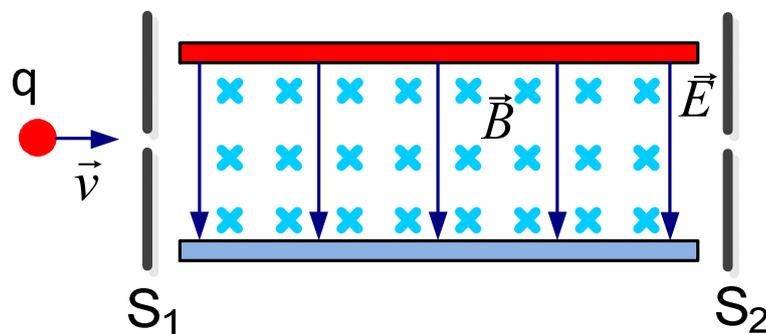


Ljubomir Malešević

OSNOVE ELEKTROTEHNIKE I

Zbirke pitanja i zadataka



STUDIJI ELEKTRONIKE I ELEKTROENERGETIKE

SPLIT, 2018.

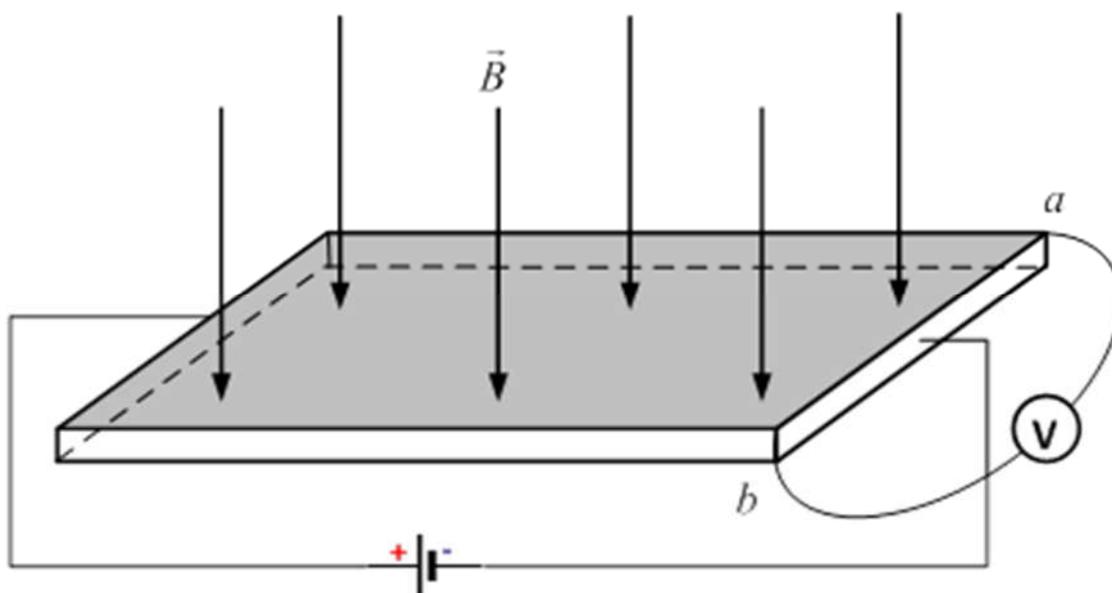
**1. ZBIRKA PITANJA I ZADATAKA S
KOLOKVIJA**

2. ZBIRKA ZADATAKA S PISMENIH ISPITA

**3. ZBIRKA PITANJA I ZADATAKA S USMENIH
ISPITA**

Ljubomir Malešević

1. ZBIRKA PITANJA I ZADATAKA S KOLOKVIJA IZ OSNOVA ELEKTROTEHNIKE I



STUDIJI ELEKTRONIKE I ELEKTROENERGETIKE

Split, 2018.



PREDGOVOR

Zbirka s primjerima kolokvija (međuispita) dio je nastavnih materijala iz kolegija Osnove elektrotehnike I. Izrađena je za studente stručnih studija elektroenergetike i elektronike na Odsjeku za elektrotehniku Sveučilišnoga odjela za stručne studije Sveučilišta u Splitu.

Zbirka sadrži dvadeset osam (28) primjera kolokvija što su se održavali na stručnim studijima elektronike i elektroenergetike. Ukupan je broj pitanja i zadataka 280. Za svaki ispit u drugom dijelu zbirke navedena su odgovarajuća završna rješenja. Na kraju zbirke dan je primjer triju kolokvija s potpunim rješenjima zadataka.

Kolokviji se održavaju nakon što su na predavanjima i vježbama obrađene određene cjeline gradiva. Predviđena su tri kolokvija iz sljedećih područja:

1. Elektrostatika
2. Istosmjernje struje
3. Magnetizam.

Svaki kolokvij sadrži deset pitanja u kojima su kombinirani teorijski i praktični zadatci. Za pozitivnu ocjenu potrebno je ostvariti najmanje 50 % točnih i obrazloženih odgovora. Student koji pozitivno riješi sva tri kolokvija oslobođen je praktičnog (pismenog) i teorijskog (usmenog) ispita te, ovisno o postignutom rezultatu, na prvome ispitnom terminu završnoga ispita upisuje mu se ocjena u indeks. Studentima koji su pozitivno riješili jedan ili dva kolokvija odnosno gradivo priznaje se kao dio položenoga završnoga ispita. Preostali dio gradiva polažu na praktičnom i teorijskom ispitu. Rezultati kolokvija ne vrijede na popravnim ispitima u rujnu.

Sastavni su dio ovih nastavnih materijala skripta koja sadrže gradivo s predavanja iz Osnova elektrotehnike I (OE I) i slajdovi s PowerPoint prezentacijom gradiva koje se studentima iznosi na predavanjima.

Kao dopuna za pripremu kolokvija preporučuje se:

- Lj. Malešević: *Zbirka pitanja i zadataka s usmenih ispita iz OE I*, web-izdanje (Moodle), Sveučilišni odjel za stručne studije Sveučilišta u Splitu, Split, 2018.
- Lj. Malešević: *Zbirka zadataka s pismenih ispita iz OE I*, web-izdanje (Moodle), Sveučilišni odjel za stručne studije Sveučilišta u Splitu, Split, 2018.

AUTOR



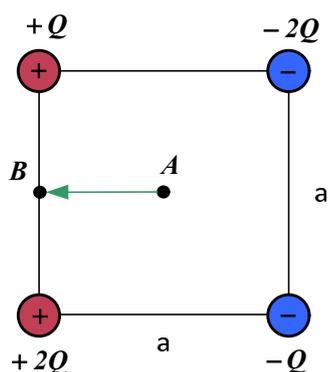
SADRŽAJ

Kolokvij A-1	1
Kolokvij A-2	3
Kolokvij A-3	5
Kolokvij B-1	7
Kolokvij B-2	9
Kolokvij B-3	11
Kolokvij C-1	13
Kolokvij C-2	15
Kolokvij C-3	17
Kolokvij D-1	19
Kolokvij D-2	20
Kolokvij D-3	21
Kolokvij E-1	23
Kolokvij E-2	25
Kolokvij E-3	27
Kolokvij F-1	29
Kolokvij F-2	31
Kolokvij F-3	33
Kolokvij G-1	35
Kolokvij G-2	37
Kolokvij G-3	39
Kolokvij H-1	41
Kolokvij H-2	43
Kolokvij H-3 ₁	45
Kolokvij H-3 ₂	47
Kolokvij I-1	49
Kolokvij I-2	51
Kolokvij I-3	53
Završna rješenja zadataka	55
Primjeri potpunih rješenja pitanja i zadataka	71

Kolokvij A-1

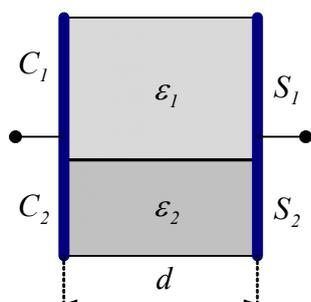
1 Kako glasi integralni oblik Gaussova zakona za elektrostatiku? Što se može zaključiti iz Gaussova zakona i koji je postupak njegove primjene?

2 Temeljem Gaussova zakona odredite električno polje neograničeno duge nabijene ravne plohe.



3 Četiri točkasta naboja smještena su u vrhove kvadrata. Odredite potencijal u točki A . Kako se mijenja potencijal idući od točke A prema točki B (ostaje isti, raste ili pada – obrazložite tvrdnju)?

4 Elektron se nalazi u jednolikom električnom polju $E = 1200 \text{ N/C}$. Odredite iznos i smjer elektrostatičke sile koja djeluje na elektron, ako je električno polje usmjereno prema istoku. Naboj elektrona je $Q_e^- = -1,6 \cdot 10^{-19} \text{ As}$.

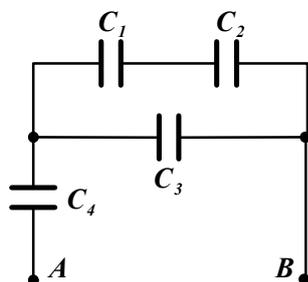


5 Izvedite izraz za nadomjesnu kapacitivnost kondenzatora s kompozitnim dielektrikom prema slici.

6 Proton miruje u jednolikom električnom polju. Uzevši u obzir gravitaciju, izračunajte smjer i jakost električnog polja (masa i naboj protona su: $m_p = 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$, $Q_p^+ = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ As}$).

7 Kako raspodjela naboja ovisi o geometrijskom obliku površine vodiča? Dokažite tvrdnju.

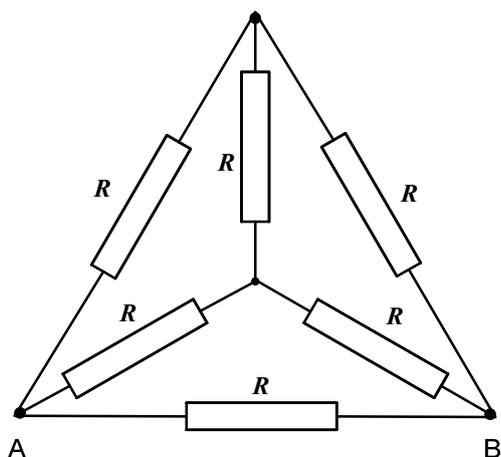
8 Objasnite pojavu električne polarizacije u materijalima s polarnim i nepolarnim molekulama. Što je vektor električnog pomaka i u kakvoj je vezi s električnim poljem?



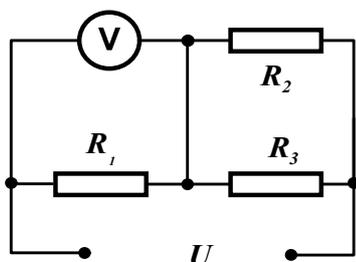
9 Odredite nadomjesnu kapacitivnost C_{AB} ako je $C_1=C_2=C_3=C_4=1\mu F$. Odredite naboj i razliku potencijala na svakom od kondenzatora ako je $U_{AB} = 10 V$.

10 Izvedite izraz za elektrostaticku energiju i volumensku gustoću energije nabijenog pločastog kondenzatora.

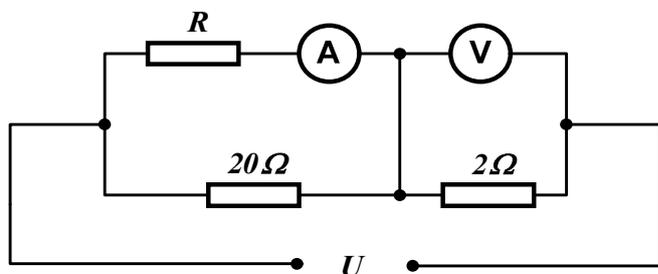
Kolokvij A-2



1 Odredite nadomjesni otpor R_{AB} .



2 Otpor R_2 smješten je u posudu u kojoj vlada promjenljiva temperatura. Na sobnoj temperaturi $\vartheta = 20^\circ\text{C}$ otpor mu je $R_{20} = 180\ \Omega$. Na kojoj će temperaturi voltmetar pokazivati polovicu napona izvora ($U_V = \frac{1}{2}U$)? Zadano je: $R_1 = 100\ \Omega$, $R_3 = 200\ \Omega$, $\alpha = 0,004\ \text{C}^{-1}$.

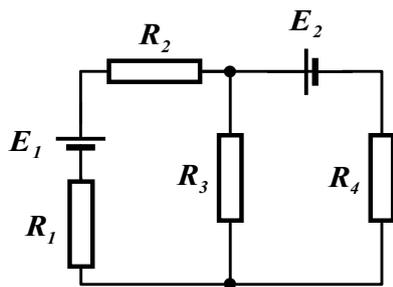


3 Idealni instrumenti pokazuju: $U_V = 6\ \text{V}$, $I_A = 1\ \text{A}$. Koliki je otpor R ?

4 Nadomjesni naponski izvor (modovi rada izvora, strujno-naponska karakteristika izvora i trošila).

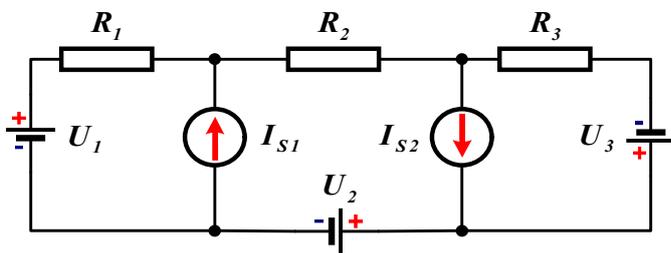
5 Kako se naponski izvor pretvara u ekvivalentni strujni izvor?

6 Prilagodba snage.



7 Metodom superpozicije odredite struju kroz otpornik R_3 .
 $R_1 = R_2 = 6 \Omega$, $R_3 = R_4 = 12 \Omega$, $E_1 = 12 V$; $E_2 = 6 V$.

8 Nortonov teorem.

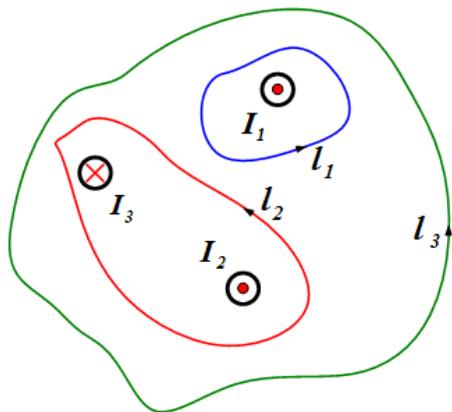


9 Kolika se maksimalna snaga može postići na otporniku R_2 ako su:
 $U_1 = U_2 = U_3 = 12 V$; $R_1 = R_3 = 6 \Omega$;
 $I_{S1} = I_{S2} = 1 A$.

10 Millmanov teorem.

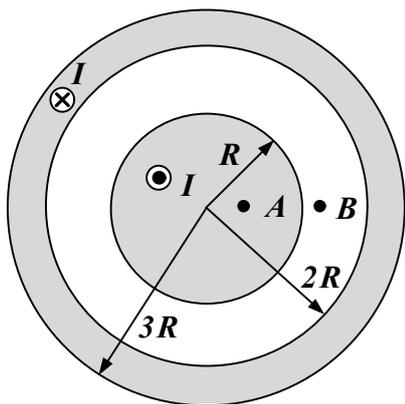
Kolokvij A-3

❶ Izvedite relaciju za jakost magnetskog polja dugog tankog ravnog vodiča uporabom Biot-Savartova zakona. Postupak određivanja jakosti polja predočite i grafičkim prikazom.



