) snagu P_0 .

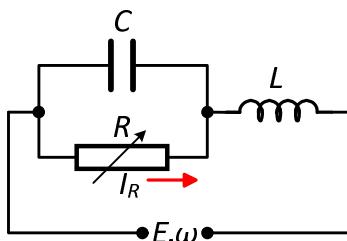
- ❾ Opišite mjerjenje snage metodom dvaju vatmetara (Aronov spoj).

22. USMENI ISPIT IZ OSNOVA ELEKTROTEHNIKE II

- ❶ Aritmetička srednja vrijednost – izvod opće relacije i primjena na srednju vrijednost sinusoidne struje.



- ❷ U krugu a) vatmetar pokazuje snagu P_a . Za koliko će se promijeniti očitanje vatmetra ($\Delta P = P_a - P_b$) ako se on priključi u istom krugu prema slici b)? Zadano je $R = X_C$.



- ❸ Struja I_R kroz otpor R treba biti konstantne jakosti neovisno o promjenama otpora R . Odredite induktivnost L i kapacitivnost C za koje će biti zadovoljen navedeni uvjet. Zadan je mrežni napon E i kružna frekvencija ω .

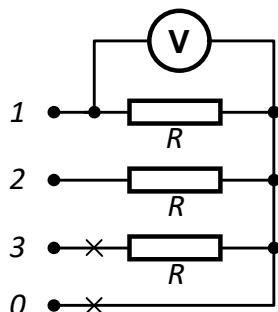
- ❹ Jednadžbe četveropola i eksperimentalno određivanje parametara ($\bar{A}_{11}, \bar{A}_{12}, \bar{A}_{21}, \bar{A}_{22}$) temeljem pokusa praznog hoda i kratkog spoja.

- ❺ Serijska rezonancija – prikaz univerzalnih rezonancijskih krivulja za različite faktore dobreote Q [$I/I_r = F(f/f_r)$].

- ❻ Nadomjesna shema, proračun parametara i fazorski dijagrami svitka s feromagnetskom jezgrom.

- ❼ Opisite i obrazložite postupak kojim se u idealnom transformatoru vrši transformacija napona, struja i otpora.

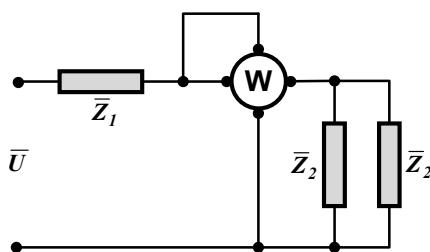
- ❽ Nesimetrično trofazno trošilo spojeno u zvijezdu bez nultog voda – shema spoja na mrežu, fazorski dijagram, proračun napona, struja i ukupne djelatne snage.



- ❾ Odredite omjer pokazivanja voltmetra (U_V''/U_V') ako su u prekidu fazni vodič T i nulti vodič O (U_V''), prema pokazivanju kada je u prekidu samo nulti vodič (U_V').

23. USMENI ISPIT IZ OSNOVA ELEKTROTEHNIKE II

- ❶ Elektrolitska srednja vrijednost – opća relacija i primjena na elektrolitsku srednju vrijednost sinusoidne struje (grafički i analitički).
- ❷ Induktivni otpor u izmjeničnom krugu: primjena induktivnog otpora, trenutačne vrijednosti i , e_L , u_L , frekvencijska ovisnost induktivne reaktancije, valni dijagram (dijagram trenutačnih vrijednosti), fazorski dijagram, trenutačna i srednja snaga, valni dijagram snage, energija u četvrtini perioda.



❸ Zadana je impedancija $\bar{Z}_1 = Z_1 e^{j\varphi}$. Kolika mora biti impedancija \bar{Z}_2 da bi vatmetar pokazao maksimalnu snagu?

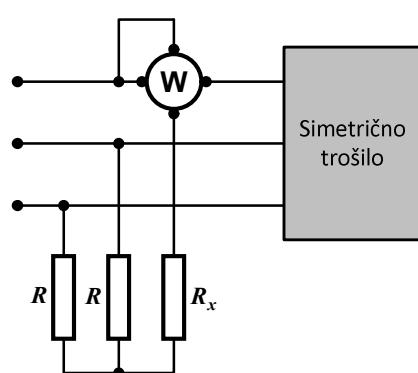
- ❹ Elementi određenoga simetričnog četveropola su idealni kondenzatori. Koliki će biti fazni pomak između ulaznog i izlaznog napona ako je četveropol opterećen karakterističnom impedancijom? Obrazložite tvrdnju.

- ❺ Serijska rezonancija – frekvencijske krivulje I , Z , X , U_R , U_L , U_C , U_X . Obrazložite karakteristike oblika krivulja.

- ❻ Kako i zašto nastaju gubitci u svitku s feromagnetskom jezgrom i o čemu oni ovise (empirijske relacije)? Na koji se način mogu smanjiti gubitci?

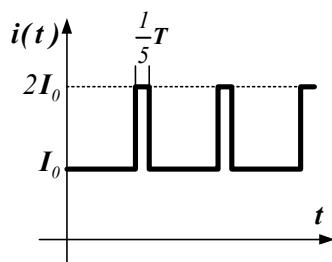
- ❼ Određivanje parametara transformatora s feromagnetskom jezgrom (pokus KS-a i PH-a, fazorski dijagrami, nadomjesne sheme).

- ❽ Nesimetrično trofazno trošilo spojeno u zvijezdu s nultim vodom – shema spoja na mrežu, fazorski dijagram, proračun napona, struja i ukupne djelatne snage.



❾ Za mjerjenje snage trošila napravljena je umjetna nulta točka. Ako je otpor naponske grane vatmetra $0,8 \Omega$, kolika mora biti vrijednost otpora R_x ? Obrazložite dobiveni rezultat.

24. USMENI ISPIT IZ OSNOVA ELEKTROTEHNIKE II



❶ Efektivna vrijednost struje prema slici je I_{ef} . Odredite vrijednost I_0 .

❷ Kapacitivni otpor u izmjeničnom krugu: primjena kapacitivnog otpora, trenutačne vrijednosti i , e_C , u_C , frekvencijska ovisnost kapacitivne reaktancije, valni dijagram (dijagram trenutačnih vrijednosti), fazorski dijagram, trenutačna i srednja snaga, valni dijagram snage, energija u četvrtini perioda.

❸ U dolje navedenom nizu tvrdnja navedite koje su točne, a koje netočne. Obrazložite zaključak do kojeg ste došli za svaku od tvrdnja.

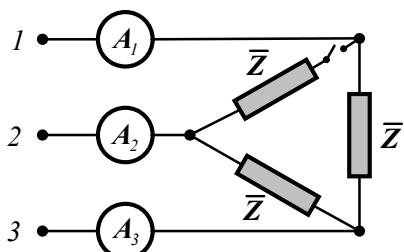
- a) U paralelnom $R-C$ krugu napon zaostaje za strujom.
- b) Ako se frekvencija trostruko poveća, trostruko se poveća i kapacitivni otpor.
- c) U serijskome $R-L-C$ krugu na frekvencijama većima od rezonantne struja prethodi naponu.
- d) Na rezonantnoj frekvenciji struja je u paralelnom $R-L-C$ krugu maksimalna.
- e) Da bi faktor dobrote serijskoga $R-L-C$ kruga bio maksimalan, treba biti zadovoljen uvjet $R \rightarrow \infty$.
- f) Na vrlo visokim frekvencijama paralelni $R-L$ krug ponaša se kao djelatni otpor.

❹ Jednadžbe i parametri četveropola. Eksperimentalno određivanje parametara četveropola.

❺ Nadomjesne sheme i fazorski dijagrami svitka s feromagnetskom jezgrom.

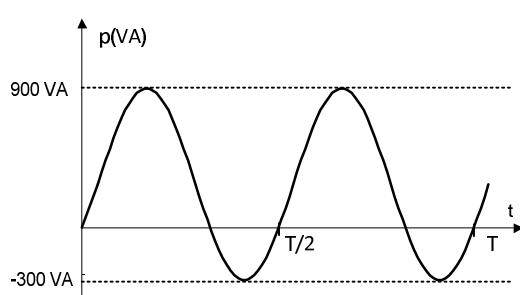
❻ Izolacijski transformator – princip rada i svrha.

❼ Nesimetrično trofazno trošilo spojeno u zvijezdu bez nultog voda – shema spoja na mrežu, fazorski dijagram, proračun napona, struja i ukupne djelatne snage.



❽ Kada je sklopka zatvorena, ampermetri pokazuju: $I_{A1} = I_{A2} = I_{A3} = I$. Koje će vrijednosti pokazivati ampermetri kada je sklopka otvorena?

25. USMENI ISPIT IZ OSNOVA ELEKTROTEHNIKE II



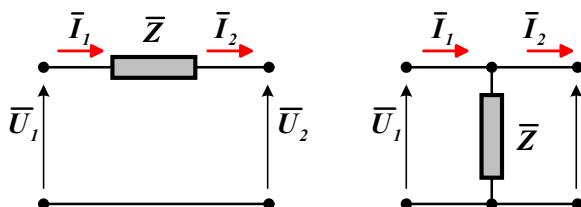
1 Serijskim $R-L-C$ spojem teče struja $\bar{I} = 2e^{j\theta} A$, frekvencije $f = 50 \text{ Hz}$. Ukupna trenutačna snaga mijenja se po sinusoidnom zakonu kao na slici. Odredite vrijednosti P , Q , S , Z , $\cos\varphi$, $X(X_L-X_C)$. Naznačite na ordinati vrijednosti P i S . Kojeg je karaktera ukupna impedancija? Nacrtajte fazorski dijagram ukupnog napona i struje, trokut snaga i trokut otpora.

2 Za krug iz prethodnog zadatka odredite trenutačne vrijednosti $i(t)$, $u(t)$, $u_R(t)$, $u_X(t)$, $p(t)$. U zadanom gornjem dijagramu snage ucrtajte valni oblik struje i ukupnog napona.

3 U dolje navedenom nizu tvrdnja navedite koje su točne, a koje netočne. Odgovarajućim relacijama i/ili pripadnim fazorskim dijagramima obrazložite zaključak do kojeg ste došli za svaku od tvrdnja.

- a) U paralelnom $R-L$ krugu napon zaostaje za strujom.
- b) Ako se frekvencija trostruko poveća, trostruko se poveća i induktivni otpor.
- c) U serijskom $R-L-C$ krugu na frekvencijama manjima od rezonantne frekvencije struja prethodi naponu.
- d) Na rezonantnoj frekvenciji struja u paralelnom $L-C$ krugu jednaka je nuli.
- e) Faktor dobrote serijskoga $R-L-C$ kruga može se poboljšati ako se poveća vrijednost otpora R .
- f) Na vrlo visokim frekvencijama paralelni $R-C$ krug ponaša se kao djelatni otpor.

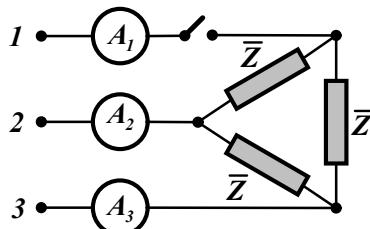
4 Teorem o maksimalnoj snazi u izmjeničnim mrežama.



5 Odredite parametre $\bar{A}_{11}, \bar{A}_{22}, \bar{A}_{12}, \bar{A}_{21}$ za svaki od dvaju četveropola prema slici.

6 Redukcija zračnog transformatora na primar (relacije za redukciju, transformatorske jednadžbe, nadomjesna shema, fazorski dijagram).

7 Snaga i mjerjenje snage u simetričnim trofaznim sustavima.



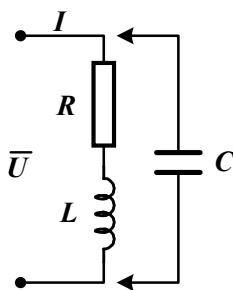
8 Kada je sklopka zatvorena, ampermetri pokazuju: $I_{A1} = I_{A2} = I_{A3} = I$. Koje će vrijednosti pokazivati ampermetri kada je sklopka otvorena?

9 Kako glase jednadžbe za svih devet simetričnih komponenata nesimetričnog trofaznog sustava?

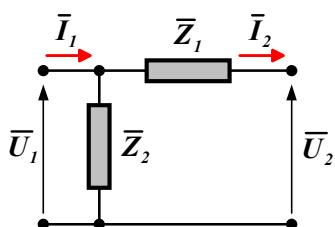
26. USMENI ISPIT IZ OSNOVA ELEKTROTEHNIKE II

- ❶ Kroz otpor $R=10 \Omega$ teče struja $i = 2\sqrt{2} \sin(100\pi t - 30^\circ) A$. Odredite kompleksni pad napona \bar{U}_R i nacrtajte fazorski dijagram. Koliki će biti naponi \bar{U}_L i \bar{U}_C ako ista struja teče kroz elemente $L = \frac{1}{10\pi} H$, odnosno $C = \frac{1}{\pi} mF$? Nacrtajte pripadne fazorske dijagrame.

- ❷ Pretvorba serijskog $R-X_L$ spoja u nadomjesni paralelni $G-B_L$ spoj u simboličkom prikazu.



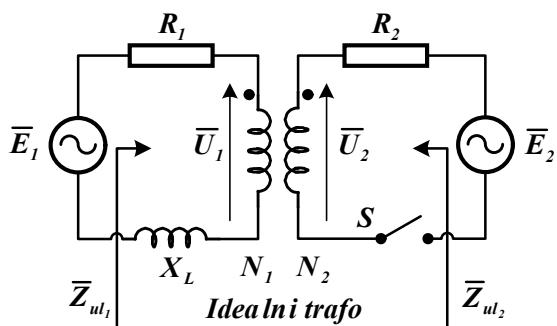
- ❸ Odredite izraz za kapacitivnost kondenzatora C potrebnoga za potpunu kompenzaciju faktora snage nekog induktivnog trošila kojim teče struja I . Trošilo je spojeno na napon U . Nacrtajte fazorski dijagram.



- ❹ Odredite parametre $\bar{A}_{11}, \bar{A}_{22}, \bar{A}_{12}, \bar{A}_{21}$ Γ -četveropola prema slici.