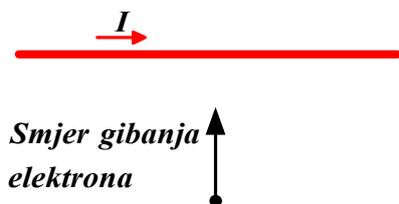
❷ Dugim ravnim vodičima teku struje $I_1=I_2=I_3=I$. Odredite vrijednosti integrala:

$$J_1 = \oint_{l_1} \vec{H} \cdot d\vec{l} \quad J_2 = \oint_{l_2} \vec{H} \cdot d\vec{l} \quad J_3 = \oint_{l_3} \vec{H} \cdot d\vec{l}$$



❸ Unutarnjim vodičem koaksijalnog kabela teče struja I u jednom, a vanjskim vodičem u suprotnom smjeru. Odredite omjer magnetskih indukcija u točkama A i B (B_A/B_B) ako su udaljenosti točaka A i B od osi vodiča: $r_A = 0,3 R$ i $r_B = 1,2 R$.

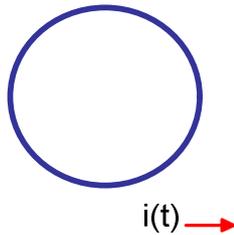
❹ Ravna ploha površine $S=100\text{cm}^2$ smještena je u homogenom magnetskom polju indukcije $B=0,5\text{T}$ tako da vektori \vec{B} i \vec{S} zatvaraju kut $\alpha = 120^\circ$. Odredite magnetski tok ϕ kroz plohu.



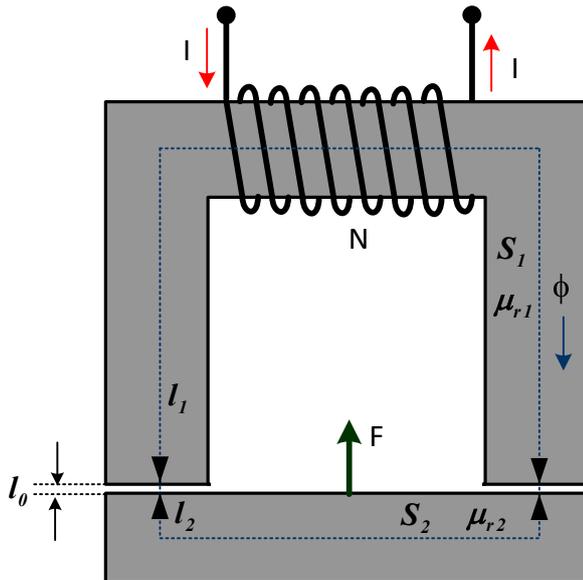
❺ Snop elektrona giba se prema vodoravno postavljenom dugom ravnog vodiču. U kojem će se smjeru otklanjati snop (lijevo, desno, u ravninu slike, iz ravnine slike)? Obrazložite iznesenu tvrdnju.

❻ Sila između paralelnih vodiča protjecanih strujama istog, odnosno suprotnog smjera (izvod, grafički prikaz; definicija jedinice $I A$).

7 EMS induciran u vodiču koji se translacijski giba u magnetskom polju – napon pomicanja.



8 Dugim ravnim vodičem teče struja $i(t)$ u naznačenom smjeru. Iznos struje raste tijekom vremena. Hoće li kroz vodljivu kružnu petlju poteći struja i , ako hoće, u kojem smjeru? Obrazložite tvrdnju.



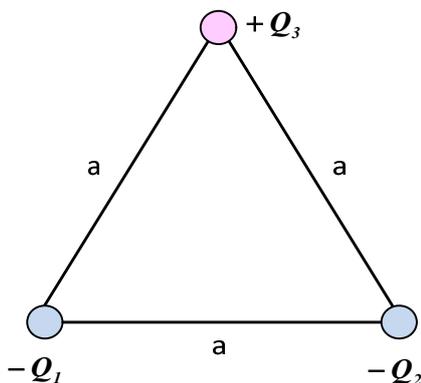
9 Kolika je uzbudna struja I potrebna da bi elektromagnet s $N=450$ zavoja podigao kotvu tešku 10 kg . Na dosjednim mjestima je $l_0=0,05 \text{ cm}$. Zadano je:

Magnet ($\mu_{r1}=800, l_1=40 \text{ cm}, S_1=10 \text{ cm}^2$)

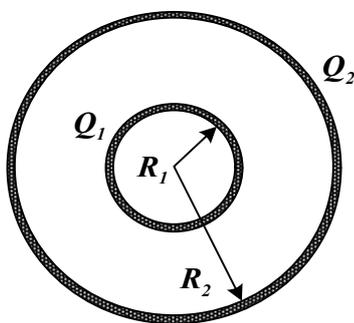
Tračnica ($\mu_{r2}=600, l_2=10 \text{ cm}, S_2=15 \text{ cm}^2$).

10 Svitak napajan stalnom strujom I sadržava magnetsku energiju W . Namotan je na prstenastu neferomagnetsku jezgru i ima N jednoliko motanih zavoja zanemariva omskog otpora. Kako će se promijeniti magnetska energija svitka W' ako mu se udvostruči broj zavoja, a svi ostali parametri ostanu nepromijenjeni?

Kolokvij B-1



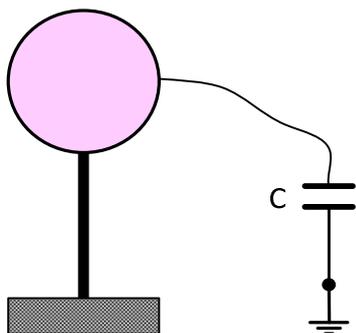
1 Tri točkasta naboja, $Q_1=Q_2=-10^{-10}$ As, $Q_3=+10^{-10}$ As, nalaze se u zraku i smještene su u vrhove istostraničnog trokuta stranice $a=1$ cm. Odredite vektor Coulombove sile (iznos, pravac i smjer) koja djeluje na naboj Q_3 .



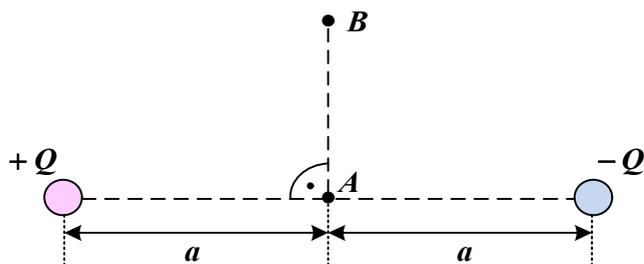
2 Tanka metalna sferna ljuska polumjera R_1 nabijena je nabojem Q_1 . Na koncentričnoj sfernoj ljuski polumjera R_2 raspodijeljen je naboj Q_2 . Temeljem Gaussova teorema izvedite izraz za električno polje u točkama:

- a) $0 < r < R_1$
- b) $R_1 < r < R_2$
- c) $R_2 < r < \infty$.

3 Temeljem Gaussova zakona izvedite električno polje između dviju ravnina nabijenih plošnom gustoćom $\pm\sigma$. Nacrtajte odgovarajući grafički prikaz rezultirajućeg polja.



4 Osamljena metalna kugla polumjera $R=5$ cm nabijena je nabojem Q i stoji na stalku izolatora. Kada se kugla tankom vodljivom žicom spoji na neuzemljenu elektrodu pločastog kondenzatora, dolazi do preraspodjele naboja. Koliki postotak početnog naboja ostane na kugli? Površina ploča kondenzatora je $S=2\pi\cdot 10^{-4}$ m², a razmak između ploča $d=1$ mm. Utjecaj parazitnih kapacitivnosti je zanemariv.



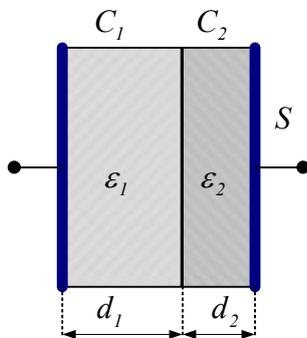
5 U elektrostatičkom polju dvaju točkastih naboja $+Q$ i $-Q$ odabrane su dvije točke, A i B, prema slici. Napon U_{AB} je:

- a) pozitivan $U_{AB} > 0$
- b) negativan $U_{AB} < 0$
- c) jednak nuli $U_{AB} = 0$.

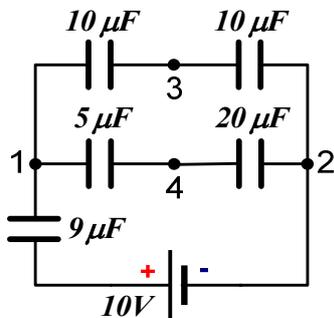
Koje je od ponuđenih rješenja točno i zašto?

⑥ Neutralni vodič u stranom električnom polju – električna influencija (opis pojave s grafičkim prikazom, pozitivne i negativne posljedice električne influencije).

⑦ Određivanje kapacitivnosti osamljene kugle.



⑧ Izvedite izraz za nadomjesnu kapacitivnost kondenzatora s kompozitnim dielektrikom prema slici.

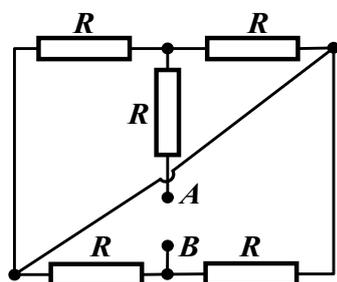


⑨ Za krug prema slici odredite:

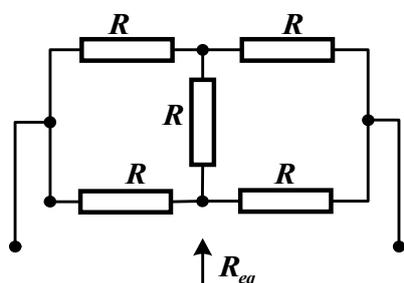
- nadomjesnu kapacitivnost C_{eq}
- napon U_{12}
- napon U_{34} .

⑩ Pločasti kondenzator ($S=40 \text{ cm}^2$, $d=0,5 \text{ cm}$, $\epsilon_r=5$) nabijen je na napon $U=1 \text{ kV}$. Kolika je energija sadržana u dielektriku kondenzatora?

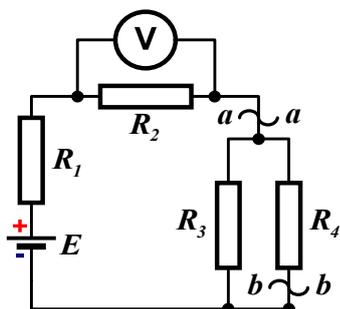
Kolokvij B-2



❶ Odredite nadomjesni otpor R_{AB} .



❷ Odredite nadomjesni otpor R_{eq} .



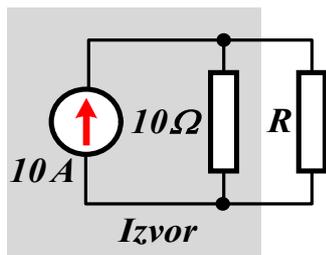
❸ Kazaljka voltmetra pokazuje neki otklon. Što će se dogoditi s tim otklonom (raste, pada ostaje nepromijenjen) ako:

- a) dođe do prekida vodiča na položaju $a-a$
- b) dođe do prekida vodiča na položaju $b-b$
- c) dođe do kratkog spoja otpora R_3 ?

Objasnite tvrdnje.

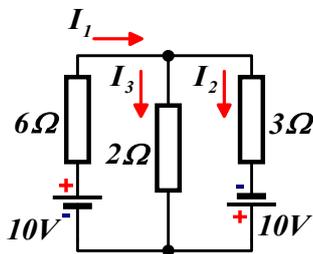
❹ Prikaz modova rada temeljnoga strujnog kruga preko normiranih dijagrama I/I_{KS} , U/U_{PH} .

❺ Paralelni spoj naponskih izvora.

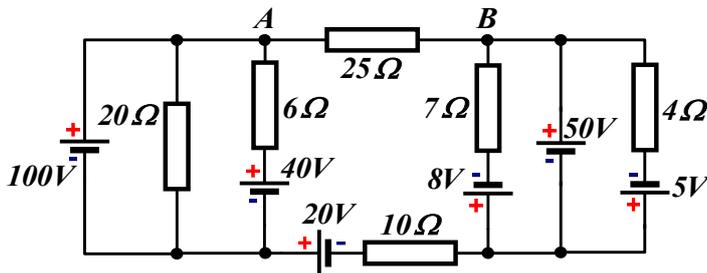


❻ Odredite otpor R uz uvjet da na njemu bude maksimalna snaga. Kolika je ta snaga?

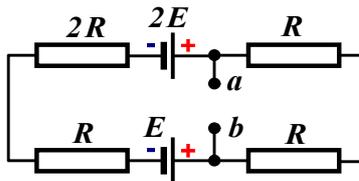
7 Struja $I=4\text{ A}$ teče 6 minuta kroz grijalicu otpora $R=418\ \Omega$. Grijalica je uronjena u posudu koja sadrži 9,6 litara vode početne temperature $\theta_1=10\ ^\circ\text{C}$. Za koliko se povisi temperatura vode ($\Delta\theta=?$) ako se cijela energija utroši na njeno zagrijavanje? (Specifični toplinski kapacitet vode: $c=4187\text{ J/kg}^\circ\text{K}$.)



8 Odredite struje I_1, I_2, I_3 uporabom metode konturnih struja.



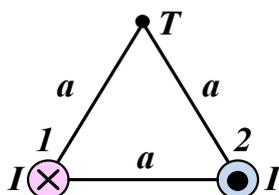
9 Theveninovom metodom odredite struju u grani AB zadane mreže.



10 Odredite elemente Nortonova nadomjesnog izvora (R_N, I_N) između točaka a i b .

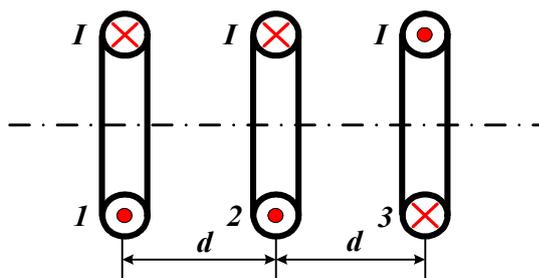
Kolokvij B-3

❶ Temeljem Amperova zakona izvedite relaciju za jakost magnetskog polja u svim točkama dugog šupljeg vodiča. Postupak određivanja jakosti polja predočite i grafičkim prikazom te nacrtajte funkciju $H=f(r)$.

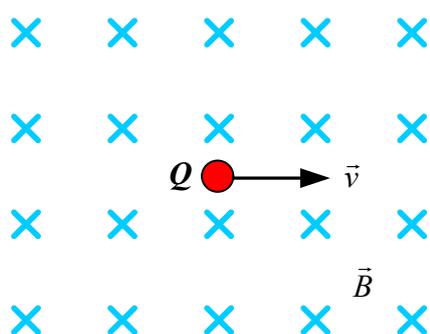


❷ Vodiči zračnog voda (1,2) protjecani su strujom I suprotnog smjera i razmaknuti za a . Nacrtajte vektor jakosti magnetskog polja prvog i drugog vodiča te vektor ukupne jakosti polja ako je točka T udaljena od obaju vodiča za a .

❸ Biot-Savartov zakon (primjena na određivanje jakosti magnetskog polja vrlo dugog ravnog vodiča).

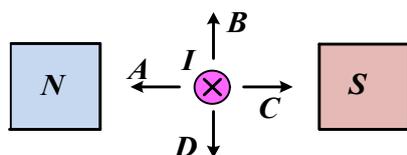


❹ Tri jednaka kružna zavoja protjecana su strujama jednaka iznosa. Središta su im na istoj osi, a smjerovi su naznačeni na slici. U kojem je zavoju magnetska indukcija najveća, a u kojem najmanja i zašto?

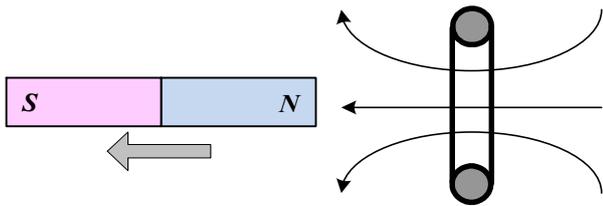


❺ U prostor ispunjen homogenim magnetskim poljem indukcije $B=0,5\text{ T}$ ubačena je brzinom $v=10^5\text{ m/s}$ čestica naboja $Q=10^{-10}\text{ As}$. Odredite:

- smjer i iznos magnetske sile na česticu
- kakav će biti oblik geometrijske putanje čestice?
- u kojem bi se smjeru trebala gibati čestica uz uvjet da na nju ne djeluje magnetska sila?
- kolika je sila ako vektori brzine v i indukcije B tvore kut $\alpha=30^\circ$?