- ❺ Univerzalne rezonantne krivulje I/I_r , veza između propusnog pojasa i parametara rezonantnog kruga, određivanje faktora dobrote iz snimljene rezonantne krivulje.

- ❻ Određivanje parametara svitka s feromagnetskom jezgrom.

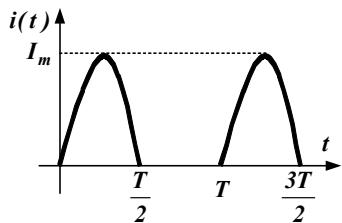


- ❼ Napišite relacije za ulaznu impedanciju \bar{Z}_{ul_1} i \bar{Z}_{ul_2} gledano sa strane izvora \bar{E}_1 i \bar{E}_2 . Koliki su naponi \bar{U}_1 i \bar{U}_2 ako se otvori sklopka S ?

- ❽ Usporedba spoja u zvijezdu i trokut s motrišta struja i snaga.

- ❾ Rotacijsko magnetsko polje.

27. USMENI ISPIT IZ OSNOVA ELEKTROTEHNIKE II



- ❶ Izvedite relaciju za efektivnu srednju vrijednost poluvalno ispravljene sinusoidne struje.

❷ Na paralelni $R-L$ krug narinut je napon $u(t)=U_m \sin(\omega t+90^\circ)$. Napišite relacije za struje kroz otpor $i_R(t)$ i svitak $i_L(t)$, za ukupnu struju $i(t)$ i ukupnu trenutačnu snagu $p(t)$. Nacrtajte odgovarajuće dijagrame trenutačnih vrijednosti i pripadni fazorski dijagram.

❸ Nacrtajte krivulje ovisnosti o frekvenciji struje, napona na otporu, kondenzatoru i svitku te ukupne impedancije za serijski RLC krug.

❹ Ako se na ulazne stezaljke A i B priključi izvor promjenljive frekvencije i krug dovede u rezonanciju, kolika će biti ulazna impedancija kruga?

❺ Izvedite konstante simetričnoga T -četveropola.

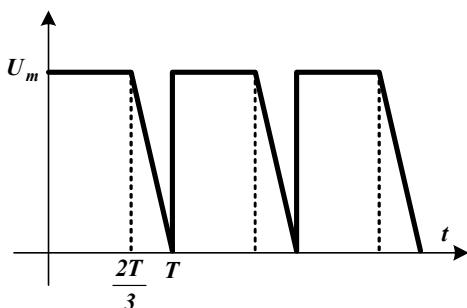
❻ Nacrtajte sliku magnetskih tokova i pripadne relacije za tokove zračnoga (linearnog) transformatora.

❼ Idealni transformator – obrazložite princip transformacije napona struja i otpora.

❽ Napišite izraze za fazne i linijske napone, fazne struje i snage nesimetričnog trošila spojenoga u zvijezdu i priključenoga na simetrični trofazni generator bez nultog voda. Skicirajte pripadni fazorski dijagram.

❾ Izrazi za snagu i mjerjenje snage u simetričnom i nesimetričnom trofaznom sustavu trošila. Shema Aronova spoja i spoja s virtualnom nulom.

28. USMENI ISPIT IZ OSNOVA ELEKTROTEHNIKE II



❶ Odredite srednji faktor $\zeta = \frac{U_{sr_{el}}}{U_m}$ periodičnog napona čija je promjena u vremenu prikazana na slici.

❷ Paralelni spoj aktivnog i kapacitivnog otpora (shema, fazorski dijagram, trokuti otpora i snaga te pripadne relacije za struju, napone i otpore, dijagrami trenutačnih vrijednosti – vremenska ovisnost).

❸ Objasnite kako promjena frekvencije izvora izmjeničnog EMS-a utječe na impedanciju:

- a) kruga s djelatnim otporom
- b) kruga s čistim kapacitivnim otporom
- c) kruga s čistim induktivnim otporom
- d) serijskoga RLC kruga blizu rezonantne frekvencije
- e) serijskoga RLC kruga daleko od rezonantne frekvencije.

Primijenite odgovarajuće jednadžbe i krivulje ovisnosti impedancije o frekvenciji.

❹ Radijska postaja emitira signal u MV području na frekvenciji 1040 kHz . Za projektiranje prijamnog kruga za slušanje navedene postaje na raspolaganju je svitak s $L=4\text{ mH}$. Kolika je kapacitivnost kondenzatora potrebna za ugađanje prijamnog kruga?

❺ Izvedite konstante simetričnog T -četveropola.

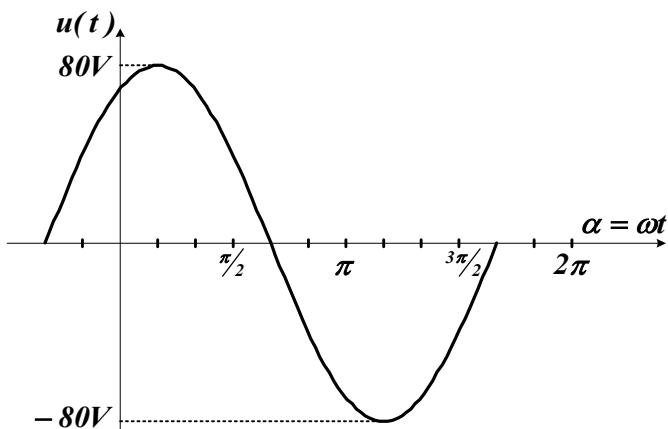
❻ Gubitci histereze i vrtložnih struja u svitku s feromagnetskom jezgrom.

❼ Transformator pretvara mrežni napon od 220 V u napon od 9 V potreban za rad tranzistorskog radijskog prijamnika. Ako sekundarni svitak ima 30 zavoja, a prijamnik „vuče“ 400 mA , odredite struju i broj zavoja primarnog svitka te transformiranu snagu.

❽ Poremećeni trofazni zvijezda spojevi – opišite primjer ispada (prekida) jednoga vanjskog vodiča ili jedne faze simetričnoga trofaznog trošila. Koliki su naponi i struje na preostalim fazama te ukupna snaga? Nacrtajte fazorski dijagram.

❾ Shema Aronova spoja za mjerjenje ukupne djelatne snage. Određivanje faze i jalove snage u simetričnom sustavu pomoću Aronova spoja.

29. USMENI ISPIT IZ OSNOVA ELEKTROTEHNIKE II



- ❶ Izvor generira sinusoidni napon valnog oblika prema slici. Prikažite napon u vremenskoj domeni ($u(t)=?)$ te u aritmetičkom i eksponencijalnom kompleksnom obliku. Frekvencija izvora je $f=50\text{ Hz}$.

❷ Paralelni spoj aktivnog i induktivnog otpora (shema, fazorski dijagram, trokuti otpora i snaga te relacije za struju, napone i otpore, dijagrami trenutačnih vrijednosti).

❸ Kroz impedanciju $\bar{Z} = 10e^{j45^\circ}\Omega$ teče struja $\bar{I} = 10e^{j0^\circ}\text{A}$. Ako je frekvencija izvora $f=50\text{ Hz}$, odredite neprekinuti vremenski interval u kojem je snaga u krugu negativna.

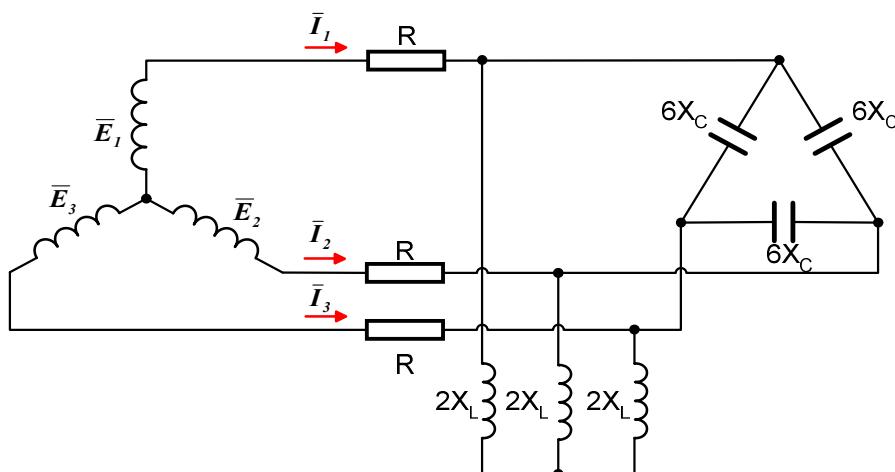
❹ Karakteristična impedancija četveropola.

❺ Nacrtajte tipične frekvencijske krivulje serijskoga rezonantnog kruga.

❻ Određivanje parametara i elemenata potpune sheme svitka s feromagnetskom jezgrom.

❼ Transformator $220/20\text{ V}$ ima 50 zavoja na niskonaponskoj strani. Odredite:

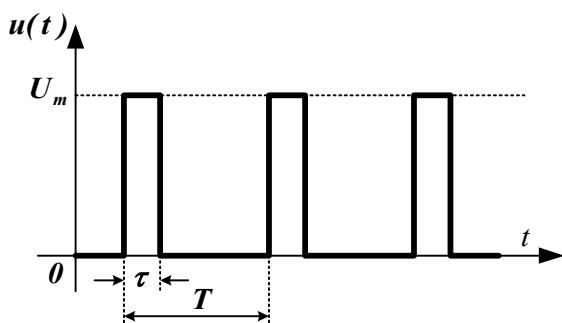
- broj zavoja na visokonaponskoj strani
- prijenosni omjer
- prijenosni omjer ako je primarna strana niskonaponska.



- ❽ Kolike su efektivne vrijednosti struja I_1 , I_2 , I_3 ako je $R=X_L=X_C$?

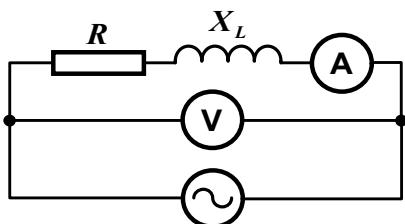
❾ Obrazložite ekonomičnost trofaznog prijenosa električne energije.

30. USMENI ISPIT IZ OSNOVA ELEKTROTEHNIKE II



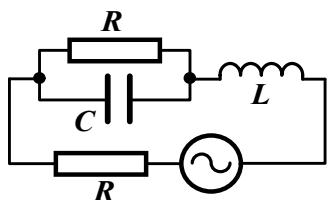
❶ Odredite omjer aritmetičke i efektivne srednje vrijednosti za valni oblik prema slici.

❷ Serijski spoj djelatnog i induktivnog otpora (shema, valni oblici struje, napona i snage, fazorski dijagram, trokuti otpora i snaga te relacije za struju i napone (trenutačne i efektivne vrijednosti), impedancija spoja).



❸ U spoju prema slici $R=X_L$. Instrumenti mjere efektivne vrijednosti. Kako će se promijeniti pokazivanje ampermetra (povećati, smanjiti ili ostati nepromijenjeno), ako se umjesto sinusoidnog narine istosmjerni napon uz nepromijenjeno pokazivanje voltmetra. Obrazložite rezultat izračunom.

❹ Ulagana, izlazna i karakteristična impedancija četveropola.



❺ Odredite frekvenciju izvora na kojoj će ukupna jalova snaga u mreži sa slike biti jednaka nuli.

❻ Gubitci histereze i vrtložnih struja u svitku s feromagnetskom jezgrom (zašto nastaju i empirijske relacije za izračun gubitaka).

❼ Određivanje parametara transformatora s feromagnetskom jezgrom temeljem pokusa kratkog spoja i praznog hoda (izračun parametara, nadomjesne sheme i pripadni fazorski dijagrami).

❽ Usporedba spoja u zvijezdu i trokut s motrišta struja i snaga.

❾ Simetrično radno trofazno trošilo u zvijezda spoju troši snagu P . Trošilo je spojeno na simetrični trofazni izvor preko nultog vodiča. Za koliko se promjeni snaga trošila ako se otpor u nekoj od faza smanji na polovicu prvotne vrijednosti? Rezultat izrazite u postotcima.

Završna rješenja zadataka

OE II - Usmeni ispit br. 1

$$3 \quad \omega = \sqrt{\frac{R_1^2 R_2^2 C_2 - L_1 R_1^2}{R_1^2 R_2^2 L_1 C_2^2 - R_2^2 C_2 L_1^2}}$$

$$4 \quad \bar{A}_{11} = 3 \quad ; \quad \bar{A}_{12} = 2R \quad ; \quad \bar{A}_{21} = \frac{4}{R} \quad ; \quad \bar{A}_{22} = 3$$

$$5 \quad U_I = U_L \quad ; \quad U_2 = U_3 = \frac{1}{2} U_L$$

OE II - Usmeni ispit br. 2

$$6 \quad I = 7,211 A$$

$$7 \quad \bar{I}_p = -j \frac{U}{X_L} \quad (\text{ne ovisi o promjeni } R_p)$$

$$8 \quad U_V = U_f \quad (\text{nulti vod u prekidu}) \quad ; \quad U_V' = \frac{1}{2} U_L \quad (\text{nulti vod i fazni vod u prekidu})$$

OE II - Usmeni ispit br. 3

$$9 \quad P_{sr} = \frac{U_1^2 + U_2^2}{2R}$$

$$8 \quad U_L$$

OE II - Usmeni ispit br. 4

$$10 \quad I_{sr} = I_\theta \quad ; \quad I = \sqrt{\frac{3}{2}} I_\theta$$

$$3 \quad i(t) = \sqrt{2} I_m \sin(\omega t + 45^\circ) A$$

$$4 \quad \bar{Z}_{ul_{PH}} = \frac{\bar{A}}{\bar{C}} \quad ; \quad \bar{Z}_{ul_{KS}} = \frac{\bar{B}}{\bar{D}}$$

$$5 \quad P_{Fe} = P_\theta \quad ; \quad P_{Cu} = \frac{1}{16} P_K$$

$$6 \quad \bar{Z} = R \quad ; \quad \varphi = 0$$

OE II - Usmeni ispit br. 5

$$7 \quad I_{sr} = I_0 \left(1 + \frac{1}{\pi} \right)$$

$$8 \quad \omega = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{1}{R^2 C^2}}$$

$$9 \quad P_W = 0$$

OE II - Usmeni ispit br. 6

$$10 \quad U_m T_I + \frac{U_m}{2} (T - T_I) = \frac{2}{\pi} U_m T \quad \Rightarrow \quad T_I = T \left(\frac{4}{\pi} - 1 \right)$$

ili

$$U_{sr} = \frac{1}{T} \left(\int_0^{T_I} U_m dt + \int_{T_I}^T \left(-\frac{U_m}{T - T_I} t + \frac{U_m T}{T - T_I} \right) dt \right) = \dots = \frac{U_m}{2T} (T_I + T) = \frac{2}{\pi} U_m \quad \Rightarrow \quad T_I$$

OE II - Usmeni ispit br. 7

$$11 \quad U_{sr} T = \frac{2}{3} T U_m + \frac{1}{3} T \frac{U_m}{2} \quad \Rightarrow \quad U_{sr} = \frac{5}{6} U_m$$

ili

$$U_{sr} = \frac{I}{T} \left(\int_0^{\frac{2}{3}T} U_m dt + \int_{\frac{2}{3}T}^T \left(-\frac{3U_m}{T} t + 3U_m \right) dt \right) = \dots = \frac{5}{6} U_m$$

- ⑨ Trošilo je kapacitivno (napon U_A zaostaje za strujom I_A za 30°).

OE II - Usmeni ispit br. 8

① $U_{sr} = \frac{U_m}{\pi}$

③ $i(t) = 2 \sin\left(314t - \frac{\pi}{4}\right) \Rightarrow \text{za } t = 2,5ms \quad i(t) = 0$

⑧ $P' = \frac{3U_L^2}{2R} = \frac{1}{2}P$

OE II - Usmeni ispit br. 9

① $u(t) = 110\sqrt{2} \sin(314t - \pi)V$

② IV. kvadrant

- ④ paralelna rezonancija: $X_L = X_{C2}$
 serijska rezonancija: paralelni spoj $-jX_{C2}/jX_L$ mora biti induktivnog karaktera

⑦ R_θ

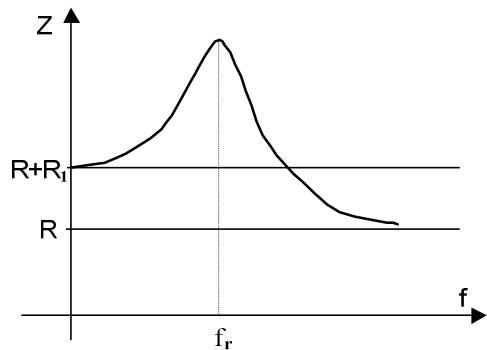
⑧ $I_L' = \frac{1}{3}I_L$

OE II - Usmeni ispit br. 10

① $I = \frac{I_m}{\sqrt{2}} = \frac{\pi I_{sr}}{2\sqrt{2}} = 11,13A$

3 $R=X_L$

4



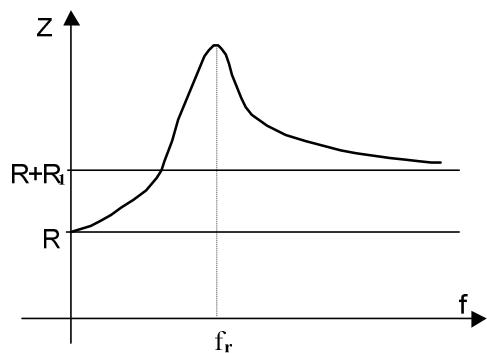
5 $\bar{A} = \bar{D} = 1 ; \quad \bar{B} = 0 ; \quad \bar{C} = 0$

OE II - Usmeni ispit br. 11

3 $R=12,5 \Omega$

4 $C = \frac{I \sin \varphi}{\omega U}$

5



OE II - Usmeni ispit br. 12

1 $I = \frac{I_m}{2}$

3) $P_w = \frac{\sqrt{2}}{2} S$

8) $U_V = \frac{U_L}{A\sqrt{3}}$

OE II - Usmeni ispit br. 13

1) $u = RI_m \sin \omega t + \omega L I_m \cos \omega t - \frac{1}{\omega C} I_m \cos \omega t ; \quad \bar{U} = \bar{I} \left[R + j \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right) \right]$

2) $\frac{U_C}{U_{AB}} = \sqrt{2}$

8) I_R zaostaje za U_R za $45^\circ \Rightarrow$ trošilo je induktivno ($R-L$)

OE II - Usmeni ispit br. 14

1) $U = 0,745 V$

3) $U_{iz} = U \frac{R_2}{R_1 + R_2}$

4) $\bar{A}_{11} = A ; \quad \bar{A}_{12} = 0 ; \quad \bar{A}_{21} = 0 ; \quad \bar{A}_{22} = \frac{1}{A}$

OE II - Usmeni ispit br. 15

1) $I = \frac{\pi I_{sr}}{2\sqrt{2}}$

2) $U_R = \frac{U_m}{\sqrt{2}}$; $U_L = 0$; $\varphi = 45^\circ$

4) Krug je u rezonanciji.

6) Paralelna rezonancija:
za $X_L = 3X_C$ $\omega_{lp} = \omega_{2p} = \omega_{3p}$

Serijska rezonancija:
položaj "2" $\Rightarrow X_L = X_C$
položaj "3" $\Rightarrow X_L = 2X_C$

9) d) $P_w = \frac{I}{\sqrt{3}}Q$

OE II - Usmeni ispit br. 16

1) $U = \frac{\sqrt{3}}{3} U_m$

2) $\bar{Z}_T = R$

3) $\bar{U}_0 = \bar{U}$; $\bar{U}_\infty = \bar{U} \frac{R_2}{R_1 + R_2}$

4) $R_I \rightarrow \infty$

9) c) jer su obje priključene na U_f

OE II - Usmeni ispit br. 17

1) $U = \frac{\sqrt{3}}{3} U_m$

2) $\bar{Z}_{ul} = R_l$

⑦ $A=15 \quad ; \quad P_{max}=11,11 \text{ W}$

⑨ $U_z = \frac{1}{2} U_L$

OE II - Usmeni ispit br. 18

① $y = \sqrt{6}$

② $i(t) = I_m \sin(\omega t - 90^\circ)A \quad , \quad u_L(t) = U_{Lm} \sin \omega t \quad , \quad u_C(t) = U_{Cm} \sin(\omega t + 180^\circ)$
 $\bar{U} = U e^{j0^\circ} \quad , \quad \bar{U}_L = U_L e^{j0^\circ} \quad , \quad \bar{U}_C = U_C e^{j180^\circ} \quad , \quad \bar{I} = I e^{j90^\circ}$

OE II - Usmeni ispit br. 19

① $U_{sr} = \frac{1}{T} \int_{\frac{3T}{8}}^{\frac{T}{2}} U_m \sin \omega t dt = \frac{1}{\pi} \int_{\frac{3\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} U_m \sin \omega t d(\omega t) = \dots = \frac{U_m}{\pi} \left(1 - \frac{\sqrt{2}}{2} \right) = 0.093 U_m$

② $u(t) = U_m \sin(\omega t + 180^\circ) \quad , \quad \bar{U} = -\frac{U_m}{\sqrt{2}}$

③ $P=220 \text{ W} \quad , \quad \bar{Z} = R = 110 \Omega$

④ Za $X_T = \text{konst.} \Rightarrow R_T = \sqrt{R_u^2 + (X_u + X_T)^2}$

⑤ $\bar{Z}_\theta = \bar{Z}_1 \sqrt{\frac{\bar{Z}_2}{2\bar{Z}_1 + \bar{Z}_2}}$

⑥ $\omega = \sqrt{\frac{L - R_1^2 C}{L_1 C (L - R_2^2 C)}}$

⑧ Za $R_3 = 0 \quad U_I = U_2 = U_L \quad , \quad \text{za } R_3 \rightarrow \infty \quad U_I = U_2 = U_L / 2$

⑨ $\frac{I_L}{I'_L} = 3$

OE II - Usmeni ispit br. 20

① $u(t) = U_m \sin\left(\omega t + \frac{2\pi}{3}\right)$

③ $\phi' = 30^\circ$

④ $\bar{Z}_{ul} = j\omega L + \frac{1}{\frac{1}{R_t} + j\omega C} = R_a + jX_a \quad ; \quad Im(\bar{Z}_{ul}) = \omega L_a, Re(\bar{Z}_{ul}) = R_a \Rightarrow L, C$

⑤ Zamijenjene su krivulje U_L i U_C .

OE II - Usmeni ispit br. 21

① $i(t) = I_m \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{3}\right)$

② $\bar{A}_{11} = A \cdot \frac{\bar{Z}_1 + Z_2}{Z_2} \quad ; \quad \bar{A}_{12} = A \bar{Z}_1 \quad ; \quad \bar{A}_{21} = \frac{1}{A \bar{Z}_2} \quad ; \quad \bar{A}_{22} = \frac{1}{A}$

⑤ $I = 12 \text{ A} \quad , \quad U_L = U_C = 380 \text{ V} \quad , \quad U_R = 120 \text{ V} \quad , \quad f_r = 790 \text{ Hz}$

⑧ a) $P = 2/3 P_0 \quad , \quad b) P = 1/2 P_0 \quad , \quad c) P = 2P_0$

OE II - Usmeni ispit br. 22

② $\Delta P = 0$

③ $L = \frac{E}{\omega I_R} \quad , \quad C = \frac{I_R}{\omega E}$

⑨ $\frac{U_V''}{U_V'} = \frac{\sqrt{3}}{2} = 0,865$

OE II - Usmeni ispit br. 23

③ $\bar{Z} = 2Z_i e^{-j\varphi}$

④ Naponi su u faziji.

⑨ $R_x=0,2 R$

OE II - Usmeni ispit br. 24

① $I_0=0,79 I_{ef}$

③ a) T , b) N , c) N , d) N e) N f) T

⑧ $I_1 = I_2 = \frac{\sqrt{3}}{3} I \quad , \quad I_3 = I$

OE II - Usmeni ispit br. 25

① $P=300 W \text{ , } S=600 VA \text{ , } 519 VAr \text{ , } \cos\varphi=0,5 \text{ , } Z=150 \Omega \text{ , } X=129,75 \Omega$

③ a) N , b) T , c) T , d) T e) N f) N

⑤ $\bar{A}_{11}=1 \quad ; \quad \bar{A}_{12}=\bar{Z} \quad ; \quad \bar{A}_{21}=0 \quad ; \quad \bar{A}_{22}=1$

$$\bar{A}_{11}=1 \quad ; \quad \bar{A}_{12}=0 \quad ; \quad \bar{A}_{21}=\frac{1}{\bar{Z}} \quad ; \quad \bar{A}_{22}=1$$

⑧ $I_{A2}=-I_{A3}=\frac{\sqrt{3}}{2} I \quad , \quad I_{A1}=0$

OE II - Usmeni ispit br. 26

① $\bar{U}_R=20e^{-j30^\circ}V \text{ , } \bar{U}_L=20e^{j60^\circ}V \text{ , } \bar{U}_C=20e^{-j120^\circ}V$

③ $C = \frac{I_{RL} \sin \varphi}{\omega U}$

④ $\bar{A}_{11}=1 \quad ; \quad \bar{A}_{12}=\bar{Z}_2 \quad ; \quad \bar{A}_{21}=\frac{1}{\bar{Z}_1} \quad ; \quad \bar{A}_{22}=\frac{\bar{Z}_1+\bar{Z}_2}{\bar{Z}_1}$

$$\begin{aligned} Z_{ul_1} &= R_1 + jX_L + A^2 R_2 \\ \textcircled{6} \quad Z_{ul_2} &= R_2 + \frac{1}{A^2} (R_1 + jX_L) \check{z} \\ \bar{U}_1 &= \bar{E}_1 \quad , \quad \bar{U}_2 = \frac{\bar{E}_1}{A} \end{aligned}$$

OE II - Usmeni ispit br. 27

\textcircled{1} $I = I_m / 2$

\textcircled{2} $\bar{Z}_{ul} = R_1$

OE II - Usmeni ispit br. 28

\textcircled{1} $U_{sr} T = \frac{2}{3} T U_m + \frac{1}{3} T \frac{U_m}{2} \Rightarrow U_{sr} = \frac{5}{6} U_m$

ili

$$U_{sr} = \frac{1}{T} \left(\int_0^{\frac{2}{3}T} U_m dt + \int_{\frac{2}{3}T}^T \left(-\frac{3U_m}{T} t + 3U_m \right) dt \right) = \dots = \frac{5}{6} U_m$$

$\sigma = 5/6$

\textcircled{2} $C = 6 \text{ pF}$

\textcircled{3} $N_I = 734 \text{ zavoja} ; I_I = 16,35 \text{ mA} ; P = 3,6 \text{ W}$

\textcircled{4} $P = 2/3 P_0$

OE II - Usmeni ispit br. 29

\textcircled{1} $u(t) = 80 \sin(314t + 60^\circ) V$
 $\bar{U} = 80 / \sqrt{2} e^{j60^\circ} = (28,37 + j49,14) V$

\textcircled{2} $t = 2,5 \text{ ms}$

\textcircled{3} $N_I = 550 \text{ zavoja} ; A = 11 ; A' = 0,0909$

\textcircled{4} $I_I = I_2 = I_3 = 0$

OE II - Usmeni ispit br. 30

• $\frac{U_{sr}}{U_{ef}} = \sqrt{\frac{\tau}{T}}$

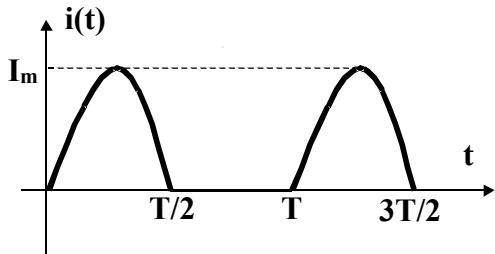
3 povećat će se $\sqrt{2}$ puta

5 $\omega = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{1}{C^2 R^2}}$

9 Snaga se poveća za 33,33 %.

Primjeri potpunih rješenja pitanja i zadataka

Primjer prvi



❶ Izvedite relaciju za efektivnu srednju vrijednost poluvalno ispravljene sinusoidne struje.