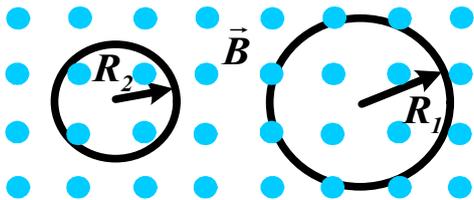
❻ Između polova permanentnog magneta nalazi se ravni vodič protjecan strujom I smjera prema slici. Magnetska sila djeluje na vodič u jednom od prikazanih smjerova (A, B, C, D). Koji je stvarni smjer djelovanja sile (obrazložite iznesenu tvrdnju)?



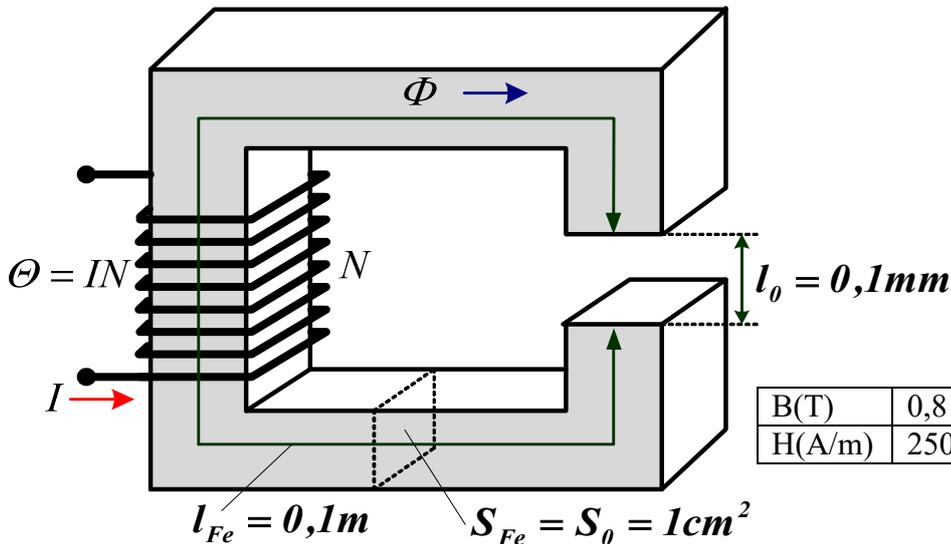
7 Permanentni magnet udaljava se od kružnog metalnog zavoja. Smjer silnica inducirano magnetskog polja u zavoju:

- a) odgovara nacrtanom
- b) suprotan je od nacrtanoga
- c) inducirano polje jednako je nuli.

Objasnite odabranu tvrdnju.



8 Dva zavoja žice jednakog presjeka i od jednakog materijala imaju omjer polumjera $R_1/R_2=2$. Zavoji su postavljeni u promjenljivo magnetsko polje prema slici. Odredite omjer induciranih struja u zavojima i_1/i_2 .

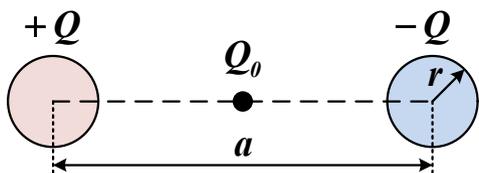


9 Zračni raspored sadrži magnetsku energiju $W_0=3,98 \cdot 10^3 J$. Kolika je struja I kroz svitak od $N=50$ zavoja. Krivulja magnetiziranja prikazana je tablicom.

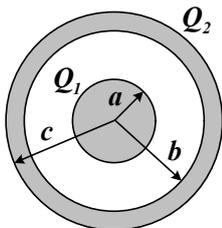
B(T)	0,8	1,0	1,2	1,4	1,5
H(A/m)	250	500	1000	2000	3000

10 Energija magnetskog polja.

Kolokvij C-1



❶ Dvije kugle polumjera r nabijene su s $+Q$, odnosno $-Q$, i nalaze se u zraku. Udaljenost između kugla je a ($a \gg r$). Odredite iznos i smjer Coulombove sile koja djeluje na naboj Q_0 smješten na sredini spojnice nabijenih kugla.



❷ Metalna kugla polumjera $a=2\text{ cm}$ nalazi se u zraku i nabijena je nabojem $Q_1=0,3\text{ nC}$. Oko nje postavljena je koncentrična sferna metalna ljuska unutarnjeg polumjera $b=4\text{ cm}$ i vanjskog polumjera $c=5\text{ cm}$. Na ljuski je raspodijeljen naboj $Q_2=0,6\text{ nC}$. Odredite jakost električnog polja na udaljenostima: $x_1=3\text{ cm}$, $x_2=4,5\text{ cm}$ i $x_3=6\text{ cm}$. Koliki je potencijal $\varphi(x_1)$?

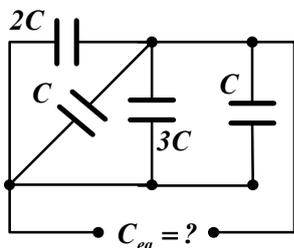
❸ Temeljem Gaussova zakona izvedite relacije za električno polje u svim točkama vrlo dugog nabijenog vodljivog cilindra. Nacrtajte odgovarajući grafički prikaz $E=f(r)$.

❹ Konzervativnost elektrostatickog polja; ekvipotencijalne linije i plohe (definicija, pripadne relacije, grafički primjer).

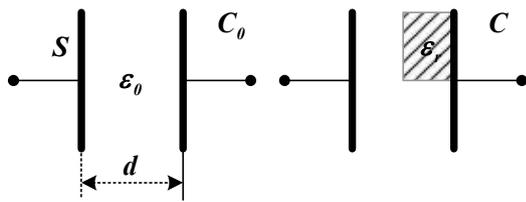
❺ Objasnite uvjete elektrostaticke ravnoteže za nabijeni vodič u elektrostatickom polju.

❻ Električna polarizacija; vektor električnog pomaka \vec{D} .

❼ Između ploča kondenzatora C_1 izmjeren je napon $U_1=100\text{ V}$. Ako se tom kondenzatoru paralelno spoji kondenzator $C_2=1,5\text{ }\mu\text{F}$, napon na paralelnom spoju opadne na $U_2=40\text{ V}$. Kolika je kapacitivnost kondenzatora C_1 ?



❸ Odredite nadomjesnu kapacitivnost za krug prema slici.



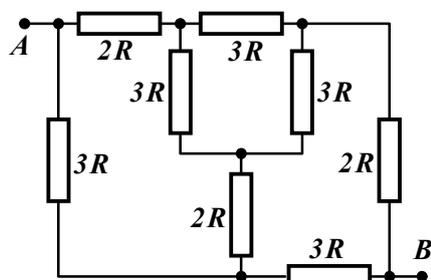
9 Zračni pločasti kondenzator ($S=1 \text{ cm}^2$, $d=2 \text{ mm}$) nabijen je s $Q=10^{-5} \text{ As}$. Ako se u četvrtinu prostora između ploča kondenzatora umetne dielektrik s $\epsilon_r=2$, odredite:

- d) nadomjesnu kapacitivnost C
- e) napon U između ploča kondenzatora
- f) električno polje E između ploča kondenzatora.

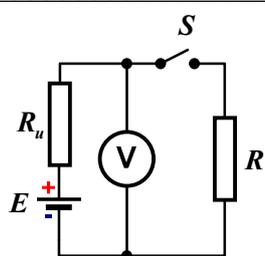
10 Pločasti kondenzator ($S=30 \text{ cm}^2$, $d=1 \text{ cm}$) nabijen je na napon $U=2 \text{ kV}$. Ako je energija sadržana u dielektriku kondenzatora $W=26,55 \text{ } \mu\text{J}$, kolika je relativna dielektrična konstanta ϵ_r ?

Kolokvij C-2

- ❶ Prvi i drugi Kirchhoffov zakon i primjena kod naponskog i strujnog djelila.



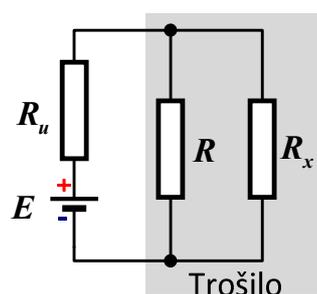
- ❷ Odredite nadomjesni otpor R_{AB} .



- ❸ Na stezaljke izvora $E=30\text{ V}$, unutarnjeg otpora $R_u=1,5\ \Omega$ priključeni su voltmetar i trošilo $R=8,5\ \Omega$. Koliki napon pokazuje voltmetar kada je sklopka otvorena, a koliki kada je zatvorena?

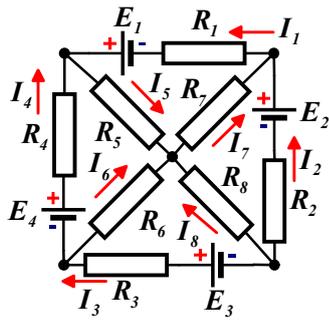
- ❹ Na grafu $U=f(I)$ nacrtajte karakteristiku nadomjesnog naponskog izvora i karakteristike trošila te pripadne jednačbe izvora i trošila.

- ❺ Serijski spoj naponskih izvora.

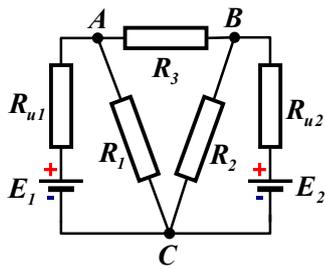


- ❻ Naponski izvor $E=120\text{ V}$ unutarnjeg otpora $R_u=6\ \Omega$ spojen je na trošilo koje se sastoji od dvaju paralelno spojenih otpornika, $R=10\ \Omega$ i R_x . Odredite vrijednost promjenljivog otpornika R_x uz uvjet da snaga na trošilu bude maksimalna. Koliki je otpor trošila, te struja i snaga koju trošilo uzima iz mreže? Koliki je stupanj korisnosti cijelog sklopa?

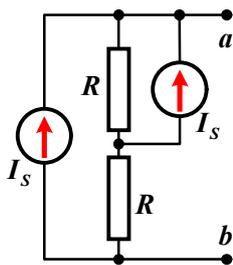
- ❼ Odnosi snaga u temeljnom strujnom krugu i koeficijent korisnosti.



8 U mreži prema slici ucrtani su pretpostavljeni smjerovi struja u svim granama. Za određivanje vrijednosti tih struja metodom konturnih struja potrebno je odabrati konture i postaviti odgovarajuće jednačbe. Kako glase te jednačbe za zadanu mrežu?



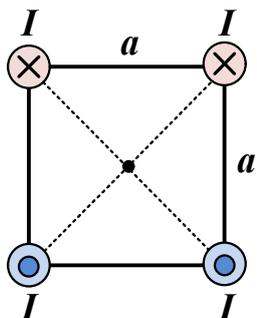
9 Theveninovom metodom odredite struju u grani AB zadane mreže (struja kroz otpor R_3) ako je poznato: $E_1=12\text{ V}$, $E_2=24\text{ V}$, $R_1=R_2=10\ \Omega$, $R_{u1}=R_{u2}=5\ \Omega$, $R_3=3,33\ \Omega$.



10 Odredite elemente Nortonova nadomjesnog izvora (R_N , I_N) između točkica a i b .

Kolokvij C-3

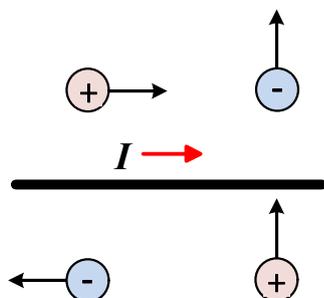
❶ Temeljem Amperova zakona izvedite relaciju za jakost magnetskog polja H u svim točkama dugog ravnog vodiča protjecanog strujom I . Polumjer vodiča je R . Promjenu jakosti polja predočite i grafičkim prikazom $H=f(r)$.



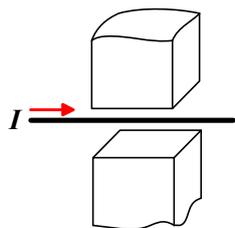
❷ Četiri duga ravna vodiča protjecana strujama I smještene su u vrhovima kvadrata stranice a . Smjerovi protjecanja struja zadani su prema slici. Odredite iznos i smjer vektora ukupne jakosti polja H u središtu kvadrata.

❸ Primjenom Biot-Savartova zakona odredite jakost magnetskog polja H u središtu kružnog zavoja polumjera R protjecanog strujom I .

❹ Veliki tanki torusni svitak s feromagnetskom jezgrom ima 800 zavoja žice po metru duljine. Ako žicom teče struja $I=10\text{ A}$, a relativna permeabilnost jezgre je 3000 , odredite magnetsku indukciju B unutar svitka.



❺ Nabijene čestice kreću se u blizini vodiča protjecanog strujom. Strjelice pokazuju smjer kretanja čestica, a oznake "+" i "-" označuju predznak naboja. Odredite smjer djelovanja magnetske sile (vektor sile) koja zbog magnetskog polja vodiča djeluje na svaku od čestica.

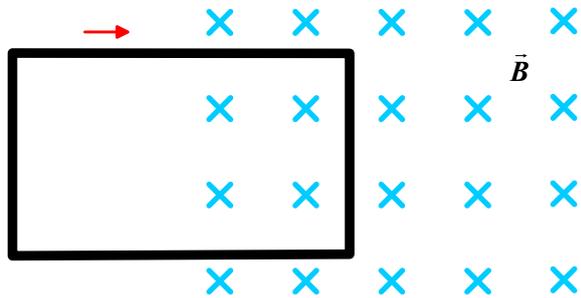


❻ Između polova permanentnog magneta nalazi se ravni vodič protjecan strujom I smjera prema slici. Magnetsko polje je okomito na vodič. Na vodič djeluje magnetska sila $F_m=5\text{ N}$ tako da ga želi pomaknuti iz ravnine slike (prema promatraču).

a. Odredite sjeverni i južni pol permanentnog magneta uz odgovarajuće obrazloženje.

b. Ako se u magnetskom polju indukcije $B=0,2\text{ T}$ nalazi 10 cm vodiča, kolika struja protječe vodičem?

c. Ako se vodič zakrene u ravni koja je paralelna s površinom polova za 20° , kolika će biti sila na vodič?



7 Pravokutnu vodljivu petlju guramo u magnetsko polje okomito na smjer silnica magnetskog polja. Struja inducirana u petlji teče:
a. u smjeru kazaljke na satu
b. suprotno smjeru kazaljke na satu.
Objasnite tvrdnju.

8 EMS induciran u vodiču koji rotira u magnetskom polju – napon rotacije (grafički prikaz i izvod).

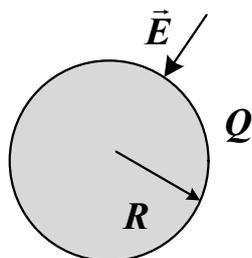
9 Samoindukcija i koeficijent samoindukcije.

10 Kolika je gustoća magnetske energije $w=W/V$ (J/m^3) u središtu kružnog zavoja protjecanog strujom $I=20 A$ ako je polumjer zavoja $R=24 cm$?

Kolokvij D-1

❶ U molekuli kuhinjske soli $NaCl$ ioni natrija i klora udaljeni su $r=2,8 \cdot 10^{-10} \text{ m}$. Naboji iona su suprotnog predznaka i po iznosu su jednaki naboju elektrona $Q_e=1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$. Kolika je privlačna Coulombova sila između iona?