Rješenje:

$$\text{Efektivna vrijednost: } I = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T i^2 dt}$$

Za sinusoidnu struju $i = I_m \sin \omega t$ efektivna vrijednost je: $I = \sqrt{\frac{1}{T} \left(\int_0^{T/2} I_m^2 \sin^2 \omega t dt + \int_{T/2}^T 0 \cdot dt \right)}$.

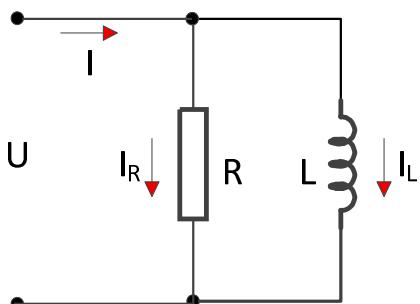
Uporabom trigonometrijske transformacije $\sin^2 \alpha = \frac{1 - \cos 2\alpha}{2}$ dobije se:

$$I = \sqrt{\frac{I_m^2}{2T} \int_0^{T/2} (1 - \cos 2\omega t) dt} = \sqrt{\frac{I_m^2}{2T} \int_0^{T/2} dt - \frac{I_m^2}{2T} \int_0^{T/2} \cos 2\omega t dt}$$

$$\begin{aligned} I &= \sqrt{\frac{I_m^2}{2T} \cdot \frac{T}{2} - \frac{I_m^2}{2T} \cdot \frac{1}{2\omega} \sin 2\omega t \Big|_0^{T/2}} = \\ &= \sqrt{\frac{I_m^2}{4} - \frac{I_m^2}{2T} \cdot \frac{T}{2 \cdot 2\pi} \sin 2 \cdot \frac{2\pi}{T} \cdot \frac{T}{2}}. \end{aligned}$$

Sinusoida dvostrukog frekvencijskog izmjenjivača ostvari jednu punu oscilaciju u pola perioda, pa je drugi član ispod korijena =0.

$$\text{Slijedi: } I = \frac{I_m}{2}.$$



❷ Na paralelni $R-L$ krug narinut je napon $u(t) = U_m \sin(\omega t + 90^\circ)$. Napišite relacije za struje kroz otpor $i_R(t)$ i svitak $i_L(t)$, za ukupnu struju $i(t)$, ukupnu trenutačnu snagu $p(t)$ te za efektivne vrijednosti struja. Nacrtajte odgovarajuće dijagrame trenutačnih vrijednosti i pripadni fazorski dijagram.

Rješenje:

Struja I_R u fazi je s priključenim naponom: $i_R = I_{R_m} \sin(\omega t + 90^\circ) = \frac{U_m}{R} \sin(\omega t + 90^\circ)$.

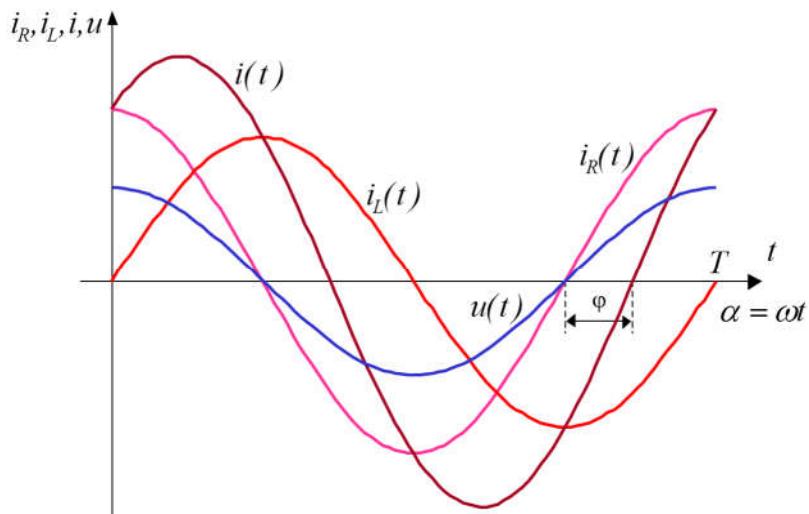
Struja I_L zaostaje za naponom za 90° : $i_L = I_{L_m} \sin \omega t = \frac{U_m}{X_L} \sin \omega t$.

Ukupna struja I geometrijski je zbroj parcijalnih struja u paralelnim granama:

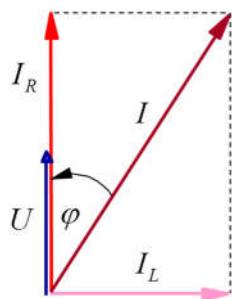
$$i = i_R + i_L = I_m \sin(\omega t + \phi) = \frac{U_m}{\sqrt{R^2 + X_L^2}} \sin(\omega t + \phi).$$

Trenutačna snaga je: $p = ui = U_m I_m \sin(\omega t + 90^\circ) \sin(\omega t + \phi) = \dots$

Valni dijagrami su:



Fazorski dijagram \Rightarrow napon referentna veličina:



$$I = \sqrt{I_R^2 + I_L^2}$$

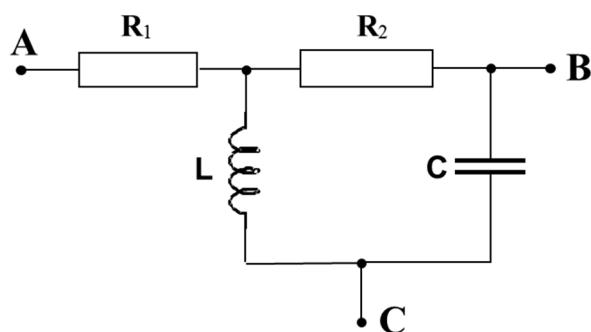
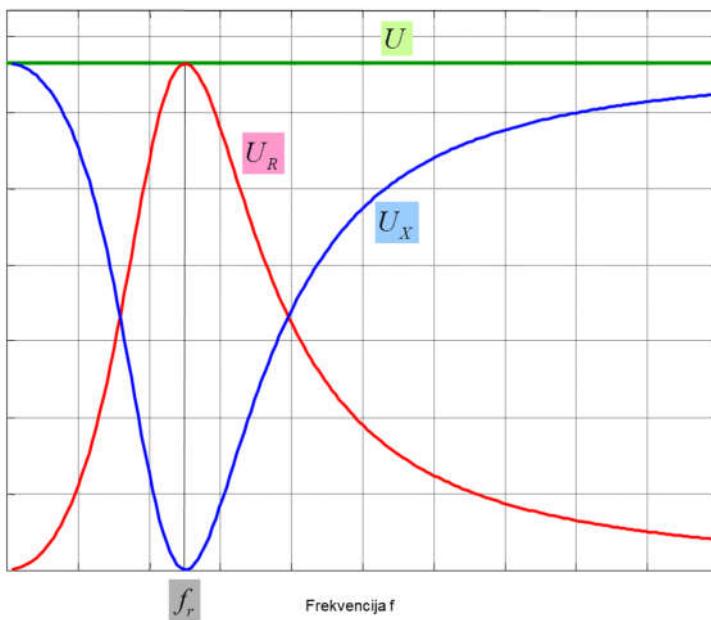
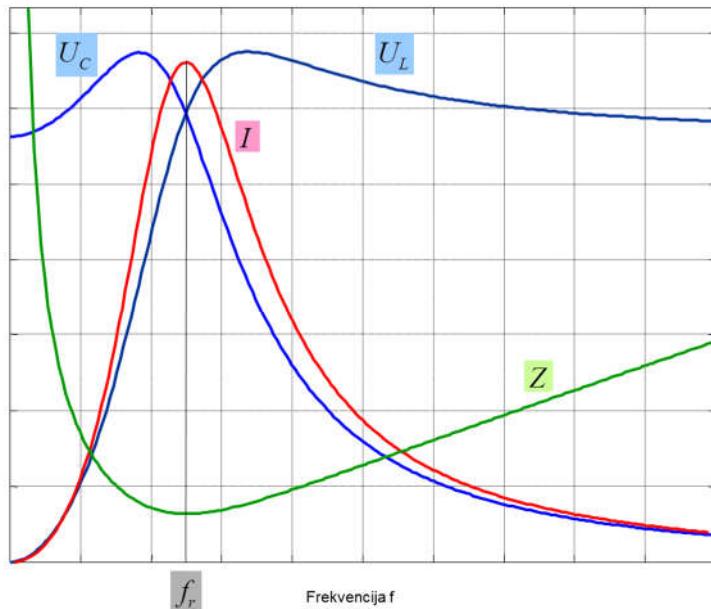
Efektivne vrijednosti struja iz trokuta struja su:

$$I_R = I \cos \phi$$

$$I_L = I \sin \phi$$

❸ Nacrtajte krivulje ovisnosti o frekvenciji struje, napona na otporu, kondenzatoru i svitku te ukupne impedancije za serijski *RLC* krug.

Rješenje:



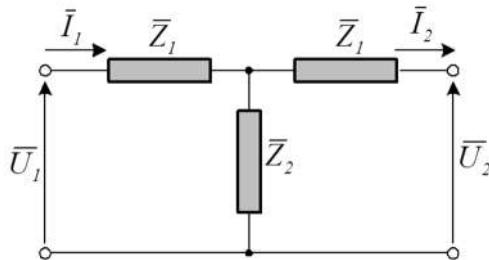
❹ Ako se na ulazne stezaljke *A* i *B* priključi izvor promjenljive frekvencije i krug dovede u rezonanciju, kolika će biti ulazna impedancija kruga?

Rješenje: $\bar{Z}_{ul_{AB}} = R_I$

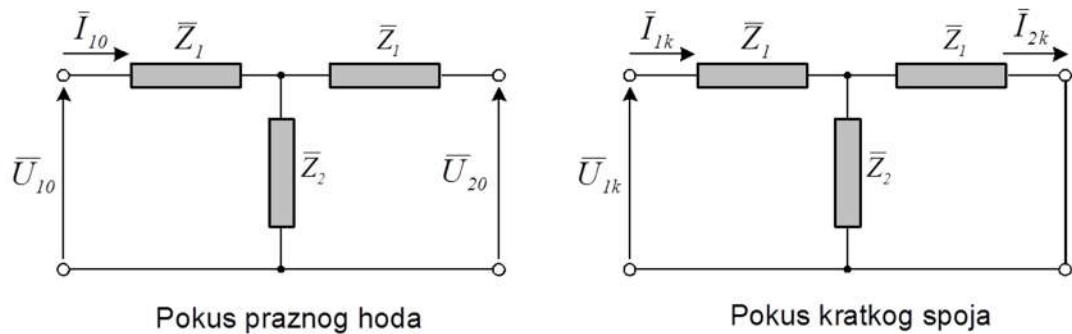
❸ Izvedite konstante simetričnog T -četveropola.

Rješenje:

Simetrični T -četveropol



Konstante se mogu izvesti temeljem pokusa PH-a i KS-a:



Prijenosni parametri T -četveropola mogu se alternativno izvesti i pretvorbom jednadžbi sa Z parametrima u odgovarajuće jednadžbe s A parametrima. Potrebno je postaviti jednadžbe konturnih struja ulaznog i izlaznog kruga:

$$\begin{aligned} \bar{U}_1 &= (\bar{Z}_1 + \bar{Z}_2) \bar{I}_1 - \bar{Z}_2 \bar{I}_2 \quad (1) \\ -\bar{U}_2 &= (\bar{Z}_1 + \bar{Z}_2) \bar{I}_2 - \bar{Z}_1 \bar{I}_1 \quad (2) \end{aligned} \Rightarrow \bar{I}_1 = \frac{1}{\bar{Z}_2} \bar{U}_2 + \frac{\bar{Z}_1 + \bar{Z}_2}{\bar{Z}_2} \bar{I}_2 \quad (3)$$

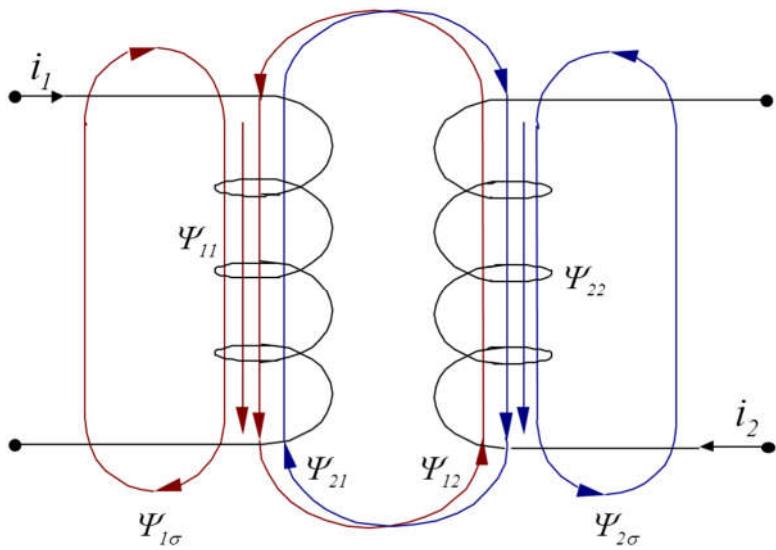
$$\bar{U}_1 = \frac{\bar{Z}_1 + \bar{Z}_2}{\bar{Z}_2} \bar{U}_2 + \frac{\bar{Z}_1^2 + 2\bar{Z}_1\bar{Z}_2}{\bar{Z}_2} \bar{I}_2 \quad (4)$$

Jednadžbe (3) i (4) jednadžbe su s prijenosnim parametrima. Usporedbom s osnovnim jednadžbama četveropola dobiju se izravno vrijednosti svih A parametara:

$$\bar{A}_{11} = \bar{A}_{22} = \frac{\bar{Z}_1 + \bar{Z}_2}{\bar{Z}_2}, \quad \bar{A}_{12} = \frac{\bar{Z}_1^2 + 2\bar{Z}_1\bar{Z}_2}{\bar{Z}_2}, \quad \bar{A}_{21} = \frac{1}{\bar{Z}_2}.$$

❶ Nacrtajte sliku magnetskih tokova i pripadne relacije za tokove zračnoga (linearog) transformatora.

Rješenje:



$$\Phi_{II} = \Phi_{I2} + \Phi_{I\sigma}$$

$$\Phi_{22} = \Phi_{21} + \Phi_{2\sigma}$$

$$\Phi_g = \Phi_{I2} - \Phi_{21}$$

$$\Psi_{II} = N_I \Phi_{II} = L_I i_1$$

$$\Psi_{22} = N_2 \Phi_{22} = L_2 i_2$$

$$\Psi_{I2} = N_2 \Phi_{I2} = M_{I2} i_1$$

$$\Psi_{21} = N_I \Phi_{21} = M_{21} i_2$$

$$\Psi_{I\sigma} = N_I \Phi_{I\sigma} = L_{I\sigma} i_1$$

$$\Psi_{2\sigma} = N_2 \Phi_{2\sigma} = L_{2\sigma} i_2$$

❷ Idealni transformator – obrazložite princip transformacije napona struja i otpora.

Rješenje:

Tok stvoren u namotaju primarnog svitka, kroz koji teče izmjenična struja, mijenja se u ritmu promjena struje, tj. po sinusoidnom zakonu: $\Phi_{II} = \Phi_{II_m} \sin \omega t$.

Trenutačna vrijednost induciranih EMS-a na primaru:

$$e_1 = -N_I \frac{d\Phi_{II}}{dt} = -N_I \Phi_{II_m} \omega \cos \omega t = N_I \Phi_{II_m} \omega \sin(\omega t - 90^\circ)$$

Amplituda EMS-a: $E_{II_m} = N_I \Phi_{II_m} \omega$

$$\text{Efektivna vrijednost: } E_I = \frac{E_{II_m}}{\sqrt{2}} = \frac{N_I \Phi_{II_m} 2\pi f}{\sqrt{2}} = 4,44 f N_I \Phi_{II_m}$$

Ova elektromotorna sila (EMS) drži ravnotežu narinutom naponu, tj. $U_I \approx E_I$.

Izmjenični tok generiran u primarnom svitku djelomice je obuhvaćen i sekundarnim svitkom. Ovaj djelomični tok Φ_{I2} stvara elektromotornu силу e_2 suprotnog smjera u sekundarnom svitku:

$$e_2 = -N_2 \frac{d\Phi_{I2}}{dt} = N_2 \Phi_{I2_m} \omega \sin(\omega t - 90^\circ).$$

Analogno prijašnjem postupku odredi se njena efektivna vrijednost: $E_2 = \frac{E_{I2_m}}{\sqrt{2}} = 4,44 f N_2 \Phi_{I2_m}$.

Omjer elektromotornih sila primarnog i sekundarnog svitka je:

$$\frac{E_1}{E_2} = \frac{4,44 f N_1 \Phi_{II_m}}{4,44 f N_2 \Phi_{I2_m}} = \frac{N_1 \Phi_{II_m}}{N_2 \Phi_{I2_m}}.$$

Za transformator s feromagnetskom jezgrom rasipanje toka je zanemarivo maleno, faktor sprege je $k \approx 1$, odnosno $\Phi_{I2} = \Phi_{II}$. Omjer induciranih elektromotornih sila poprima vrlo jednostavan oblik:

$$\frac{E_1}{E_2} = \frac{N_1}{N_2}.$$

Ako transformator nije opterećen, napon na njegovim krajevima približno je jednak EMS-u E_2 ($U_2 \approx E_2$).

Za omjer ulaznog napona U_1 i izlaznog napona U_2 približno vrijedi isto što i za omjer EMS-a samoindukcije: $\frac{U_1}{U_2} = \frac{N_1}{N_2}$.

Odnos broja namotaja primara i sekundara naziva se prijenosni omjer ili odnos transformacije n :

$$n = \frac{N_1}{N_2} = \frac{E_1}{E_2} = \frac{U_1}{U_2}.$$

Zanemare li se gubitci u prijenosu snage s primara na sekundar ($P_1 \approx P_2$), tada je: $U_1 I_1 = U_2 I_2$.

Omjer struja primarne i sekundarne strane: $\frac{I_1}{I_2} = \frac{U_2}{U_1} = \frac{N_2}{N_1} = \frac{1}{n}$.

Struje su obrnuto razmjerne broju namotaja. Za primar s većim brojem namotaja na sekundaru je manji napon, ali zato i veća struja od primarne.

Općenito se može zaključiti: visokonaponski svitak izrađuje se s većim brojem namotaja vodiča manjeg presjeka, a niskonaponski svitak s manjim brojem namotaja vodiča većeg presjeka, jer moraju podnijeti veću struju.

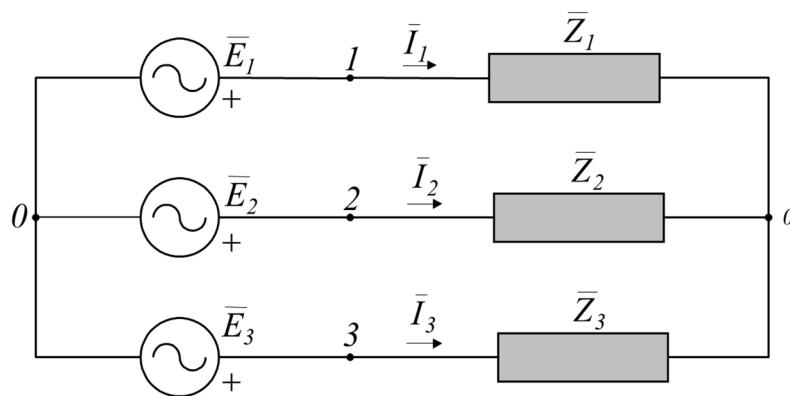
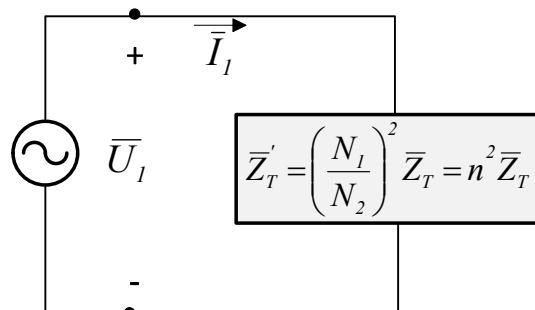
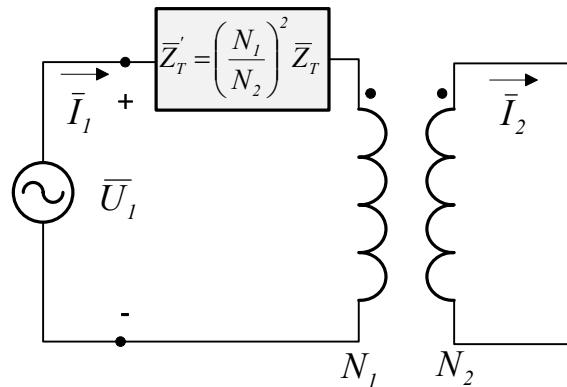
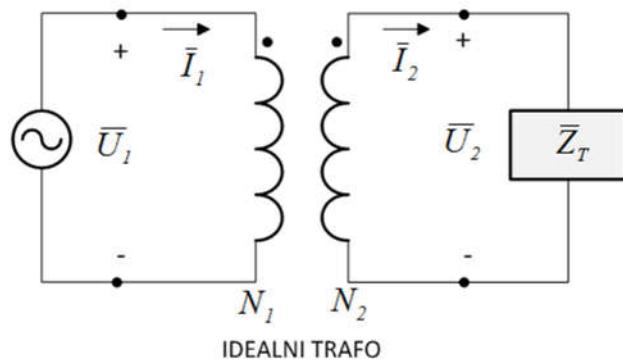
Impedancije trošila: $Z_2 = \frac{U_2}{I_2}$.

Ulagana impedancija transformatora: $Z_1 = \frac{U_1}{I_1}$.

Odnos impedancija: $\frac{Z_1}{Z_2} = \frac{\frac{U_1}{I_1}}{\frac{U_2}{I_2}} = \frac{U_1 I_2}{U_2 I_1} = n \cdot n = n^2$.

Impedancija trošila transformirana na primarnu stranu: $Z_t = n^2 Z_2$.

Transformacija impedancije trošila na primarnu stranu:



③ Napišite izraze za fazne i linijske napone, fazne struje i snage nesimetričnog trošila spojenoga u zvijezdu i priključenoga na simetrični trofazni generator bez nultog voda. Skicirajte pripadni fazorski dijagram.

Rješenje:

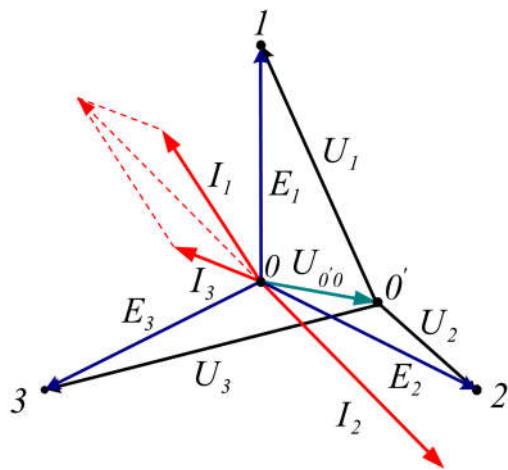
$$\text{Napon nesimetrije: } \bar{U}_{\phi\phi} = \frac{\frac{\bar{E}_1}{\bar{Z}_1} + \frac{\bar{E}_2}{\bar{Z}_2} + \frac{\bar{E}_3}{\bar{Z}_3}}{\frac{1}{\bar{Z}_1} + \frac{1}{\bar{Z}_2} + \frac{1}{\bar{Z}_3}} = \frac{\bar{E}_1 \bar{Y}_1 + \bar{E}_2 \bar{Y}_2 + \bar{E}_3 \bar{Y}_3}{\bar{Y}_1 + \bar{Y}_2 + \bar{Y}_3}.$$

$$\text{Naponi na fazama trošila: } \bar{U}_1 = \bar{E}_1 - \bar{U}_{\phi\phi}, \quad \bar{U}_2 = \bar{E}_2 - \bar{U}_{\phi\phi}, \quad \bar{U}_3 = \bar{E}_3 - \bar{U}_{\phi\phi}.$$

$$\text{Struje kroz faze trošila: } \bar{I}_1 = \frac{\bar{U}_1}{\bar{Z}_1}, \quad \bar{I}_2 = \frac{\bar{U}_2}{\bar{Z}_2}, \quad \bar{I}_3 = \frac{\bar{U}_3}{\bar{Z}_3}.$$

$$\bar{I}_1 + \bar{I}_2 + \bar{I}_3 = 0$$

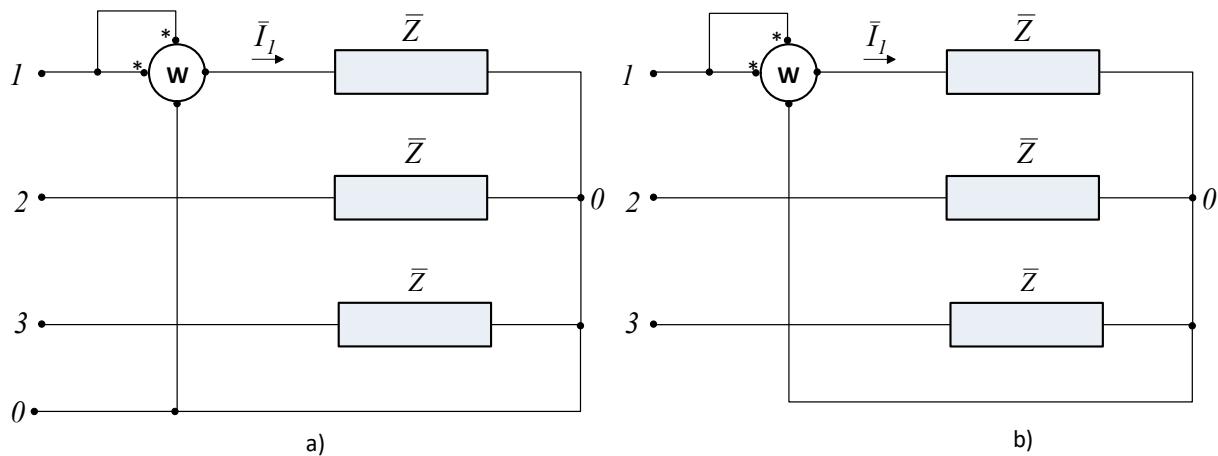
Fazorski dijagram:



❾ Izrazi za snagu i mjerjenje snage u simetričnom i nesimetričnom trofaznom sustavu trošila. Shema Aronova spoja i spoja s virtualnom nulom.

Rješenje:

Simetrično trošilo spoj u zvijezdu – dovoljan je jedan vatmetar



Pokazivanje vatmetra je:

$$P_W = \operatorname{Re}(\bar{U}_1 \bar{I}_1^*) = U_f I_f \cos \varphi.$$

Ukupna djelatna snaga:

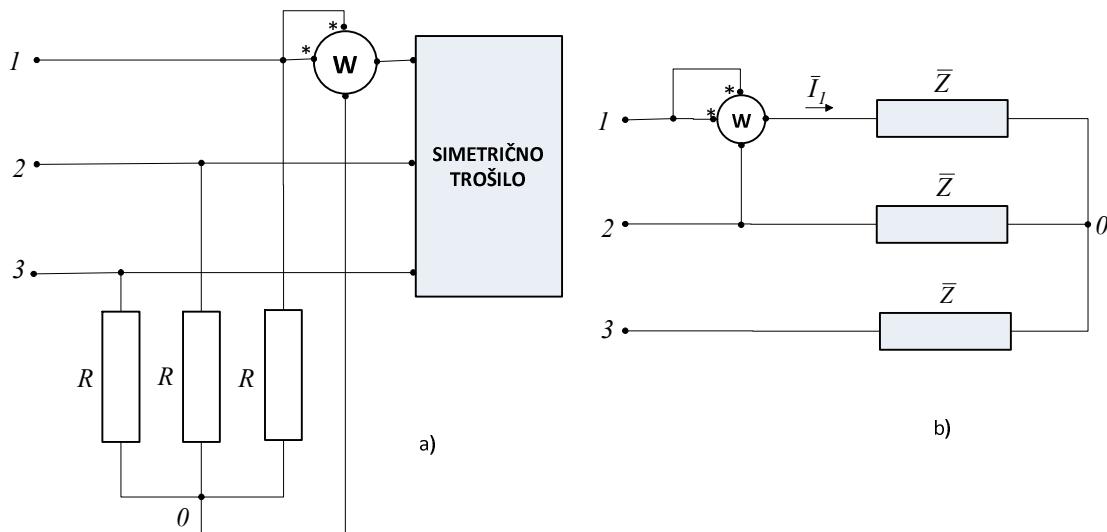
$$P_{uk} = 3P_W = 3U_f I_f \cos\varphi.$$

Ako nema nultog voda ili je nulta točka trošila nepristupačna, može se mjerjenje napona i snage izvesti i formiranjem tzv. umjetne (prividne) nule pomoću simetričnog zvijezda spoja triju jednakih otpornika R . Druga naponska stezaljka vatmetra spaja se na umjetnu nulu (*Slika a*). Ukupna snaga je $P_{uk} = 3P_W$.