❷ Temeljem Gaussova zakona izvedite relacije za električno polje u svim točkama nabijene vodljive kugle. Nacrtajte odgovarajući grafički prikaz $E=f(r)$.



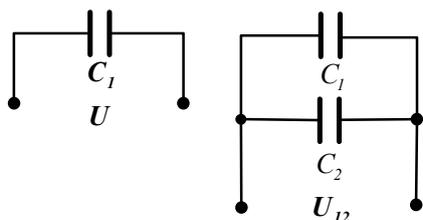
❸ Električno polje na površini Zemlje usmjereno je okomito prema površini i iznosi $E=150 \text{ V/m}$. Temeljem Gaussova zakona odredite predznak i iznos ukupnog naboja na Zemlji. Približni polumjer Zemljine kugle je $R=6370 \text{ km}$.

❹ Kako se određuje potencijal skupine točkastih naboja?

❺ Elektron se nalazi između dviju paralelnih nabijenih ravnina udaljenih $d=20 \text{ mm}$. Električno polje između ploča ubrzava elektron akceleracijom $a=5 \cdot 10^{14} \text{ m/s}^2$. Odredite silu koja djeluje na elektron, jakost polja E i razliku potencijala između ploča. Masa elektrona je $m_e=9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$, a naboj $Q_e=1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$.

❻ Kako se definira vektor električnog pomaka \vec{D} ? Sveza vektora pomaka i vektora polarizacije \vec{P} .

❼ Izvedite relacije za serijski i paralelni spoj kondenzatora.



❽ Kondenzator $C_1=12 \mu\text{F}$ nabije se iz izvora $U=200 \text{ V}$. Izvor se isključi i paralelno kondenzatoru C_1 spoji se nenabijeni kondenzator $C_2=8 \mu\text{F}$. Odredite napon U_{12} te naboje Q_1 i Q_2 na kondenzatorima.

❾ Zakon loma na granici između dvaju dielektrika. Koje tvrdnje vrijede za tangencijalne, odnosno normalne komponente vektora električnog pomaka i vektora električnog polja?

❿ Zračni pločasti kondenzator $C=2 \cdot 10^{-9} \text{ F}$, površine ploča $S=0,5 \text{ m}^2$, priključen je na napon $U=3 \text{ kV}$. Odredite rad koji treba uložiti neka vanjska sila da bi se udvostručio razmak između ploča ($d'=2d$). Kolika je udaljenost d' i kapacitivnost C' nakon razmicanja ploča?

Kolokvij D-2

❶ Namatanjem tanke žice od konstanata ($\rho=49 \cdot 10^{-8} \Omega m$) na tijelu oblika cilindra polumjera $r_c=0,5$ cm potrebno je dobiti otpornik od 100Ω . Ako je polumjer žice $r_z=0,1$ mm, odredite koliko namotaja N treba namotati kako bi se dobio željeni otpor otpornika.

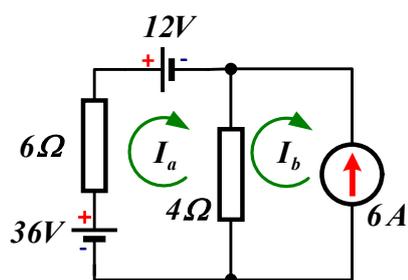
❷ Izvedite relaciju za nadomjesni otpor mreže sastavljene od n paralelno spojenih otpornika.

❸ Nacrtajte i obrazložite (KS, OK, prilagodbu) karakteristike nadomjesnog naponskog izvora i karakteristike trošila.

❹ Idealni i realni naponski i strujni izvori. Pretvorbe: naponski \leftrightarrow strujni izvor.

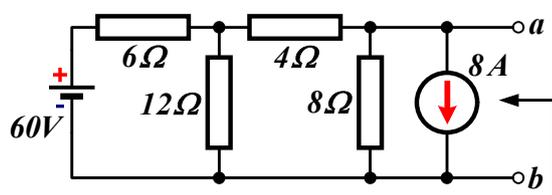
❺ Baterija automobila (akumulator) od 12 V sadrži 28 MJ kemijske energije, koja se može pretvoriti u električnu energiju. Uz pretpostavku zanemarivih gubitaka odredite koliko bi vremena akumulator mogao neprekidno opskrbljivati starter automobila strujom od 200 A. Napomena: 1 kWh = $3,6 \cdot 10^6$ J.

❻ Kolika je maksimalna snaga koju trošilu može isporučiti baterija od 12 V ako joj je unutarnji otpor $R_u=0,1 \Omega$?



❷ Odredite struje kontura I_a i I_b .

❸ Napon otvorenog kruga automobilske baterije je $U_{OK}=12,6$ V. Kada starter motora povuče struju od 200 A, napon na stezaljkama baterije opadne na $10,8$ V. Odredite parametre Theveninova ekvivalenta baterije (E_T, R_T).

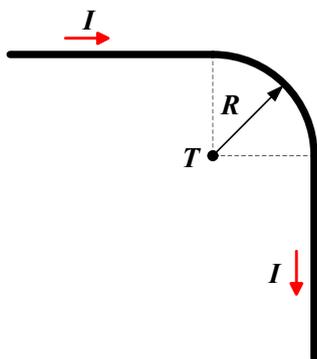


❹ Odredite i nacrtajte shemu Nortonova nadomjesnog izvora (I_N, R_N) gledano sa stezaljka $a-b$.

❺ Izvedite relaciju za napon između čvorova mreže sastavljene od n paralelnih grana s realnim izvorima EMS-a (E_i, R_i) i otporom trošila R_t (Millmannov teorem).

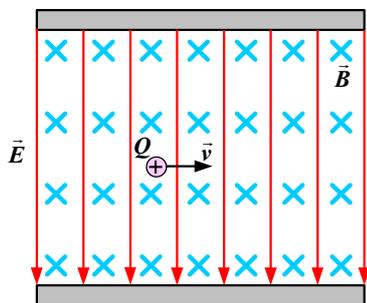
Kolokvij D-3

❶ Temeljem Amperova zakona izvedite relaciju za jakost magnetskog polja H u svim točkama dugog ravnog vodiča protjecanog strujom I . Polumjer vodiča je R . Promjenu jakosti polja predočite i grafičkim prikazom $H=f(r)$.

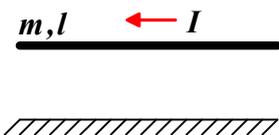


❷ Vrlo dugi tanki vodič savijen je pod pravim kutom tako da čini kružni luk polumjera R . Primjenom Biot-Savartova zakona odredite magnetsku indukciju B u točki T (središte luka) ako kroz vodič teče struja I .

❸ Izvedite relaciju za magnetski tok Φ kroz pravokutnu petlju koja leži u ravnini vodiča protjecanog strujom I na udaljenosti c . Dimenzije petlje su $a \cdot b$.

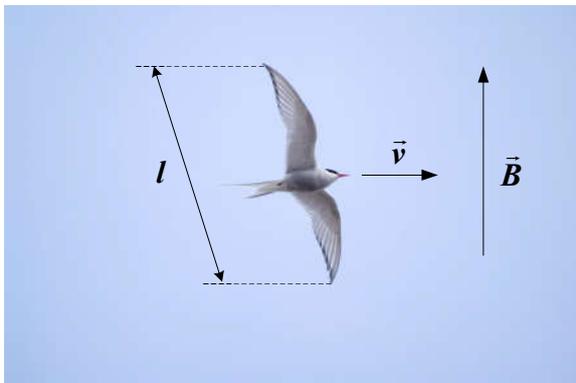


❹ Selektor brzina u masenom spektrografu sastoji se od pravokutnih ploča između kojih djeluje kombinacija električnog polja E i magnetskog polja B prema slici. Snop čestica mase m , ukupnog naboja Q kreće se brzinom v paralelno pločama. Odredite izraz za brzinu v pri kojoj selektor brzina neće otklanjati snop čestica.



❺ Vodič mase $m=0,05 \text{ kg}$, duljine $l=1 \text{ m}$, smješten je u horizontalnom položaju iznad Zemljine površine. Vodičem teče struja $I=2 \text{ A}$ u naznačenom smjeru. Odredite iznos i na slici naznačite smjer minimalne vrijednosti magnetskog polja B koja je potrebna da se poništi sila gravitacije. Gravitacijska konstanta je $g=9,81 \text{ ms}^{-2}$.

⑥ Ravni cilindrični svitak s $N=100$ zavoja, presjeka $S=3\text{ cm}^2$, ima ukupni otpor $R=12\ \Omega$. Ako se magnetsko polje u svitku linearno reducira s $B_1=0,4\text{ T}$ na $B_2=0\text{ T}$ u intervalu od $\Delta t=10\text{ ms}$, odredite kolika struja I teče svitkom.



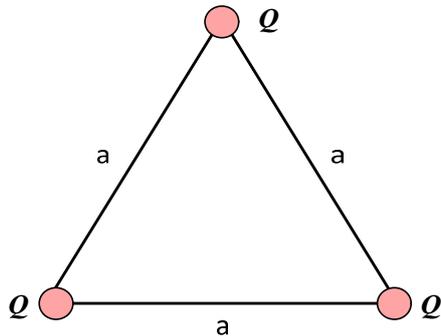
⑦ Smatra se da se ptice selice koriste EMS-om induciranim između krila kako bi se mogle orijentirati za sezonskih migracija. EMS se inducira zbog djelovanja Zemljina magnetskog polja čija je vertikalna komponenta $B=2\cdot 10^{-5}\text{ T}$. Ako ptica raspona krila $l=1\text{ m}$ leti brzinom $v=36\text{ km/h}$ paralelno s površinom Zemlje, koliki će biti inducirani EMS e između njenih krila?

⑧ Izvedite relacije za koeficijent međuinukcije između dvaju ulančenih svitaka.

⑨ Prikažite na primjeru kako se vrši izračun magnetskoga kruga.

⑩ Određivanje sile na feromagnetsku kotvu u magnetskom polju.

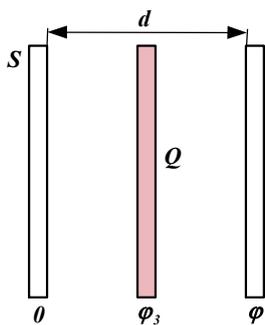
Kolokvij E-1



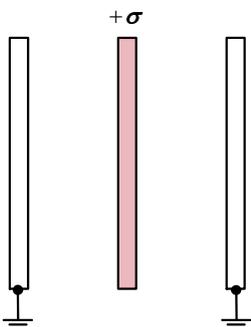
1 Tri jednaka točkasta naboja $Q=1 \mu\text{As}$ nalaze se u zraku i smještene su u vrhove istostraničnog trokuta stranice $a=1 \text{ m}$. Koliki je iznos sile na svaki naboj? Nacrtajte vektor Coulombove sile (pravac i smjer) koja djeluje na naboj u jednom od vrhova.

2 Silnice električnog polja (svojstva, primjeri silnica pozitivnog i negativnog naboja te sustava naboja istog/različitog predznaka).

3 Temeljem Gaussova zakona izvedite relacije za električno polje u svim točkama nabijene vodljive kugle. Nacrtajte odgovarajući grafički prikaz $E=f(r)$.

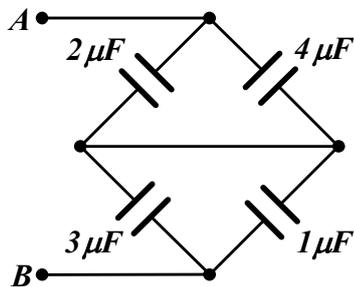


4 Dvije velike paralelne ploče nalaze se na potencijalima $\varphi_1=0$ i $\varphi_2=\varphi$. Površina ploča je S , a međusobna udaljenost d . Treća jednaka ploča smještena je na polovici udaljenosti između prvih dviju i nabijena je nabojem Q . Odredite na kojem je potencijalu treća ploča ($\varphi_3=?$).



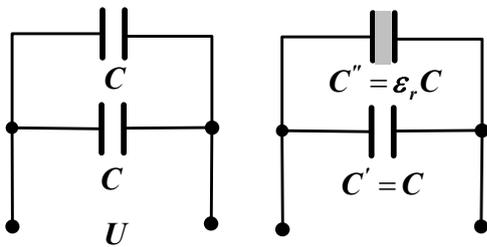
5 Na polovici udaljenosti između dviju uzemljenih vodljivih ploča nalazi se ploča nabijena nabojem površinske gustoće σ . Odredite iznos i predznak površinske gustoće influenciranog naboja na svakoj od uzemljenih ploča. Obrazložite rješenje.

⑥ Električna polarizacija (polarne i nepolarne molekule). Kako se definira vektor električnog pomaka \vec{D} ?



⑦ Odredite nadomjesnu kapacitivnost C_{AB} .

⑧ Kapacitivnost osamljene kugle.



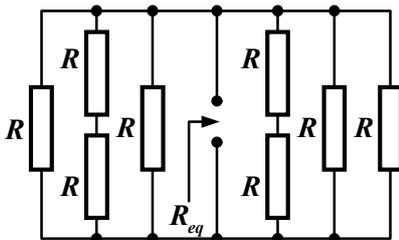
⑨ Dva jednaka kondenzatora kapacitivnosti C spojena su paralelno i priključena na napon U . Nakon što se izvor odspoji, u jedan se kondenzator ubaci materijal relativne permitivnosti ϵ_r . Kolika će tada biti razlika potencijala između ploča kondenzatora?

⑩ Kondenzator bljeskalice fotografskog aparata ima kapacitet $C=120 \mu F$. U kondenzatoru je pohranjena energija $W=60 J$. Koliki naboj prođe kroz bljeskalicu ako se kroz nju kondenzator potpuno isprazni?

Kolokvij E-2

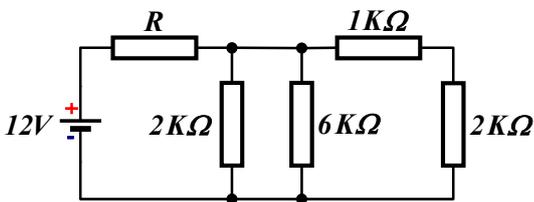
❶ Električni otpornici – vrste, svojstva, simboli, namjena.

❷ I. i II. Kirchhoffov zakon te primjena na primjeru strujnog/naponskog djelila.



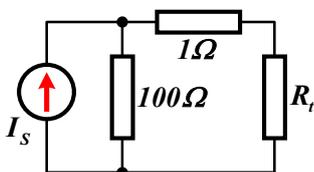
❸ Odredite vrijednost otpora R ako je zadano: $R_{eq}=100 \Omega$.

❹ Projektirajte temeljni strujni krug (unutarnji otpor izvora R_u i otpor trošila R_t) tako da za napon izvora $E=12 V$ napon na trošilu bude $U_t=8,5 V$. Uvjet je da krug iz izvora ne smije uzimati više od $P_{uk}=1 mW$ snage.

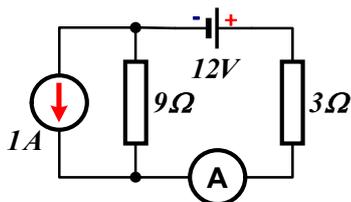


❺ Vaš kolega koji je položio predmet Osnove elektrotehnike I tvrdi da struja I u krugu prema slici ne može biti veća od $12 mA$, bez obzira na vrijednost otpora R . Dokažite da je tvrdnja vašega iskusnijeg kolege ispravna.

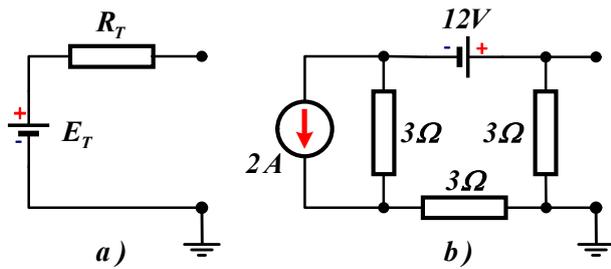
❻ Mješoviti spoj naponskih izvora.