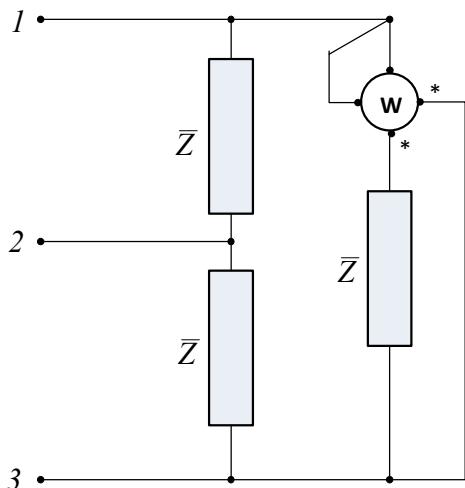
Mjerjenje se može vršiti i spajanjem stezaljka vatmetra na linijski napon (*Slika b*). Tada je:

$$P_W = \operatorname{Re}(\bar{U}_{12}\bar{I}_1^*) = \sqrt{3}U_f I_f \cos\varphi.$$

Ukupna snaga je $\sqrt{3}$ puta veća od očitanja vatmetra: $P_{uk} = \sqrt{3}P_W$.

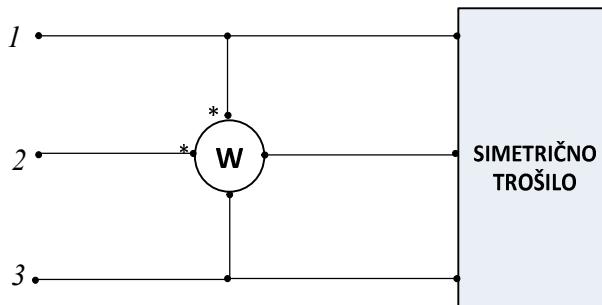


Spoj u trokut – dovoljan je jedan vatmetar. Strujne stezaljke spajaju se serijski s jednim faznim vodičem, a naponske stezaljke na krajeve istoga faznog voda.



Vatmetar pokazuje: $P_W = \operatorname{Re}(\bar{U}_{31}\bar{I}_{31}^*) = U_f I_f \cos\varphi$.

Ukupna djelatna snaga je $P_{uk} = 3P_W$.



Mjerenje jalove snage – uporaba jednog vatmetra čije su strujne stezaljke spojene na jedan linijski vod, a naponske između dva preostala voda. Time se stvara dodatni fazni pomak napona od 90° .

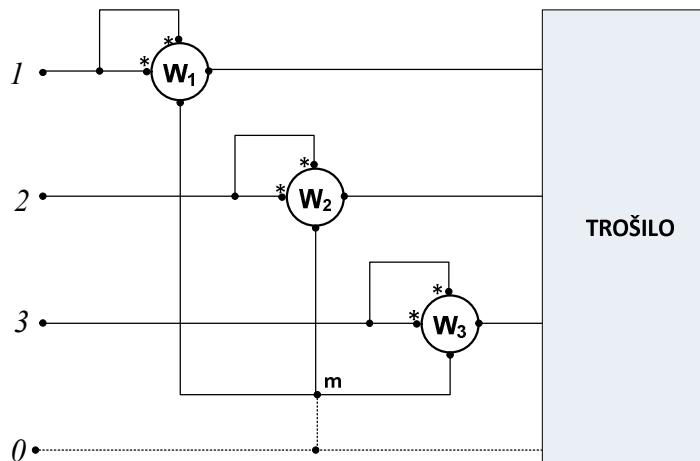
Očitanje vatmetra je:

$$P_w = \operatorname{Re}(\bar{U}_{13} \cdot \bar{I}_2^*) = \dots = \sqrt{3} U_f I_f \cos(90^\circ - \varphi) = \sqrt{3} U_f I_f \sin \varphi.$$

Ukupna jalova snaga: $Q_{uk} = \sqrt{3} P_w$.

Nesimetrično trošilo: uporabom triju jednofaznih vatmetara za mjerenje djelatnih snaga svake pojedine faze može se dobiti ukupna djelatna snaga trofaznog sustava kao zbroj očitanja triju vatmetara.

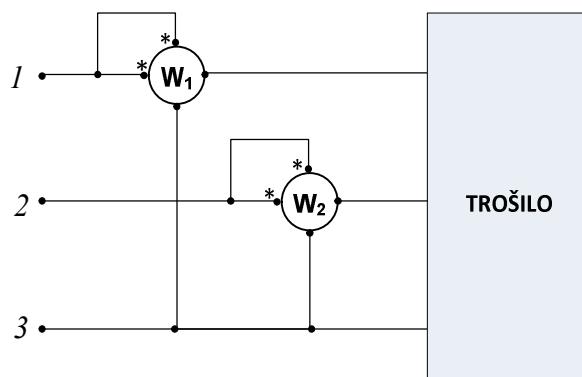
Mjerenje se može izvesti i bez spajanja na nulti vod, a i u sustavu bez nultog voda, jer sami vatmetri formiraju umjetnu nulu (vatmetri moraju biti jednaki). Položaj zajedničke točke im je proizvoljan.



Ukupna djelatna snaga: $P_{uk} = P_{W1} + P_{W2} + P_{W3} = \operatorname{Re}(\bar{U}_1 \bar{I}_1^*) + \operatorname{Re}(\bar{U}_2 \bar{I}_2^*) + \operatorname{Re}(\bar{U}_3 \bar{I}_3^*)$,

odnosno: $P_{uk} = U_1 I_1 \cos \varphi_1 + U_2 I_2 \cos \varphi_2 + U_3 I_3 \cos \varphi_3$.

Aronov spoj:



Dokaz:

Ukupna trenutačna snaga je: $p_{uk} = p_1 + p_2 + p_3 = u_1 i_1 + u_2 i_2 + u_3 i_3$.

Kada nema neutralnog voda, vrijedi: $i_1 + i_2 + i_3 = 0 \Rightarrow i_3 = -i_1 - i_2$.

Slijedi:

$$p_{uk} = u_1 i_1 + u_2 i_2 - u_3 i_1 - u_3 i_2 = i_1 (u_1 - u_3) + i_2 (u_2 - u_3) = u_1 j_1 + u_2 j_2.$$

Ukupna snaga je zbroj pokazivanja vatmetara:

$$P_{uk} = P_{W1} + P_{W2} = Re (\bar{U}_{13} \bar{I}_1^*) + Re (\bar{U}_{23} \bar{I}_2^*).$$

Primjer drugi

- ❶ Aritmetička srednja vrijednost (opće relacije, primjer grafičkog prikaza i proračun za sinusoidni valni oblik).

Rješenje:

Aritmetička srednja vrijednost (ASR) od više različitih vrijednosti $y_1, y_2, y_3, \dots, y_n$ dobije se tako da se suma tih vrijednosti podijeli s njihovim ukupnim brojem n (broj uzoraka):

$$Y_{sr} = \frac{y_1 + y_2 + y_3 + \dots + y_n}{n} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{i=n} y_i.$$

Ukupni interval T je zbroj od n podintervala Δt : $T = n \cdot \Delta t \Rightarrow n = \frac{T}{\Delta t}$.

Slijedi:
$$Y_{sr} = \frac{(y_1 + y_2 + y_3 + \dots + y_n) \cdot \Delta t}{T}.$$

Za što točniji proračun ASR-a treba uzeti što više uzoraka trenutačnih vrijednosti $y(t)$, tj. potrebno je podijeliti interval T na što je moguće više dijelova. ASR će biti ispravno određen ako vrijedi $n \rightarrow \infty \Rightarrow \Delta t \rightarrow dt \rightarrow 0$.

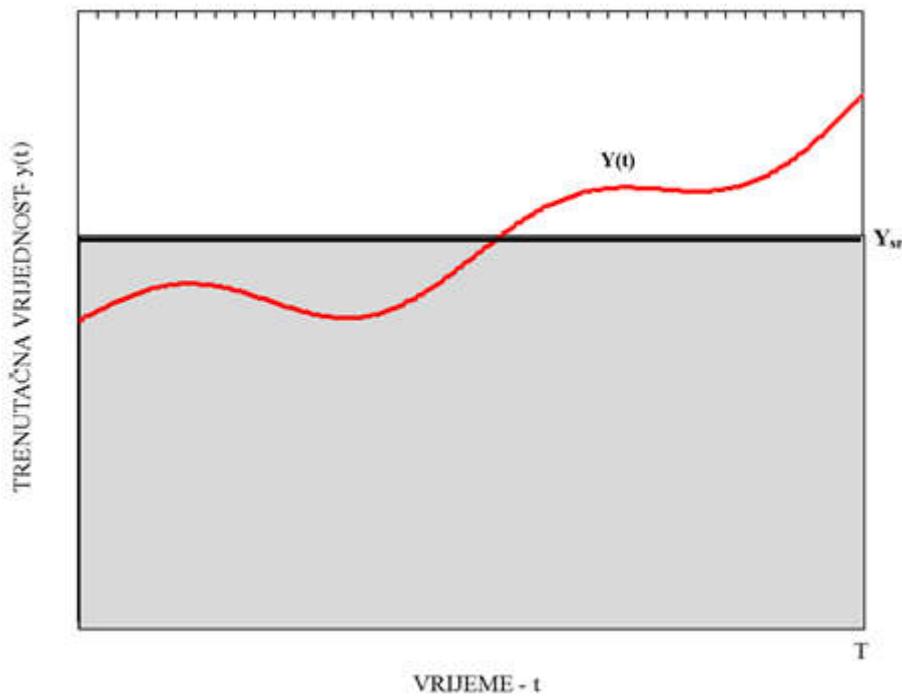
Odnosno:

$$Y_{sr} = \lim_{\substack{n \rightarrow \infty \\ \Delta t \rightarrow dt \rightarrow 0}} \frac{(y_1 + y_2 + y_3 + \dots + y_n) \cdot \Delta t}{T}.$$

Limes gornje sume prelazi u integral, pa je aritmetička srednja vrijednost dana izrazom:

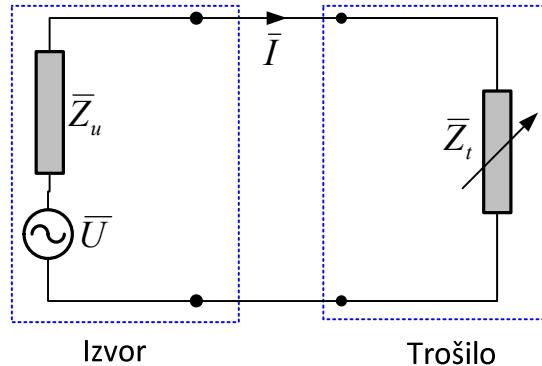
$$Y_{sr} = \frac{1}{T} \int_0^T y(t) dt.$$

Grafička interpretacija: aritmetička srednja vrijednost promjenljive funkcije Y_{sr} u vremenskom intervalu (periodu) T jednaka je visini pravokutnika koji nad osnovicom T ima površinu jednaku površini što je nad osnovicom T zatvara krivulja $y(t)$.



- ❷ Izvedite uvjet za postizanje maksimalne snage na trošilu priključenom na izmjeničnu mrežu.

Rješenje:



Teorem o prijenosu maksimalne snage u izmjeničnim mrežama glasi:

Za zadani izmjenični izvor (fiksni $\bar{U}, \bar{Z}_u, \omega$) srednja snaga isporučena trošilu bit će maksimalna ako je ispunjen uvjet da je impedancija trošila jednaka konjugiranoj kompleksnoj vrijednosti unutarnje impedancije izvora.

$$\bar{Z}_t = \bar{Z}_u^* \quad \text{tj.} \quad R_t = R_u \quad i \quad X_t = -X_u$$

Maksimalna prosječna snaga: $P_{max} = I^2 R_t = \frac{\bar{U}^2}{4R_t}$.

Dokaz:

Fazor struje: $\bar{I} = \frac{\bar{U}}{\bar{Z}_u + \bar{Z}_t} = \frac{\bar{U}}{(R_u + R_t) + j(X_u + X_t)}$.

Efektivna vrijednost struje: $I = \frac{U}{Z} = \frac{U}{\sqrt{(R_u + R_t)^2 + (X_u + X_t)^2}}$.

$$\text{Srednja snaga isporučena trošilu: } P = I^2 R_t = \frac{U^2 R_t}{(R_u + R_t)^2 + (X_u + X_t)^2}.$$

Snaga je funkcija dviju varijabla, R_t i X_t , jer R_u i X_u imaju unaprijed definiranu fiksnu vrijednost. Za određivanje uvjeta maksimalne snage potrebno je izjednačiti parcijalne derivacije $\frac{\partial P}{\partial R_t}$ i $\frac{\partial P}{\partial X_t}$ s nulom te iz dobivene dvije jednadžbe izraziti R_t i X_t .

$$\frac{\partial P}{\partial R_t} = \frac{U^2 [(R_u + R_t)^2 + (X_u + X_t)^2] - 2U^2 R_t (R_u + R_t)}{[(R_u + R_t)^2 + (X_u + X_t)^2]^2} = 0$$

$$\frac{\partial P}{\partial X_t} = \frac{-2U^2 R_t (X_u + X_t)}{[(R_u + R_t)^2 + (X_u + X_t)^2]^2} = 0$$

Jedino rješenje druge jednadžbe koje ima fizikalnog smisla jest: $X_t = -X_u$.

Uvrštenjem u prvu jednadžbu slijedi: $\frac{U^2 (R_u - R_t)}{(R_u + R_t)^3} = 0$.

Fizikalno značenje ima samo rješenje: $R_t = R_u$.

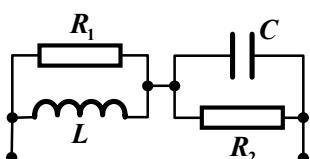
Oba rješenja opisana su jedinstvenim izrazom: $\bar{Z}_t = \bar{Z}_u^*$.

Uvrštavanjem u relaciju za snagu dobije se: $P_{max} = \frac{U^2}{4R_u}$.

Dobivena maksimalna snaga koja se može isporučiti trošilu naziva se *dostupna snaga* (engl. *available power*) fiksnog izvora.

Korisnost η je omjer snage na trošilu P_t i snage koju razvija generator P_g :

$$\eta = \frac{P_t}{P_g} = \frac{I^2 R_t}{I^2 (R_u + R_t)} = 0,5 \quad \Rightarrow \quad \eta(\%) = 50\%.$$



❸ Izvedite izraz za rezonantnu frekvenciju sklopa prema slici.

Rješenje:

$$\bar{Z}_{eq} = \frac{R_1 \cdot j\omega L_1}{R_1 + j\omega L_1} + \frac{R_2 \cdot \left(-j \frac{1}{\omega C_2}\right)}{R_2 - j \frac{1}{\omega C_2}}$$

$$\bar{Z}_{eq} = \frac{jR_l\omega L_l(R_l - j\omega L_l)}{R_l^2 + \omega^2 L_l^2} + \frac{-jR_2 \frac{I}{\omega C_2} \left(R_2 + j \frac{I}{\omega C_2} \right)}{R_2^2 + \frac{I^2}{\omega^2 C_2^2}}$$

Uvjet: $Im(\bar{Z}_{eq}) = 0$

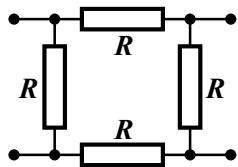
$$\frac{\frac{R_2^2}{R_l^2 + \omega^2 L_l^2}}{\frac{\omega C_2}{R_2^2 + \frac{I^2}{\omega^2 C_2^2}}} = 0$$

$$R_l^2 L_l + R_l^2 R_2^2 L_l C_2^2 \omega^2 = R_l^2 R_2^2 C_2 + R_2^2 L_l^2 C_2 \omega^2$$

$$\omega^2 = \frac{R_l^2 R_2^2 C_2 - R_l^2 L_l}{R_l^2 R_2^2 L_l C_2 - R_2^2 L_l^2 C_2}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{C_2 - \frac{L_l}{R_2^2}}{L_l C_2^2 - \frac{L_l^2 C_2}{R_l^2}}}$$

Provjera: $R_l, R_2 \rightarrow \infty \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{I}{LC}}$



④ Odredite konstante četveropola prema slici.

Rješenje:

$$\bar{U}_l = \bar{A}_{l1}\bar{U}_2 + \bar{A}_{l2}\bar{I}_2$$

$$\bar{I}_l = \bar{A}_{2l}\bar{U}_2 + \bar{A}_{22}\bar{I}_2$$

$$\bar{A}_{l1} = \frac{\bar{U}_l}{\bar{U}_2} \Big|_{\bar{I}_2=0} = \frac{\bar{U}_l}{\bar{U}_l \frac{R}{3R}} = 3$$

$$\bar{A}_{l2} = \frac{\bar{U}_l}{\bar{I}_2} \Big|_{\bar{U}_2=0} = \frac{\bar{I}_2 \cdot 2R}{\bar{I}_2} = 2R$$

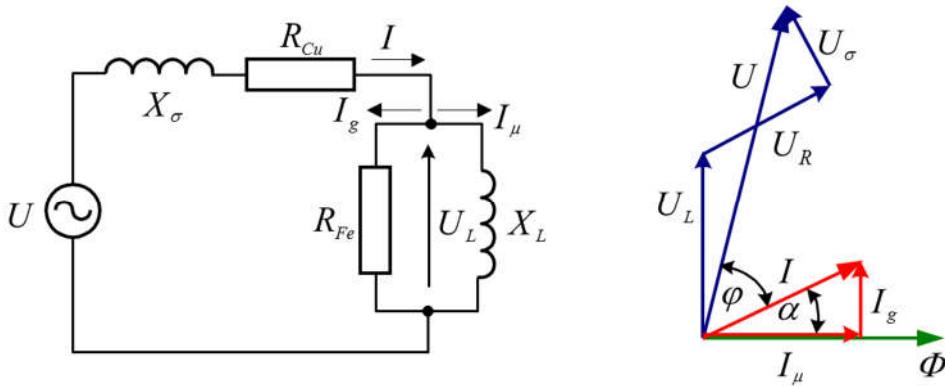
$$\bar{A}_{21} = \frac{\bar{I}_l}{\bar{U}_2} \Big|_{\bar{I}_2=0} = \frac{\bar{I}_l}{\bar{I}_l \frac{R}{4R} \cdot R} = \frac{4}{R}$$

$$\bar{A}_{22} = \frac{\bar{I}_l}{\bar{I}_2} \Big|_{\bar{U}_2=0} = \frac{\bar{I}_l}{\bar{I}_l \frac{R}{3R}} = 3$$

5 Svitak sa željeznom jezgrom (potpuna nadomjesna shema, određivanje parametara svitka, fazorski dijagram).

Rješenje:

$$\bar{U} = \bar{U}_R + \bar{U}_L + \bar{U}_\sigma$$



Određivanje parametara i elemenata potpune nadomjesne sheme svitka

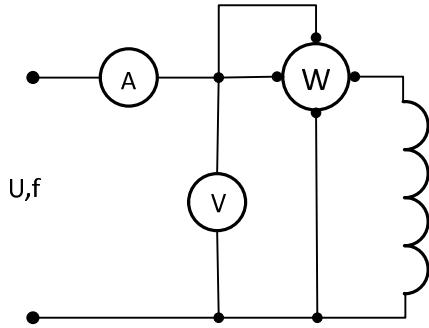
Zadano:

- broj namotaja svitka N ;
- feromagnetska jezgra (trafo lim, lijevani čelik, željezo...) s poznatom krivuljom magnetiziranja $B=f(H)$ danom u obliku grafa ili tablice;
- dimenzije jezgre iz kojih se može odrediti površina poprečnog presjeka S i duljina l srednje magnetske silnice;
- procijenjeni rasipni tok u odnosu na ukupni tok $\Phi_m = k\Phi_m$, gdje k obično nije veći od 0,1 odnosno 10 % ukupnog toka.

Izmjereno:

- svitak je spojen na izvor napona U frekvencije f . Mjeranjem prema shemi na *Slici 7.8* mogu se odrediti: $I_A = I$, $U_V = U$, $P_W = P_{uk}$, a ommetrom se izmjeri R_{Cu} .

Napomena: U prvom se koraku pretpostavi da je $U_L \approx U$, pa se kasnije po potrebi vrši korekcija.

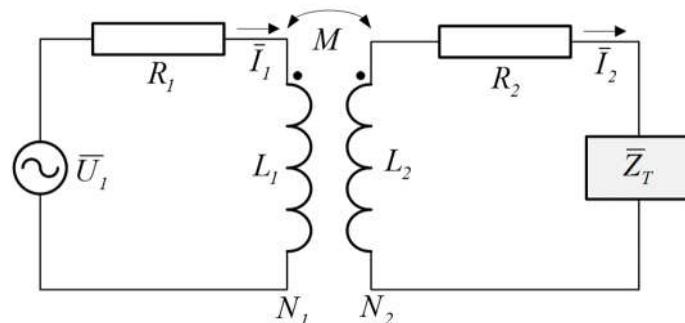


Izračunano:

- Magnetski tok: $\Phi_m = \frac{U}{4,44 f N}$
- Gustoća magnetskog toka (magnetska indukcija) u jezgri: $B_m = \frac{\Phi_m}{S}$
- Iz krivulje ili tablice magnetiziranja $B=f(H)$ za uporabljeni materijal jezgre očita se pripadna jakost magnetskog polja H .
- Amplituda struje magnetiziranja: $I_{\mu m} = \frac{H_m l}{N}$
- Efektivna vrijednost struje magnetiziranja: $I_\mu = \frac{H_m l}{\sqrt{2} N}$
- Za izmjerenu ukupnu struju I struja gubitaka je: $I_g = \sqrt{I^2 - I_\mu^2}$.
- Gubitci u bakru: $P_{Cu} = I^2 R_{Cu}$
- Gubitci u željezu: $P_{Fe} = P_{uk} - P_{Cu}$
- Fiktivni otpor željeza: $R_{Fe} = \frac{P_{Fe}}{I_g^2}$
- Induktivni otpor: $X_L = \frac{U_L}{I_\mu}$
- Rasipni induktivni otpor: $X_\sigma = \frac{U_\sigma}{I}$, gdje je: $U_\sigma = kU$.

⑥ Transformatorske jednadžbe zračnog transformatora (izvod), nadomjesni magnetski krug trafa, jednadžbe i nadomjesna shema linearног transformatora kao **T**-четверопола ($N_1=N_2$).

Rješenje:



Jednadžbe primarnog i sekundarnog kruga:

$$\bar{U}_1 = \bar{I}_1 R_1 + j\omega L_1 \bar{I}_1 - j\omega M \bar{I}_2$$

$$-\bar{U}_2 = -\bar{I}_2 \bar{Z}_T = \bar{I}_2 R_2 + j\omega L_2 \bar{I}_2 - j\omega M \bar{I}_1$$

Nadomjesni magnetski krug trafa

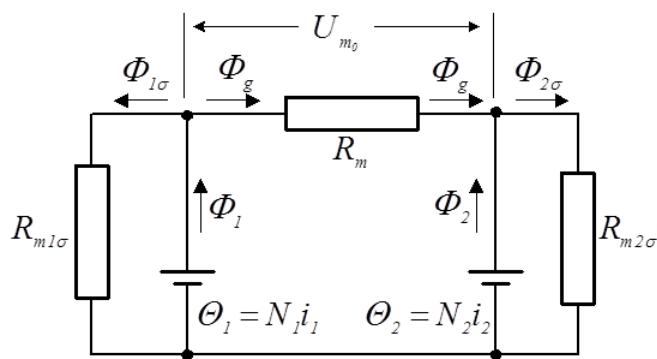
Iz slike magnetskih tokova trafa mogu se posebno odrediti ukupni tokovi Φ_1 i Φ_2 ulančeni primarom, odnosno sekundarom:

$$\Phi_1 = \Phi_{11} - \Phi_{21}, \quad \Phi_2 = \Phi_{22} - \Phi_{12}.$$

Kako je $\Phi_{11} = \Phi_{12} + \Phi_{l\sigma}$, $\Phi_{22} = \Phi_{21} + \Phi_{l\sigma}$, $\Phi_g = \Phi_{12} - \Phi_{21}$, dobije se:

$$\Phi_l = \Phi_{l\sigma} + \Phi_g, \quad \Phi_g = \Phi_{2\sigma} - \Phi_g.$$

Odgovarajuća nadomjesna shema magnetskog kruga:



Pad magnetskog napona U_{mo} :

$$U_{mo} = \Phi_g R_m = \Theta_l - \Theta_2 = N_1 i_1 - N_2 i_2$$

Primarni svitak mora iz mreže povući neku fiktivnu struju i_0 , koja će na namotajima primara N_1 stvoriti protjecanje $N_1 i_0$, potrebno da potjera glavni magnetski tok. Struja i_0 je fiktivna jer se ne zatvara kroz realni električni krug, a sadržana je u primarnoj struji. Potrebna je za stvaranje glavnog magnetskog toka, tj. za magnetiziranje, pa se zove *struja magnetiziranja* ili *uzbudna struja*.

$$i_0 N_1 = N_1 i_1 - N_2 i_2 \Rightarrow i_0 = i_1 - \frac{N_2}{N_1} i_2$$

Simbolički oblik: $\bar{I}_0 = \bar{I}_1 - \frac{N_2}{N_1} \bar{I}_2$

To je jednadžba čvora koji izravno spaja primar i sekundar u nadomjesnoj shemi transformatora.