❼ Krug na slici model je fotonaponske ćelije. Struja I_s je proporcionalna solarnoj insolaciji (kW/m^2). Za koju će vrijednost otpora trošila R_t na njemu biti maksimalna snaga? Kolika je ta snaga ako ćelija daje struju $I_s=1 A$?



❽ Uporabom principa superpozicije odredite struju koju pokazuje ampermetar.



9 Na slici a) dan je Theveninov ekvivalent kruga prikazanoga na slici b). Odredite parametre Theveninova ekvivalenta E_T , R_T .

10 Izvedite relaciju za napon između čvorova mreže sastavljene od n paralelnih grana s realnim izvorima EMS-a (E_i , R_i) i otporom trošila R_t (Millmannov teorem). Napišite izraze za struje u pojedinim granama.

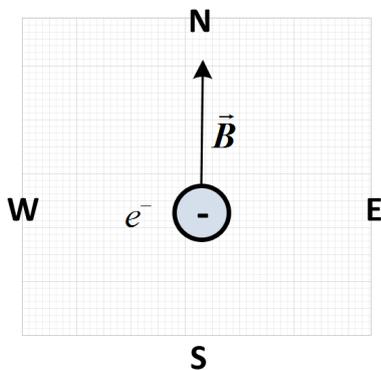
Kolokvij E-3

❶ Primjenom Biot-Savartova zakona izvedite relaciju za jakost magnetskog polja H segmenta tankog ravnog vodiča.

❷ Vrlo dugom bakrenom žicom polumjera $R=2\text{ mm}$ teče struja $I=50\text{ A}$. Odredite:

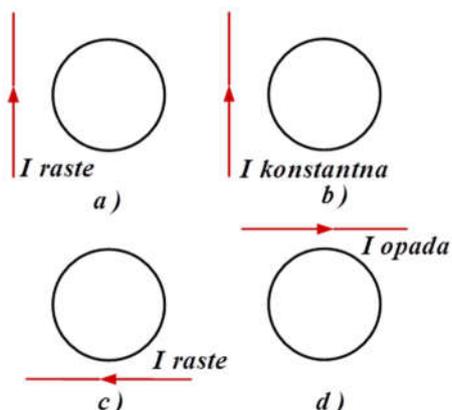
- a) magnetsku indukciju B_a na površini žice
- b) magnetsku indukciju B_b unutar žice 1 mm ispod njene površine
- c) magnetsku indukciju B_c na udaljenosti od 2 mm izvan površine žice.

❸ Izvedite relaciju za magnetski tok Φ kroz toroidni svitak s N zavoja protjecanih strujom I .



❹ Na ekvatoru je Zemljino magnetsko polje približno paralelno s površinom, usmjereno prema sjeveru i ima iznos $B=5\cdot 10^{-5}\text{ T}$. Kolika mora biti brzina i smjer brzine v elektrona da bi njegova težina bila u ravnoteži s magnetskom silom? Zadane su masa i naboj elektrona: $m_e=9,11\cdot 10^{-31}\text{ kg}$, $q_e=-1,6\cdot 10^{-19}\text{ As}$.

❺ Izvedite relaciju za silu koja djeluje između dvaju vodiča protjecanih strujama istog, odnosno suprotnog smjera.



❻ Nacrtajte smjer inducirane struje u kružnoj petlji za svaki od četiriju primjera prikazanih na slici. Obrazložite odabrani smjer (u smjeru kazaljke na satu, obrnuto od kazaljke sata ili struja ne teče).

7 Koliko zavoja treba približno imati zračni okrugli svitak duljine $l=20\text{ cm}$, promjera $d=2\text{ cm}$, induktivnosti $L=25\text{ mH}$? S koliko bi se zavoja postigla jednaka vrijednost induktivnosti ako se u svitak ubaci feromagnetska jezgra s $\mu_r=1000$?

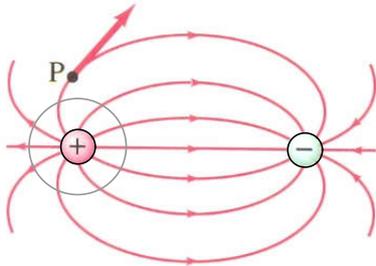
8 Svitak induktivnosti $L=0,02\text{ H}$ ima ukupni otpor žice $R=3\ \Omega$. Struja kroz svitak jednoliko raste brzinom od 80 A/s . Koliki je napon između krajeva svitka u trenutku kada struja u svitku postigne vrijednost $i=20\text{ A}$?

9 Prikažite na primjeru kako se vrši izračun magnetskoga kruga temeljem pretvorbe u analogni električni krug.

10 Okrugli svitak promjera $d=2\text{ cm}$, duljine $l=30\text{ cm}$, namotan je na neferomagnetsku jezgru. Unutarnje magnetsko polje približno je homogeno i iznosi $B=0,5\text{ T}$. Kolika je energija smještena u magnetskom polju?

Kolokvij F-1

1 Coulombov zakon i njegova primjena na određivanje elektrostatičke sile u sustavu od n točkastih naboja.

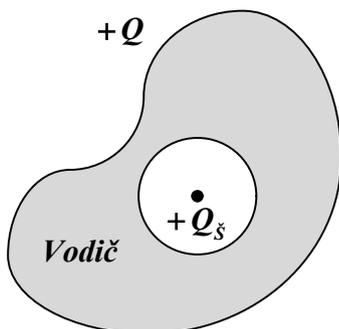


2 Na slici je silnicama prikazano električno polje dvaju jednakih naboja suprotnog predznaka. U kojim će točkama na kružnici naznačenoj na slici električno polje imati maksimalnu, odnosno minimalnu vrijednost? Nacrtajte smjer i približni iznos vektora električnog polja u tim točkama.

3 Temeljem Gaussova zakona izvedite izraz za električno polje izvan dugoga ravnog vodiča. Nacrtajte odgovarajući grafički prikaz $E=f(r)$.

4 Dvije velike vodljive paralelne ploče nabijene su nabojeima $+\sigma$. Koliko je električno polje između ploča i izvan ploča s lijeve, odnosno desne strane?

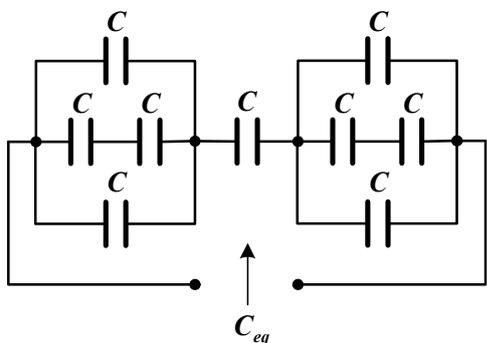
5 Za premještanje naboja $Q=5\text{ As}$ iz točke A u točku B električnog polja potrebna je energija od 30 J . Odredite razliku potencijala U_{AB} .



6 Na vodljivom tijelu proizvoljna oblika raspoređen je naboj $+Q$. Unutar tijela nalazi se šupljina u kojoj je smješten točkasti naboj $+Q_s$. Koliki će naboj i kojeg predznaka biti raspoređen na unutarnjoj i vanjskoj površini vodljivog tijela? Objasnite tvrdnju i nacrtajte približni raspored naboja. Kakav je utjecaj položaja naboja $+Q_s$ unutar šupljine?

7 Električna polarizacija (polarne i nepolarne molekule). Kako se definira vektor električnog pomaka \vec{D} ?

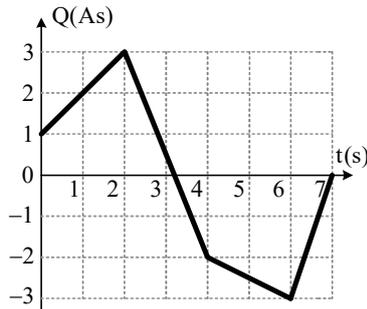
8 Za grmljavinskog nevremena razlika potencijala između dna olujnih oblaka i površine Zemlje može dosegnuti vrijednost od 35 MV . Prosječna udaljenost dna oblaka od površine Zemlje je 1500 m . Oblaci zauzimaju površinu od 100 četvornih kilometara. Ako sustav Zemlja-oblaci modeliramo kao jedan golemi kondenzator, odredite kapacitivnost C sustava Zemlja-oblaci, naboj Q i energiju W uskladištenu u tom „kondenzatoru“.



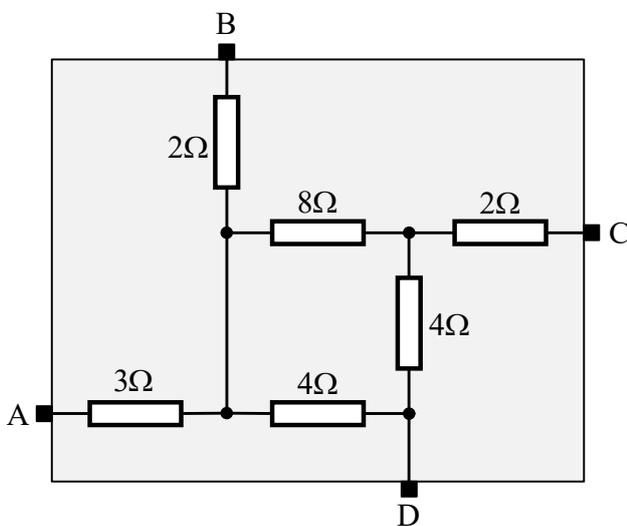
9 Zadani krug sastoji se od devet kondenzatora jednake kapacitivnosti C . Nadomjesna kapacitivnost kruga je $C_{eq}=10\text{ mF}$. Odredite vrijednost kapacitivnosti C .

10 Kondenzator $C=100\text{ pF}$ spojen je na izvor U . Potrebno je spojiti dodatni kondenzator tako da se energija sustava trostruko poveća. Kako treba spojiti taj kondenzator i kolika treba biti njegova kapacitivnost?

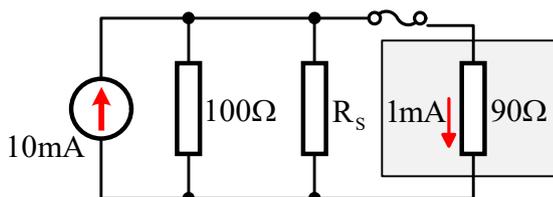
Kolokvij F-2



❶ Na slici je prikazana vremenska ovisnost količine naboja u nekom električnom krugu. Nacrtajte pripadni graf promjene struje u istom vremenskom periodu.



❷ Sklop prema slici ima četiri vanjska izvoda (A, B, C, D). Nadomjesni otpor može se odrediti (mjeriti) između izvoda A-B, A-C, A-D, B-C, B-D i C-D. Odredite po osobnom izboru nadomjesni otpor za bilo koje dvije od šest navedenih mogućnosti.

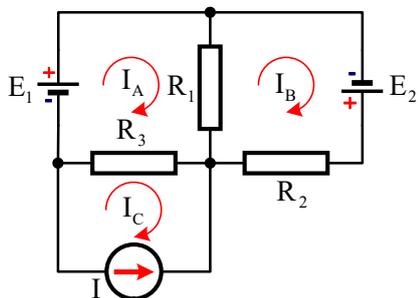


❸ Određena naprava (uređaj) može se modelirati kao ekvivalentni otpor od $90\ \Omega$. Da bi ispravno radila, kroz nju mora teći struja od $1\ mA$. Radi zaštite od zagrijavanja serijski joj je spojen osigurač od $1,5\ mA$ unutarnjeg otpora od $10\ \Omega$. Koliki mora biti paralelno spojeni otpor (*shunt*) R_s da bi kroz napravo tekla tražena struja od $1\ mA$? Napomena: Kada bi izvor napajao napravo bez *shunta*, osigurač bi pregorio jer bi potekla struja od $5\ mA$.

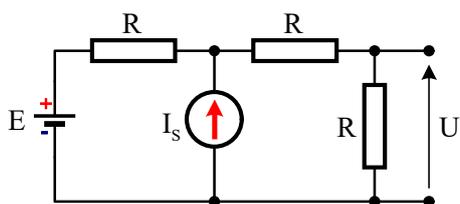
❹ Naponski i strujni izvori (sheme, svojstva, pretvorbe).

- ❺ Izvor ($E=12\ V$, $R_u=60\ \Omega$) spojen je na trošilo $R=30\ \Omega$. Odredite:
- maksimalne vrijednosti signala koje može dati izvor (U_{max} , I_{max} , P_{max})
 - stvarne vrijednosti signala isporučениh trošilu (U , I , P)
 - otpor trošila uz uvjet da se na njemu dobije maksimalna snaga.

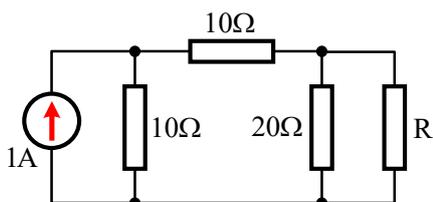
6 Nova AA baterija od $1,5\text{ V}$ može u svom radnom vijeku isporučiti 40 kJ električne energije. Spojena je na trošilo koje uzima struju od 6 mA . Koliko će dana kontinuirana rada trajati baterija uz pretpostavku da drži konstantan napon?



7 Napišite jednađbe konturnih struja I_A , I_B i I_C .



8 Izrazite napon U pomoću zadanih parametara mreže E , I_S i R . Zadatak riješite uporabom metode superpozicije.



9 Odredite parametre Theveninova (E_T , R_T) i Nortonova (I_N , R_N) ekvivalenta koje „vidi“ trošilo R .

10 Millmannov teorem – izvod i primjena na primjeru.

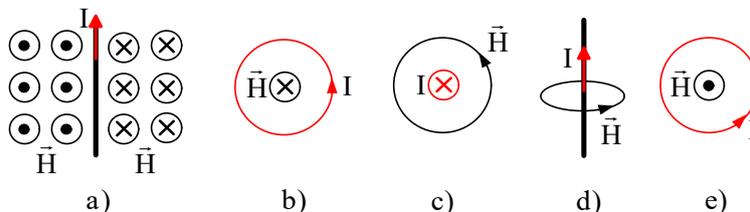
Kolokvij F-3

❶ Kroz kvadratnu petlju stranice a teče struja I . Dokažite da je magnetska indukcija u središtu

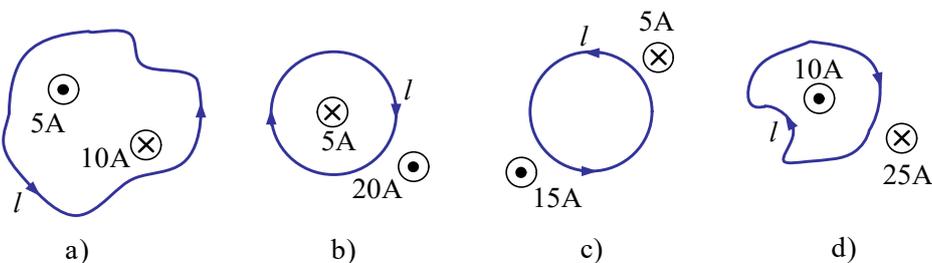
petlje: $B = \frac{2\sqrt{2}\mu_0 I}{a\pi}$.

❷ Ako se kvadratna petlja iz prethodnog zadatka preoblikuje u kružnu petlju, hoće li se B_0 u središtu kružne petlje povećati ili smanjiti? Napomena: Objasnite tvrdnju tako da odredite omjer B/B_0 .

❸ Na kojima od prikazanih slika nisu ispravno ucrtani smjerovi I ili H ? Objasnite tvrdnje. Napomena: Slike a), c) i d) odnose se na dugi ravni vodič protjecan strujom, a slike b) i e) prikazuju kružnu strujnu petlju.



❹ Za svaku od zatvorenih petlja na slici temeljem Amperova zakona odredite vrijednost $\oint_l \vec{H} \cdot d\vec{l}$.