Zračni transformator kao T-četveropol

Uvrštavanjem struje magnetiziranja u transformatorske jednadžbe dobiju se ulazna i izlazna petlja nadomjesne sheme traфа;

$$\bar{U}_1 = \bar{I}_1 R_1 + j\omega L_1 \bar{I}_1 - j\omega M \left(\frac{N_1}{N_2} \bar{I}_1 - \frac{N_1}{N_2} \bar{I}_0 \right)$$

$$\bar{U}_1 = \bar{I}_1 R_1 + j\omega \left(L_1 - \frac{N_1}{N_2} M \right) \bar{I}_1 + j\omega M \frac{N_1}{N_2} \bar{I}_0.$$

U jednadžbi sekundarnog kruga eliminira se primarna struja:

$$-\bar{U}_2 = \bar{I}_2 R_2 + j\omega L_2 \bar{I}_2 - j\omega M \left(\frac{N_2}{N_1} \bar{I}_2 + \bar{I}_0 \right)$$

$$-\bar{U}_2 = \bar{I}_2 R_2 + j\omega \left(L_2 - \frac{N_2}{N_1} M \right) \bar{I}_2 - j\omega M \bar{I}_0.$$

Izrazi u zagradama u jednadžbama primara i sekundara su odgovarajući, rasipne induktivnosti $L_{1\sigma}$ i $L_{2\sigma}$. Jednadžbe ulazne i izlazne petlje, uz ranije određenu jednadžbu čvora, jesu:

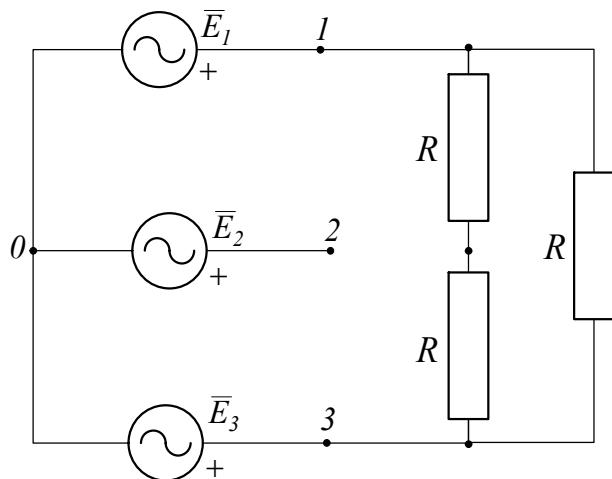
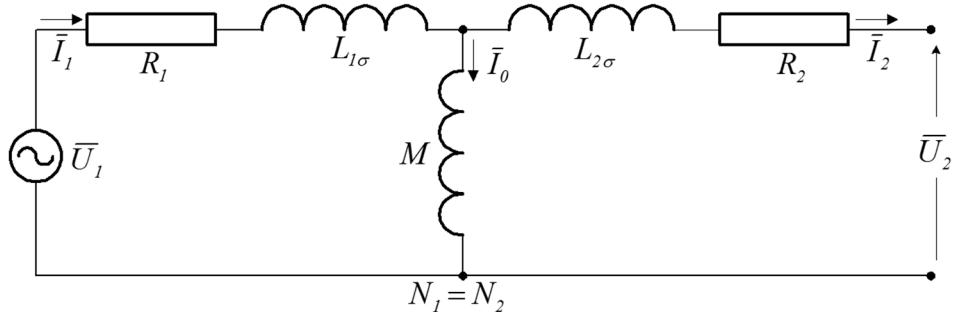
$$\bar{U}_1 = \bar{I}_1 R_1 + j\omega L_{1\sigma} \bar{I}_1 + j\omega M \frac{N_1}{N_2} \bar{I}_0$$

$$-\bar{U}_2 = \bar{I}_2 R_2 + j\omega L_{2\sigma} \bar{I}_2 - j\omega M \bar{I}_0$$

$$\bar{I}_1 = \bar{I}_0 + \frac{N_2}{N_1} \bar{I}_2 .$$

Inducirani EMS na primaru i sekundaru: $\bar{E}_1 = j\omega M \frac{N_1}{N_2} \bar{I}_0$, $\bar{E}_2 = j\omega M \bar{I}_0$

Nadomjesna shema za slučaj $N_1=N_2$:



7 Ako u sustavu simetričnoga trofaznog trošila spojenoga u trokut pregori jedan linijski vod, koliki će biti naponi na pojedinim fazama trošila?

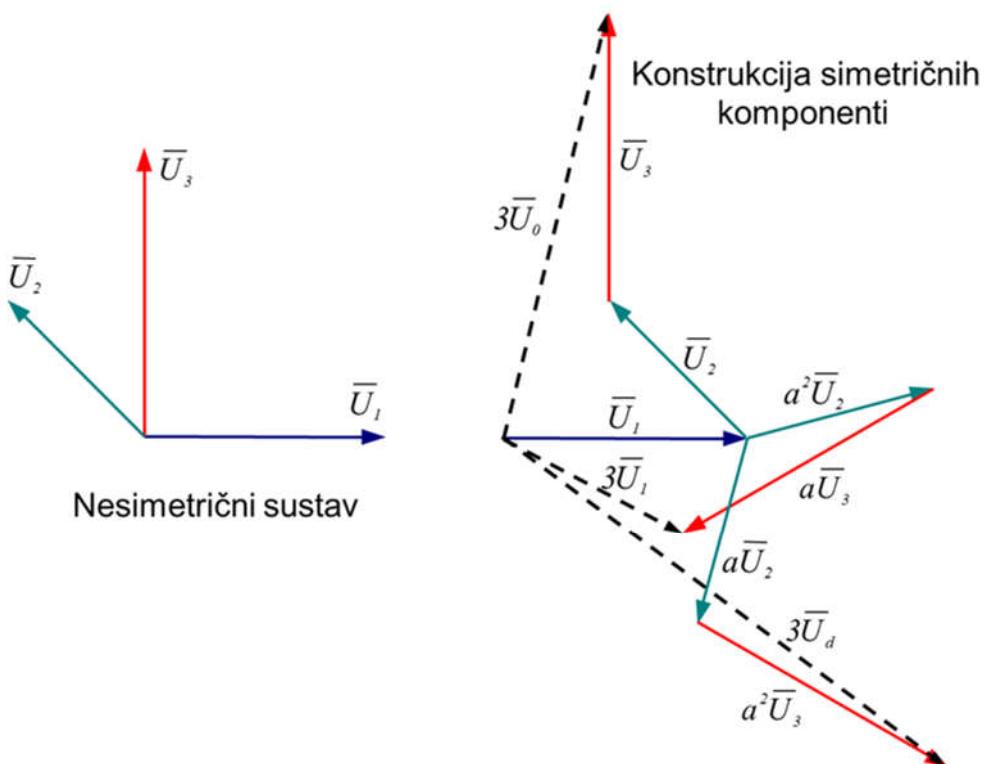
Rješenje:

Stanje jedne faze se ne mijenja, a u preostalim dvjema fazama otpori su u serijskom spoju. Na otpore u serijskom spoju otpada po pola linijskog napona generatora, odnosno faznog napona trošila, pa je: $P = \frac{U_f^2}{R} + \frac{U_f^2}{2R} = \frac{3U_f^2}{2R} = \frac{1}{2}P_o$.

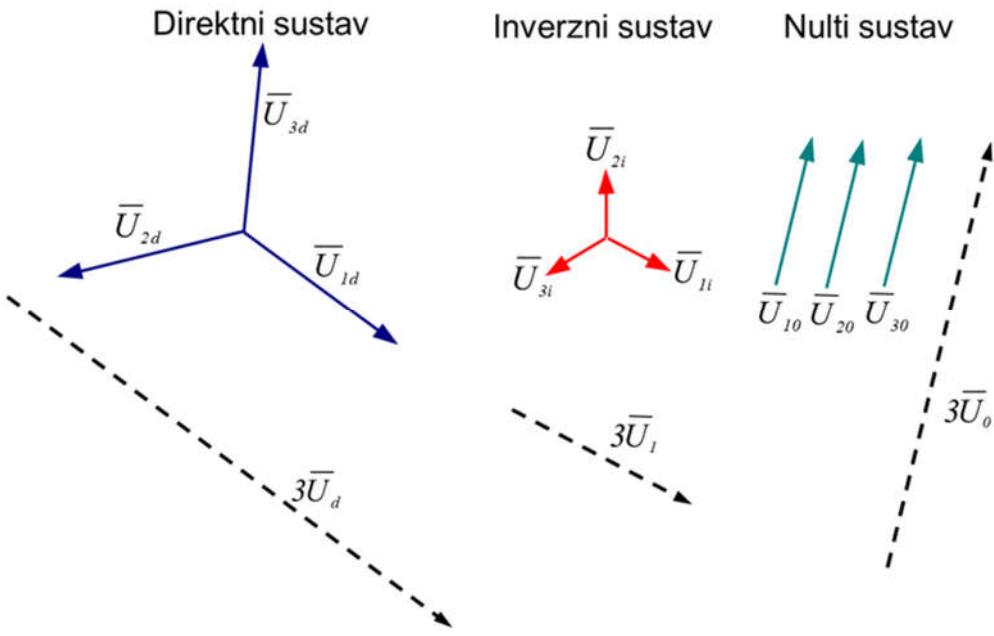
- ③ Opišite na primjeru grafički postupak razlaganja zadanoga nesimetričnoga trofaznog sustava na simetrične komponente.

Rješenje:

Iz zadanoga nesimetričnog sustava konstruira se pripadni sustav simetričnih komponenata $3\bar{U}_o, 3\bar{U}_d, 3\bar{U}_i$.

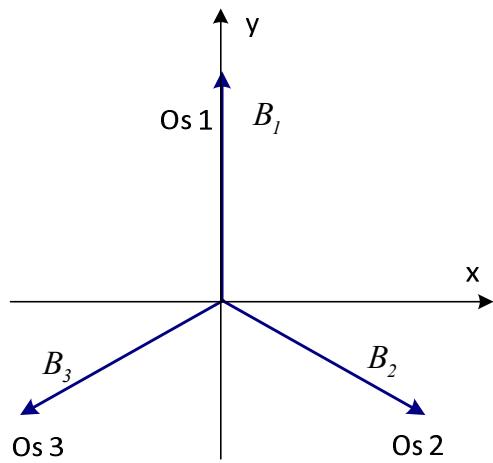


Ako se referentni fazori simetričnih komponenata $3\bar{U}_o, 3\bar{U}_d, 3\bar{U}_i$, preneseni s prethodne slike, podijele s 3 i uzme u obzir definicija triju simetričnih komponenata, dobije se grafički prikaz direktnoga, inverznog i nultog sustava.



⑨ Rotacijsko magnetsko polje (izvod iznosa i faze rezultantnog fazora magnetske indukcije).

Rješenje:



$$B_x = B_{1x} + B_{2x} + B_{3x}, \quad B_y = B_{1y} + B_{2y} + B_{3y}$$

$$B_{1x} = 0$$

$$B_{2x} = B_m \sin\left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right) \cdot \cos\frac{\pi}{6}$$

$$B_{3x} = -B_m \sin\left(\omega t + \frac{2\pi}{3}\right) \cdot \cos\frac{\pi}{6}$$

$$B_{1y} = B_m \sin \omega t$$

$$B_{2y} = -B_m \sin\left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right) \cdot \sin\frac{\pi}{6}$$

$$B_{3y} = -B_m \sin\left(\omega t + \frac{2\pi}{3}\right) \cdot \sin\frac{\pi}{6}$$

Ukupna projekcija na x os:

$$B_x = B_m \cos\frac{\pi}{6} \cdot \left[\sin\left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right) - \sin\left(\omega t + \frac{2\pi}{3}\right) \right] = B_m \cos\frac{\pi}{6} \cdot \left(-2 \sin\frac{2\pi}{3} \cos\omega t \right)$$

$$B_x = -\frac{3}{2} B_m \cos \omega t$$

Ukupna y komponenta:

$$\begin{aligned}
B_y &= B_m \sin \omega t - B_m \sin \frac{\pi}{6} \cdot \left[\sin \left(\omega t - \frac{2\pi}{3} \right) + \sin \left(\omega t + \frac{2\pi}{3} \right) \right] = \\
&= B_m \sin \omega t - B_m \sin \frac{\pi}{6} \cdot 2 \cos \frac{2\pi}{3} \sin \omega t \\
B_y &= \frac{3}{2} B_m \sin \omega t
\end{aligned}$$

Ukupna indukcija je vremenski neovisna i ima konstantnu vrijednost:

$$B_{uk} = \sqrt{B_x^2 + B_y^2} = \frac{3}{2} B_m = \text{konst.}$$

Ako se s α označi otklon od vertikalne osi, tada je:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{B_x}{B_y} = -\frac{\cos \omega t}{\sin \omega t} = -\operatorname{ctg} \omega t = \operatorname{tg} \left(\omega t - \frac{\pi}{2} \right).$$

Literatura

1. Alexander, C. K., Sadiku, M. N. O.: **Fundamentals of electric circuits**, McGraw-Hill, 2004.
2. Bobrow, L. S.: **Fundamentals of Electrical Engineering**, Oxford University Press, 2nd Edition, 1996.
3. Bobrow, L. S.: **Instructor's Manual for Fundamentals of Electrical Engineering**, Oxford University Press, 1996.
4. Giancoli, D. C.: **Physics for Scientists & engineers with Modern Physics**, International edition, 3rd Edition, Prentice Hall International, 2000.
5. Gibilisco, S., Monk S.: **Teach Yourself Electricity and Electronics**, Sixth Edition, McGraw-Hill, 2016.
6. Hambley, A. R.: **Electrical Engineering: Principles & Applications**, 7th Edition, Pearson Education, 2015.
7. Irwin, J. D., Nelms, R. M.: **Basic Engineering Circuit Analysis**, 11th Edition, International student version, John Wiley & Sons, 2008.
8. Jordan D., Smith, P: **Mathematical Techniques - An Introduction for the Engineering, Physical, and Mathematical Sciences**, Oxford University Press, New York, 2008.
9. Kraus, A. D.: **Allan's Circuits Problems**, Oxford University Press, 2001.
10. Nahvi, M., Edminister, J. A.: **Theory and Problems of Electric Circuits**, Fourth Edition, Schaum's Outline Series, McGraw-Hill, 2003.
11. O'Malley, J.: **Schaum's Outline of Theory and Problems of Basic Circuit Analysis**, Second Edition, McGraw-Hill, 1992.
12. Rizzoni, G., Kearns J.: **Principles and Applications of Electrical Engineering**, 6th Edition, McGraw-Hill, 2016.
13. Rosenberg P.: **Audel Questions and Answers for Electrician's Examinations**, 15th Edition, John Wiley & Sons, 2011.
14. Sadiku, M., Sagliocca, J., Soriyan, O.: **Solutions Manual Accompanying "Elements of Electromagnetics"**, 3rd Edition, Oxford University Press, 2001.
15. Sarma, M. S.: **Solutions manual for introduction to electrical engineering**, Oxford University Press, 2000.
16. Schwarz, S. E., Oldham, W. G.: **Electrical Engineering: An Introduction**, 2nd Edition, Oxford University Press, 1993.
17. Svoboda, J. A., Dorf, R. C.: **Introduction to Electric Circuits**, 9th Edition, John Wiley & Sons, 2014.
18. Šehović, E. i drugi: **Osnove elektrotehnike, zbirka primjera**, Školska knjiga, Zagreb, 1989.
19. Thomas, R. E., Rosa, A. J., Toussaint, G. J.: **The Analysis and Design of Linear Circuits**, 7th Edition, John Wiley & Sons, 2012.
20. Tuck, D., Tuck, G.: **Electrician's Instant Answers**, McGraw-Hill, 2003.