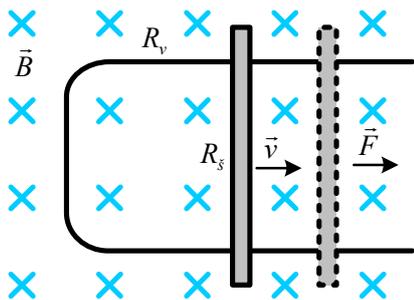


❺ Sila na nabijenu česticu u magnetskom polju.

❻ Dugi ravni vodič protjecan strujom $I=5 A$ nalazi se u homogenom magnetskom polju $B=0,8 T$. Kolika je sila po metru duljine vodiča ako je vodič postavljen:

- okomito na magnetsko polje
- pod kutom od 45° ?

❼ U vremenskom intervalu od $0,6$ sekunda ostvarena je jednolika promjera magnetskog toka od $-60 Wb$ do $30 Wb$. Koliki se EMS inducira u svitku od 5 zavoja?



⑧ Vodljivi štap duljine $l=25\text{ cm}$, otpora $R_s=2\Omega$, kreće se brzinom $v=2\text{ m/s}$ u homogenom magnetskom polju $B=0,4\text{ T}$. Štap se kreće po vodilicama U-oblika čiji je otpor u promatranom trenutku $R_v=18\Omega$. Odredite:

- inducirani EMS
- struju koja teče kroz krug što ga tvore štap i vodilice
- vanjsku silu potrebnu da se održi konstantna brzina kretanja štapa u promatranom trenutku.

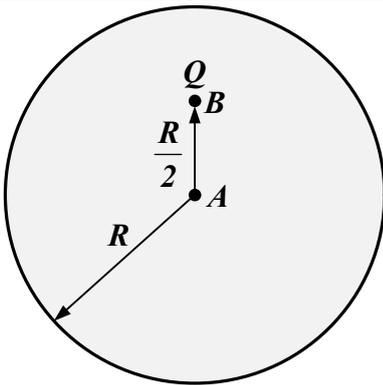
⑨ Odredite broj zavoja N zračnoga dugoga ravnog svitka induktivnosti $L=25\text{ mH}$ ako je duljina svitka $l=20\text{ cm}$, a njegov promjer $d=2\text{ cm}$. Koliko je zavoja N' potrebno namotati ako se u svitak umetne željezna jezgra s $\mu_r=1000$?

⑩ Energija magnetskog polja.

Kolokvij G-1

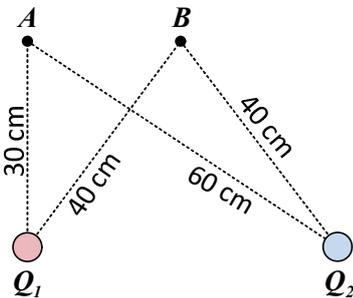
❶ Dva točkasta naboja, $Q_1=10\text{ nC}$ i $Q_2=20\text{ nC}$, nalaze se na međusobnoj udaljenosti d . Navedite i obrazložite koje su od sljedećih tvrdnja netočne, a koje točne:

- a) Sila na naboj Q_1 je odbojna.
- b) Sila na naboj Q_2 djeluje na pravcu spojnice dvaju naboja.
- c) Sila na naboj Q_1 istog je iznosa kao i sila na naboj Q_2 .
- d) Ako se udaljenost između naboja smanjuje, sila na naboj Q_1 linearno raste.
- e) Sila na naboj $Q_3=-30\text{ nC}$ smješten na sredini spojnice naboja Q_1 i Q_2 jednaka je nuli.



❷ Točkasti naboj Q nalazi se u središtu kugle polumjera R (točka A). Zatim se naboj Q pomakne prema gore do točke B udaljene od središta kugle za $R/2$. Odredite:

- a) električni tok Ψ_A i Ψ_B u položajima A i B
- b) električno polje na površini kugle kada je naboj u točki A
- c) kako se mijenja električno polje na površini kugle kada je naboj u položaju B (obrazložite riječima)
- d) ilustrirajte silnicama električna polja naboja kada se naboj nalazi u položaju A , odnosno B .



❸ Odredite razliku potencijala U_{AB} između točaka A i B koju stvaraju naboji $Q_1=10\text{ }\mu\text{C}$ i $Q_2=-10\text{ }\mu\text{C}$. Udaljenosti naboja od promatranih točaka zadane su na slici.

❹ Razlika potencijala između nabijenih paralelnih vodljivih ploča.

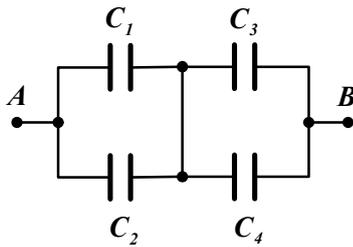
❺ Raspodjela naboja na površini vodiča – ovisnost o geometrijskom obliku površine vodiča.

❻ Vektor električnog pomaka \vec{D} .

❼ Pločasti kondenzator ispunjen je dielektrikom ϵ_r . Zatim se dielektrik izvuče iz kondenzatora koji ostaje spojen na izvor. Kako se nakon vađenja dielektrika mijenja (raste/pada/ne mijenja se):

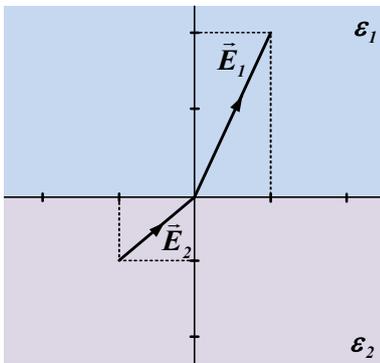
- a) kapacitivnost kondenzatora C
- b) naboj na pločama Q
- c) razlika potencijala između ploča
- d) električno polje E
- e) električni pomak D ?

Odgovor potkrijepite odgovarajućim relacijama.

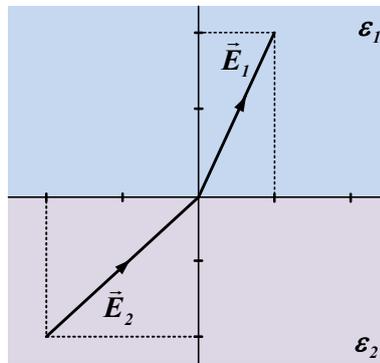


- 8 Za krug prema slici zadano je: $C_1=C_3=5 \mu F$, $C_2=C_4=10 \mu F$, $Q_3=20 \mu C$. Odredite:
- naboje na kondenzatorima
 - napone na kondenzatorima
 - ukupni napon U_{AB} .

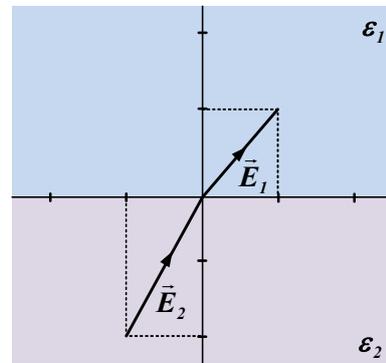
9 Na slici su prikazani prijelazi vektora \vec{E} i \vec{D} preko granične plohe između dvaju dielektrika, pri čemu je $\epsilon_2=2\epsilon_1$. Koje slike prikazuju ispravan prijelaz preko granične površine vektora \vec{E} i \vec{D} , a koje su netočno nacrtane i zašto?



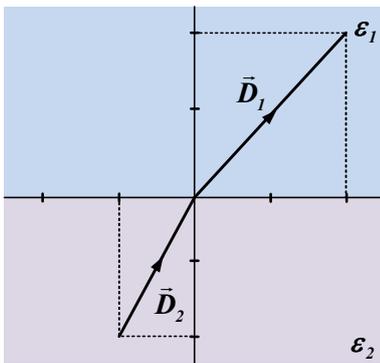
a)



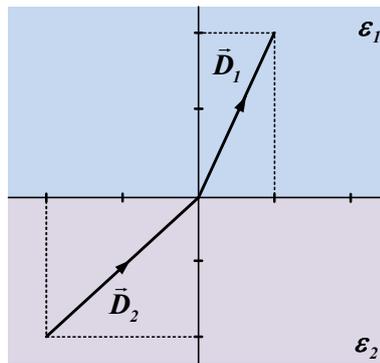
b)



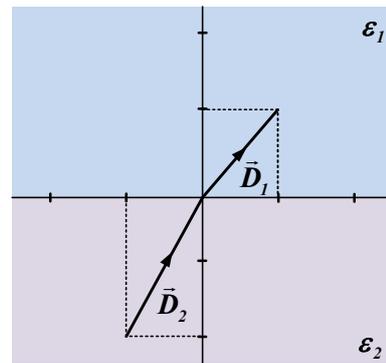
c)



d)



e)



f)

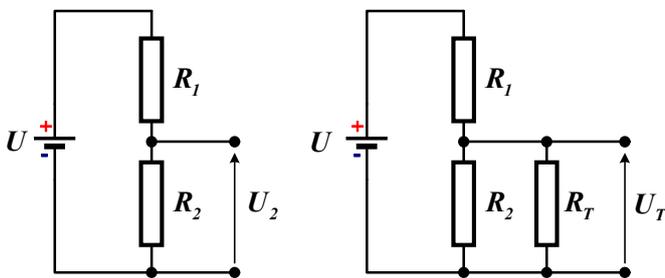
10 Za koliko se puta promijeni (poveća ili smanji) energija pohranjena u pločastom kondenzatoru ako se:

- udvostruči razlika potencijala U između ploča
- udvostruči količina naboja Q na svakoj ploči
- udvostruči razmak između ploča d pri čemu kondenzator ostaje priključen na izvor U ?

Kolokvij G-2

- ❶ Kroz neki istosmjerni krug teče struja $I=2\text{ A}$ u trajanju od 5 minuta . Odredite:
- količinu naboja Q koja je prošla kroz bilo koju točku kruga u navedenom intervalu
 - broj elektrona n koji odgovara dobivenoj količini naboja.
- Poznato je $e=1,6\cdot 10^{-19}\text{ As}$.

- ❷ Mogu li bakrena žica (ρ_{Cu}, S_{Cu}) i aluminijska žica (ρ_{Al}, S_{Al}) jednake duljine l imati jednaki otpor $R_{Cu}=R_{Al}$? Ako je odgovor potvrđan, koji uvjet mora biti zadovoljen?

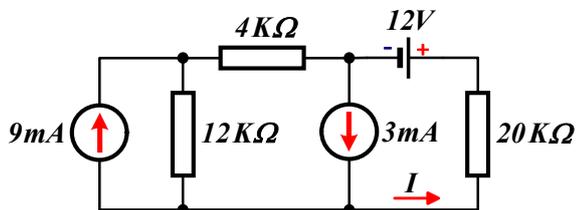


- ❸ Za izvođenje nekog eksperimenta potreban nam je napon $U_2=4\text{ V}$, a na raspolaganju imamo izvor $U=12\text{ V}$. Traženi napon dobit ćemo uporabom naponskog djelila. Odredite:
- koliki mora biti otpor R_2 ako je $R_1=10\ \Omega$
 - koliki će biti napon U_T ako se na djelilo spoji trošilo $R_T=1\ \Omega$?

- ❹ Temeljni strujni krug s naponskim izvorom – naponi i struje na elementima kruga, strujno naponska karakteristika izvora i trošila.

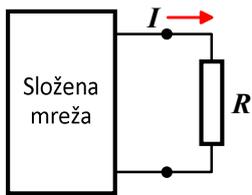
- ❺ Napon U narinut je na n paralelno spojenih jednakih otpornika. Ako se ti otpornici spoje serijski na isti napon U , koliki će biti omjer snaga paralelnog i serijskog spoja (P_p/P_s)?

- ❻ Korisnost električne snage i energije.



- ❼ Transformacijom strujnih izvora u naponske i obratno, proračunajte struju I .

- ❸ Proračunajte struju I u strujnom krugu iz prethodnog zadatka uporabom metode superpozicije.



9 Otpornik R spojen je na složeni krug. Za dvije vrijednosti otpora R izmjerene su pripadne vrijednosti struje I . Rezultati mjerenja prikazani su u tablici.

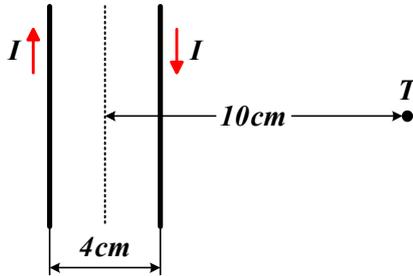
R	I
$2\text{ k}\Omega$	4 mA
$4\text{ k}\Omega$	3 mA

- a) Odredite parametre Theveninova ekvivalenta (E_T , R_T) koje „vidi“ trošilo R .
 b) Koliki treba biti otpor R da bi se izmjerila struja $I = 2\text{ mA}$?
-

10 Nortonov teorem – postupak određivanja parametara Nortonova ekvivalenta R_N , I_N .

Kolokvij G-3

❶ Kroz kružnu petlju polumjera R teče struja I . Uporabom Biot-Savartova zakona izvedite izraz za magnetsku indukciju u središtu petlje.



❷ Kroz dva vrlo duga ravna vodiča teku jednake struje $I=24\text{ A}$ suprotnog smjera. Odredite iznos i smjer magnetske indukcije B u točki T udaljenoj 10 cm od polovice razmaka između vodiča. Promjer vodiča je zanemariv, a razmak između njih je 4 cm .

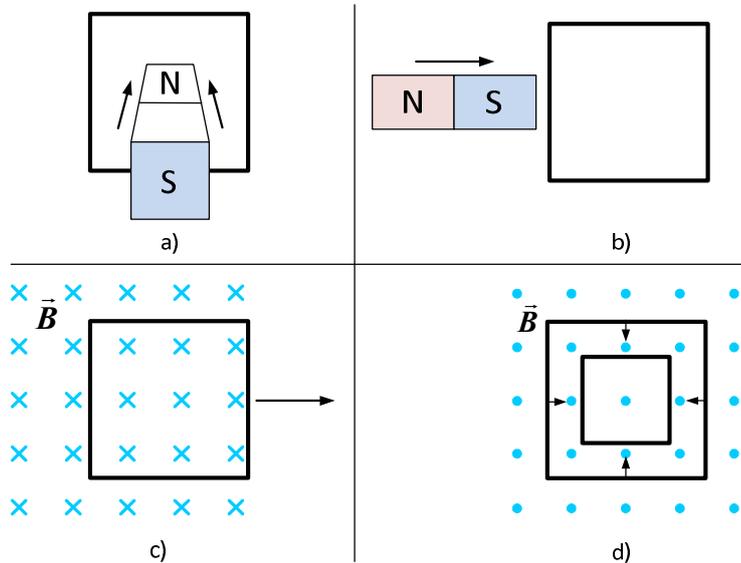
❸ Temeljem Amperova zakona izvedite izraz za magnetsko polje toroidnog svitka srednjeg polumjera R_s .

❹ Negativno nabijena čestica upada brzinom v okomito na jednoliko magnetsko polje indukcije B . Kinetička energija čestice će:

- a) rasti
- b) opadati
- c) ostati nepromijenjena.

Obrazložite odgovor. Napomena: Gravitacija je zanemariva.

❺ U relaciji za silu $\vec{F} = I(\vec{l} \times \vec{B})$ koji se parovi vektora $(\vec{F}, \vec{l}; \vec{l}, \vec{B}; \vec{B}, \vec{F})$ uvijek nalaze pod pravim kutom, a koji mogu biti pod nekim drugim kutom?



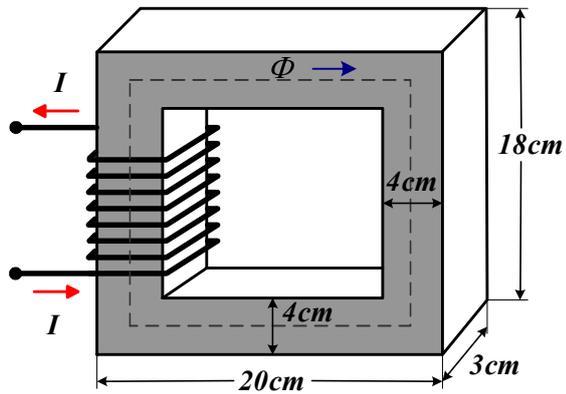
❻ Odredite smjer struje koja se inducira u vodljivoj kvadratnoj petlji smještenoj u ravnini stranice, i to za slučajeve:

- a) N magnetski pol giba se prema petlji okomito na ravninu stranice,
- b) S magnetski pol giba se prema petlji u ravnini stranice,
- c) petlja se izvlači iz magnetskog polja usmjerenog u ravninu stranice,
- d) površina petlje proporcionalno se smanjuje u magnetskom polju usmjerenom iz ravnine stranice.

Napomena: Smjerove uz odgovarajuće obrazloženje navesti prema smjeru kazaljke na satu.

❼ Kružna žičana petlja promjera $d=20\text{ cm}$ i otpora $R=150\ \Omega$ smještena je okomito na magnetsko polje $B=0,4\text{ T}$. Kolika je električna energija W potrebna kako bi se petlja izvukla iz polja u vremenskom intervalu od 100 ms ?

⑧ Međuidukcija i koeficijent međuidukcije.



⑨ Na željeznu jezgru s $\mu_r=1500$ namotan je svitak s $N=200$ namotaja. Odredite ukupni magnetski otpor jezgre R_m . Ako kroz svitak teče struja $I=2\text{ A}$, koliki će biti magnetski tok ϕ u jezgri?

⑩ Energija magnetskog polja.

Kolokvij H-1

1 Nacrtajte silnice električnog polja za sustav koji tvore dva jednaka negativna točkasta naboja $-Q$. Kolika je jakost električnog polja u točki koja se nalazi na polovištu spojnice naboja?

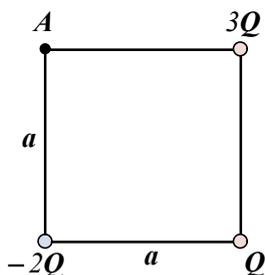
2 Primjena Gaussova zakona na određivanje električnog polja vrlo dugog nabijenog metalnog cilindra (slika, izvod, graf ovisnosti o udaljenosti r).

3 Tanki plastični štap duljine 10 cm jednoliko je nabijen po duljini i nalazi se u zatvorenoj plastičnoj vrećici. Ukupni električni tok kroz vrećicu je $\psi = 5 \cdot 10^5\text{ Nm}^2/\text{C}$. Odredite pravčastu (linearnu) gustoću λ naboja na štapu.



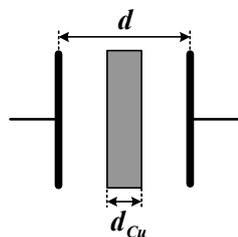
4 Na sjeverni pol školskog metalnog globusa nanesen je kušalicom naboj od 3 mC . Zatim je na južni pol doveden naboj od -6 mC . Nakon uspostavljanja ravnotežnog stanja odredite:

- ukupni naboj na globusu
- kako je naboj raspoređen
- sliku silnica električnog polja.



5 Tri točkasta naboja prema slici smještena su u vrhovima kvadrata stranice a . Odredite izraz za potencijal u vrhu A .

6 Što je električna polarizacija (polarne i nepolarne molekule, vektor električnog pomaka \vec{D} ?)

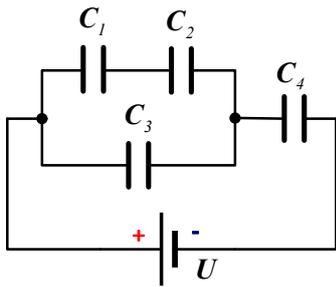


7 Bakrena ploča debljine d_{Cu} smještena je u sredinu zračnoga pločastog kondenzatora prema slici. Kako će to utjecati na kapacitivnost pločastog kondenzatora $\epsilon_0 S/d$ (smanjit će se, povećati ili ostati nepromijenjena)? Ako je došlo do promjene kapacitivnosti, odredite izraz za novu vrijednost C .

8 Kondenzatoru koji ostaje trajno spojen na izvor U izvuče se dielektrik. Poznata je vrijednost ϵ_r . Kako će se promijeniti (povećati, smanjiti, ostati nepromijenjena):

- kapacitivnost kondenzatora
- naboj na pločama
- razlika potencijala između ploča
- jakost električnog polja
- električna energija kondenzatora.

Dokažite ispravnost dobivenih rješenja.



9 Za mrežu kondenzatora prema slici zadano je: $C_1=12 \mu F$, $C_2=20 \mu F$, $C_3=18 \mu F$, $C_4=30 \mu F$. Napon baterije je $60 V$. Odredite:

- nadomjesnu kapacitivnost C_{eq}
- naboj Q_4 na kondenzatoru C_4
- napon U_1 na kondenzatoru C_1 .

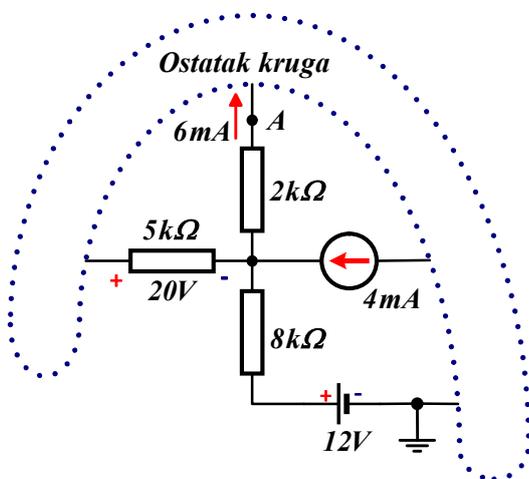
10 Za koliko se puta promijeni (poveća ili smanji) energija pohranjena u pločastom kondenzatoru kada se u njega umetne dielektrik s $\epsilon_r=5$, i to za slučajeve kada je:

- kondenzator izoliran (nije priključen na izvor),
 - kondenzator priključen na izvor U .
-

Kolokvij H-2

❶ Prijenosni električni radiator $P=3\text{ kW}$, $U=220\text{ V}$ udaljen je od vašega radnog stola. U namjeri da zagrijete noge dok se intenzivno pripremate za kolokvij iz Osnova elektrotehnike, radiator ste približili tako što ste ga spojili preko produžnog kabela koji je predviđen za struje do 10 A . Je li taj postupak opasan (da/ne)? Objasnite odgovor.

❷ Žarulja od 100 W ima na sobnoj temperaturi u isključenom stanju otpor od $12\ \Omega$. Kada se žarulja uključi, otpor žarne niti poraste na $150\ \Omega$. Ako je srednji temperaturni koeficijent $\alpha=0,005\text{ (}^\circ\text{C)}^{-1}$, odredite temperaturu žarne niti kada je žarulja uključena.



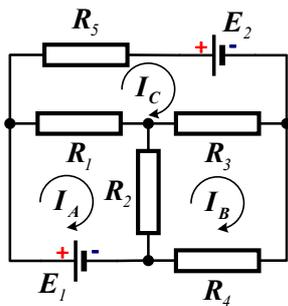
❸ Odredite potencijal φ_A u točki A .

❹ Temeljni strujni krug s naponskim izvorom – naponi i struje na elementima kruga, strujno naponska karakteristika izvora i trošila.

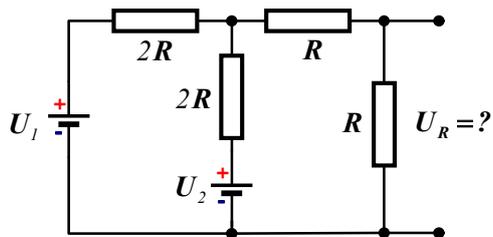
❺ Za spajanje neke električne sheme potreban vam je otpornik od $1\text{ k}\Omega$ nazivne snage 5 W . Na raspolaganju imate samo otpornike nazivne snage 1 W . Koliko takvih otpornika moramo spojiti da dobijemo potrebni otpornik? Koje vrste spoja možemo upotrijebiti i koje su pripadne vrijednosti otpora za svaki spoj?

❻ Naponski i strujni izvori – idealni i realni, nadomjesne sheme, pretvorba izvora.

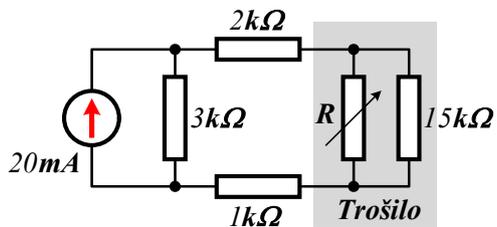
❼ Millmannov teorem – izvod, primjer uporabe.



8 Postavite jednadžbe konturnih struja za krug na slici.



9 Uporabom principa superpozicije odredite jednadžbu ovisnosti napona U_R o naponima U_1 i U_2 .

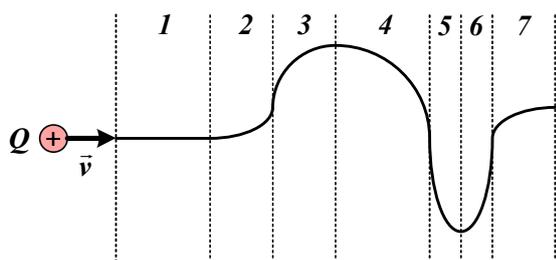


10 Trošilo se sastoji od promjenljivog otpora R i paralelno spojenog otpora od $15\text{ k}\Omega$. Na koju vrijednost treba ugoditi otpor R kako bi se trošilu u krugu prema slici isporučila maksimalna snaga? Kolika je ta snaga?

Kolokvij H-3₁

1 Kroz kvadratnu petlju stranice a teče struja I . Uporabom Biot-Savartova zakona izvedite izraz za magnetsku indukciju u središtu petlje.

2 Temeljem Amperova zakona izvedite izraz za jakost magnetskog polja dugog šupljeg cilindričnog vodiča.



3 Pozitivno nabijena čestica ulijeće brzinom v u nehomogeno promjenljivo magnetsko polje. Prikazana putanja čestice u ravnini je slike. Odredite smjer magnetske indukcije B u naznačenim područjima od 1 do 7. U kojim je područjima najveći iznos B ?

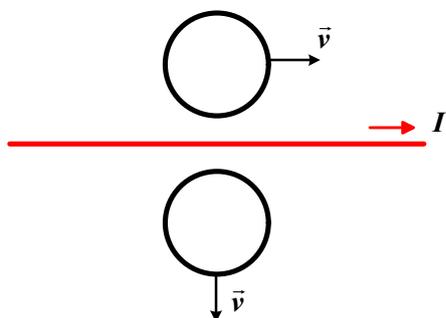
4 Obrazložite odgovor na sljedeća pitanja:

a) Kako napraviti kompas bez uporabe feromagnetske igle?

b) Pred vama su tri jednaka željezna štapića. Dva su magnetizirana, a jedan nije. Kako ćete ustanoviti koji su štapići magnetizirani?

c) Nacrtajte približni oblik krivulja magnetiziranja (B - H) za paramagnetske, dijamagnetske i feromagnetske materijale.

5 Izvedite izraz za silu između dvaju paralelnih vodiča protjecanih strujama istog smjera uz odgovarajući grafički prikaz. Obrazložite djelovanje sile temeljem raspodjele magnetskih silnica između vodiča.



6 Dvije vodljive petlje kreću se brzinom v u blizini vrlo dugog ravnog vodiča protjecanog strujom I . Odredite smjer induciranih struja u gornjoj i donjoj petlji.

Napomena: Smjer uz odgovarajuće obrazloženje navesti prema smjeru kazaljke na satu.

7 Kvadratna vodljiva petlja stranice $a=10\text{ cm}$ i otpora $R=6,4\ \Omega$ smještena je okomito na magnetsko polje $B=0,8\text{ T}$. Kolika se električna energija W_{el} disipira pri izvlačenju petlje iz magnetskoga polja u vremenskom intervalu od 50 ms ?

8 Kružni svitak gusto namotane žice ima promjer d i induktivnost L . Ako žicu odmotamo i ponovno gusto namotamo tako da se dobije novi svitak trostrukog promjera ($d'=3\ d$), odredite za koliko će se promijeniti induktivnost novog svitka L' ($L'/L=?$).

9 Sila na magnetski materijal (sila između polova permanentnog magneta ili elektromagneta).

10 Struja kroz svitak induktivnosti $L=100\text{ mH}$ u trenutku $t=0$ iznosi $I=50\text{ mA}$. Ako struja linearno raste brzinom od 25 mA po sekundi , odredite:

- a) početnu energiju magnetskog polja pohranjenu u svitku
 - b) za koliko će se vremena energija u svitku učetverostručiti?
-

Kolokvij H-3₂

❶ Izvedite relaciju za jakost magnetskog polja dugog tankog ravnog vodiča uporabom Biot-Savartova zakona.

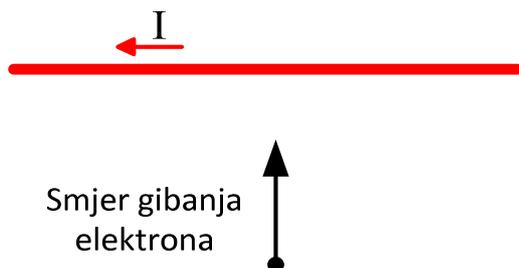
❷ Uporabom Amperova zakona izvedite relacije za jakost magnetskog polja dugog šupljeg cilindričnog vodiča unutarnjeg polumjera R_u i vanjskog R_v . Vodič je protjecan strujom I ravnomjerne gustoće. Postupak određivanja jakosti polja predočite i grafičkim prikazom.

❸ Visokonaponski energetske vodovi (dalekovodi) često se nalaze u blizini naseljenih područja. Vodovi u svom okolišu stvaraju magnetsko polje i posljedično električno polje. Jako polje može biti opasno za zdravlje i izazvati druge neželjene efekte. U cilju izbjegavanja rizika neke države određuju dopuštenu graničnu vrijednost gustoće toka $B_{max}=20 \mu T$.

Odredite:

- gustoću toka B_a u kući udaljenoj $40 m$ od visokonaponskog voda protjecanog strujom $I=2000 A$. Imaju li stanari razloga za zabrinutost?
- kolika je minimalno dopuštena udaljenost (r_{min}) naseljenih objekata od $400 kV$ -nog voda protjecanog strujom $I=2500 A$.

Napomena: Vodove možemo tretirati kao vrlo duge ravne vodiče.



❹ Snop elektrona giba se prema vodoravno postavljenom dugom ravnog vodiču. U kojem će se smjeru otklanjati snop (lijevo, desno, u ravninu slike, iz ravnine slike)? Objasnite iznesenu tvrdnju.

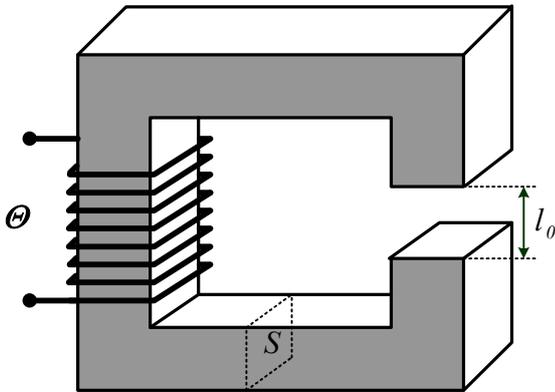
❺ Izvedite izraz za elektrodinamičku silu koja nastaje između dvaju paralelnih ravnih vodiča jednake duljine l protjecanih strujama I_1 i I_2 suprotnog smjera. Nacrtajte sliku koja pokazuje smjer djelovanja sile između vodiča – odbojna ili privlačna.

❻ Unutar svitka s $N=10$ zavoja ostvarena je promjena magnetskoga toka od $-60 Wb$ do $40 Wb$ u vremenskom intervalu od $0,5 s$. Koliki se EMS inducira u svitku?

❼ Elektromotorna sila inducirana u vodiču koji rotira u magnetskom polju – napon rotacije (izvod i grafički prikaz).

❽ Na ravnog svitku presjeka $S=20 cm^2$ ravnomjerno je namotano $N=100$ zavoja. Mjerenjem je ustanovljeno da pri jednolikom porastu struje kroz svitak od $I_1=1 A$ do $I_2=6 A$ magnetska indukcija u svitku raste od $B_1=0,6 T$ do $B_2=1,1 T$. Kolika je induktivnost svitka L ?

9 Dva svitka (primarni i sekundarni) s $L_1=L_2=0,4 H$ induktivno su spregnuta. Pri promjeni struje primarnog svitka s $I_1'=3 A$ na $I_1'=7 A$ u intervalu $\Delta t=10 ms$, u sekundarnom svitku inducira se napon $e_2=60 V$. Odredite međuinduktivnost svitaka M i faktor sprege k .



10 Željezna jezgra ima zračni raspor $l_0=0,5 cm$. Efektivna površina jezgre je $S=6 cm^2$. Narinuti MMS je $\Theta=1000 A$, a magnetski otpor željeza je zanemariv. Odredite gustoću toka B_0 i magnetsku energiju W_{m0} u zračnom rasporu.

Kolokvij I-1

❶ Dvije nevodljive kuglice udaljene su jedna od druge za $d=1\text{ m}$. Ukupni naboj na kuglicama je $Q=100\ \mu\text{C}$, a između njih djeluje odbojna sila $F=10\text{ N}$. Odredite naboje Q_1 i Q_2 na pojedinim kuglicama.

❷ Prikaz površine vektorom, tok vektora električnog polja, integralni oblik Gaussova zakona. Što se može zaključiti iz Gaussova zakona i koji je postupak njegove primjene?

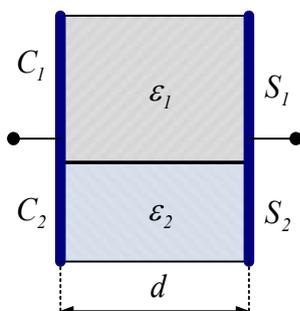
❸ Temeljem Gaussova zakona izvedite relaciju za električno polje neograničeno duge nabijene ravne plohe.

❹ Za suha vremena, kao posljedica trenja s okolnim predmetima, tijelo se nabije određenom količinom električnog naboja. Dodirom metalne kvake na vratima osjeti se lagani električni udar. Udar se manifestira kao tanka iskra koja preskoči između ruke i kvake u trenutku kada je udaljenost ruke od kvake približno 3 mm . Proboj u zraku najčešće se događa kada jakost električnog polja prijeđe granicu od $3\cdot 10^6\text{ V/m}$. Kolika bi približno trebala biti razlika potencijala između ruke i kvake u trenutku strujnog udara?

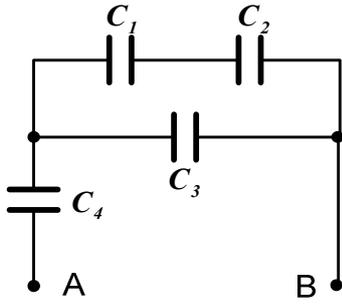
❺ Raspodjela naboja na površini vodiča: ovisnost o geometrijskom obliku površine vodiča (dokazati tvrdnje) i ovisnost o načinu elektriziranja.

❻ Objasnite pojavu električne polarizacije u materijalima s polarnim i nepolarnim molekulama. Što su vektori električne polarizacije i električnog pomaka te u kakvoj su vezi s električnim poljem?

❼ U projektirani električni krug tehničar je greškom spojio kondenzator od $15\ \mu\text{F}$ umjesto predviđenog kondenzatora od $5\ \mu\text{F}$. Što tehničar mora napraviti kako bi bez odstranjivanja kondenzatora od $15\ \mu\text{F}$ zadovoljio projektni zadatak?



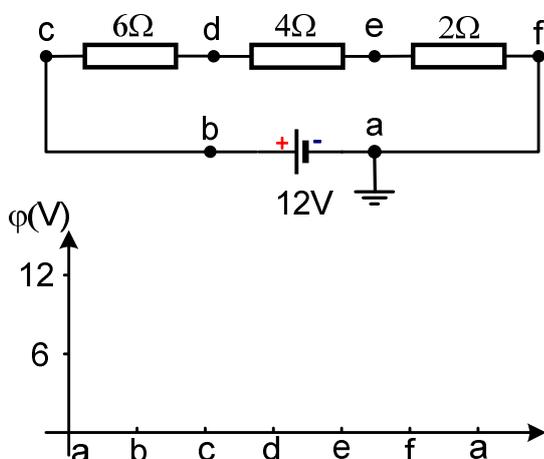
❽ Izvedite izraz za ukupnu kapacitivnost kondenzatora s dvoslojnim dielektrikom (uzdužni spoj). Nacrtajte raspodjelu silnica vektora električnog polja E i vektora električnog pomaka D . Što se može zaključiti za tangencijalne komponente navedenih vektora?



9 Odredite nadomjesnu kapacitivnost C_{AB} ako je $C_1=C_2=C_4=2 \mu F$, $C_3=1 \mu F$. Odredite naboj i razliku potencijala na svakom od kondenzatora ako je $U_{AB}=10 V$.

10 Izvedite izraz za elektrostatičku energiju i volumensku gustoću energije nabijenoga pločastog kondenzatora.

Kolokvij I-2



❶ Za krug prema slici nacrtajte graf promjene potencijala prema naznačenim točkama. Otpornici su linearni.

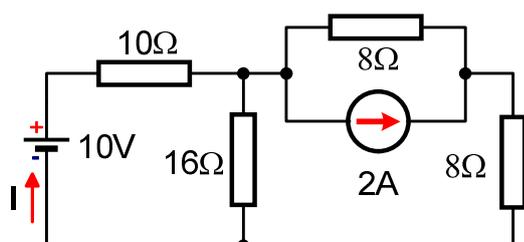
❷ Ventilator ima dva moda rada s dvije brzine. Kada se spoji izravno na izvor $U=12\text{ V}$, motor ventilatora uzima struju $I=5\text{ A}$. Serijskim spajanjem otpora R smanjuje se struja kroz motor i ventilator se sporije okreće. Uz pretpostavku da unutarnji otpor R_u ostaje nepromijenjen, odredite otpor R ako je struja u uvjetima smanjene brzine $I=2\text{ A}$. Kolika je snaga na otporu R ?

❸ Dvije žarulje, \check{Z}_1 i \check{Z}_2 , imaju otpore R_1 i R_2 , pri čemu je $R_1 > R_2$. Koja žarulja svijetli jače kada su izvor U i žarulje spojeni serijski, a koja kada su spojeni paralelno? Obrazložite tvrdnje.

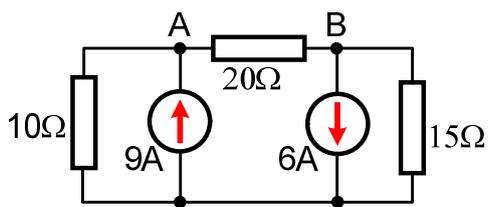
❹ Opterećeno naponsko djelilo – opći spoj, potencijomatski spoj, normirane naponske karakteristike.

❺ Idealni i realni naponski i strujni izvori. Pretvorbe: naponski \leftrightarrow strujni izvor.

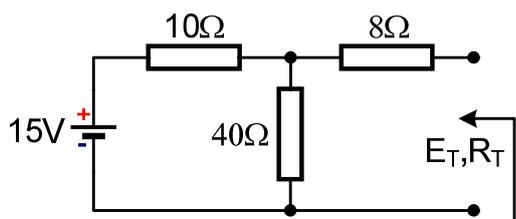
❻ Prilagodba struje, napona i snage.



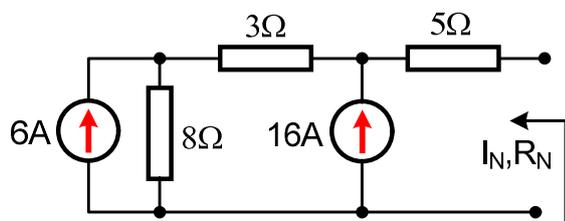
❷ Transformacijom strujnih izvora u naponske i obratno, proračunajte struju I .



8 Odredite napon U_{AB} uz uporabu metode superpozicije.



9 Odredite parametre Theveninova ekvivalenta R_T, E_T .

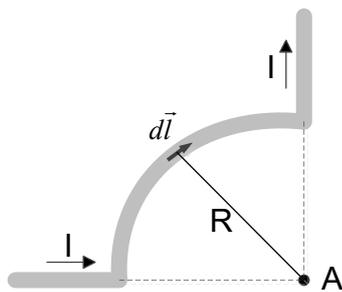


10 Odredite parametre Nortonova ekvivalenta R_N, I_N .

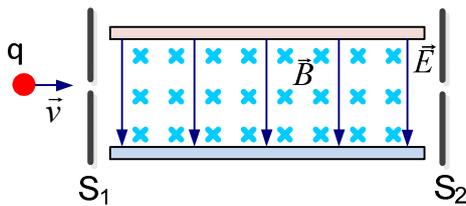
Kolokvij I-3

❶ Kroz kvadratnu petlju stranice a teče struja I . Uporabom Biot-Savartova zakona izvedite izraz za magnetsku indukciju u središtu petlje uz pripadni grafički prikaz.

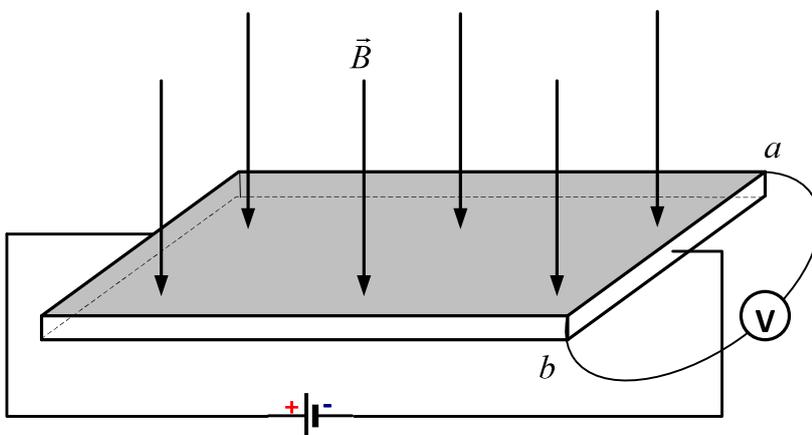
❷ Temeljem Amperova zakona izvedite izraz za jakost magnetskog polja dugog šupljeg cilindričnog vodiča i nacrtajte odgovarajući grafički prikaz.



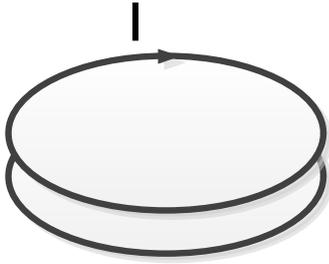
❸ Vrlo dugi tanki vodič savijen je pod pravim kutom tako da čini kružni luk polumjera R . Primjenom Biot-Savartova zakona odredite magnetsku indukciju B u točki A (središte luka) ako kroz vodič teče struja I .



❹ Maseni spektrometar je uređaj za mjerenje zastupljenosti čestica različitih masa u uzorku. Uporabljuje se kao vrlo osjetljiv detektor izotopa u procesima datiranja materijala (po sadržaju ugljika ili radioaktivnosti), analizi sadržaja plinova, satelitskoj analizi Sunčeva vjetra i dr. Važan dio uređaja je *selektor brzina*. Kombinacija djelovanja jednolikog električnog i magnetskog polja omogućuje to da samo naboji točno određene brzine prolaze pravocrtno (ne otklanjaju se). Princip rada selektora brzina prikazan je na slici. Pozitivno nabijena čestica naboja q ulijeće kroz otvor S_1 brzinom v u područje gdje magnetsko polje B i električno polje E međusobno stoje pod pravim kutom. Odredite relaciju za brzinu v za koju će nabijena čestica proći pravocrtno kroz otvor S_2 . Pod kojim će se uvjetom čestica otklanjati iznad, odnosno ispod otvora S_2 ?



❺ Tanka poluvodička ploča priključena je na izvor i smještena u homogeno magnetsko polje prema slici. Prema pokazivanju preciznog voltmetra spojenog između točaka a i b ustanovljeno je da je točka a na višem potencijalu od točke b . Odredite predznak naboja u poluvodiču. Obrazložite rješenje (kako su raspoređeni naboji, smjer magnetske i električne sile, smjer električnog polja).



- ⑥ Dvije kružne vodljive petlje postavljene su jedna iznad druge. Struja kroz gornju petlju linearno raste od početne nulte do konačne vrijednosti I u smjeru kazaljke na satu. Odgovorite na sljedeća pitanja:
- a) Hoće li se inducirati struja u donjoj petlji?
 - b) Ako je odgovor pod a) pozitivan, koji će biti smjer inducirane struje?
 - c) Djeluje li sila između dviju petlja?
 - d) Ako je odgovor pod c) pozitivan, navedite kakva je vrsta sile (privlačna ili odbojna).
- e) Ako struja kroz gornju petlju linearno pada na nultu vrijednost, hoće li se u donjoj petlji inducirati struja?
- f) Ako je odgovor pod e) pozitivan, koji će biti smjer inducirane struje u donjoj petlji?
-

⑦ Jednostavni generator sastavljen je od $N=440$ namotaja kvadratne vodljive petlje stranice $a=20$ cm. Generator rotira u magnetskom polju $B=0,5$ T. Kolika mora biti kutna brzina rotiranja ω da bi se na krajevima petlje inducirao maksimalni napon $E_m=220$ V? Po kojem se zakonu mijenja inducirani napon e ? Na kojoj frekvenciji f radi generator?

⑧ Struja kroz svitak linearno raste od -30 mA do 20 mA u intervalu od 10 ms. Odredite induktivnost svitka ako se na krajevima svitka inducira napon od 5 V.

⑨ Nosiva sila elektromagneta (slika, izvod) i tlak na magnetiziranu površinu.

⑩ Gustoća magnetskoga toka unutar ravnoga zračnog svitka duljine $l=40$ cm, promjera $d=2$ cm, iznosi $B=0,5$ T. Odredite energiju magnetskog polja pohranjenu u svitku.

Završna rješenja zadataka

A-1

$$\textcircled{3} \quad \varphi_A=0 \quad ; \quad \varphi_B = \frac{3Q}{4\pi\epsilon_0 \frac{a}{2}} - \frac{3Q}{4\pi\epsilon_0 \sqrt{a^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2}} > 0, \text{ potencijal raste}$$

$$\textcircled{4} \quad F=1,92 \cdot 10^{-16} \text{ N i djeluje prema zapadu}$$

$$\textcircled{6} \quad E=10,24 \cdot 10^{-8} \text{ N/C i djeluje suprotno od gravitacijske sile}$$

$$\textcircled{9} \quad C_{AB}=0,6 \mu\text{F} \quad ; \quad \begin{array}{lll} Q_1=Q_2=2 \mu\text{C} & Q_3=4 \mu\text{C} & Q_4=6 \mu\text{C} \\ U_1=U_2=2 \text{V} & U_3=4 \text{V} & U_4=6 \text{V} \end{array}$$

A-2

$$\textcircled{1} \quad R_{AB}=R/2$$

$$\textcircled{2} \quad g_2=47,77^\circ$$

$$\textcircled{3} \quad R=40 \Omega$$

$$\textcircled{7} \quad I_3=0,5 \text{ A}$$

$$\textcircled{9} \quad P_{\max}=12 \text{ W}$$

A-3

$$\textcircled{2} \quad J_1=I \quad ; \quad J_2=0 \quad ; \quad J_3=I$$

$$\textcircled{3} \quad B_A/B_B=0,36$$

$$\textcircled{4} \quad \Phi=-2,5 \text{ mVs}$$

$\textcircled{5}$ otklanjat će se udesno

$\textcircled{8}$ kružnom petljom teče struja u smjeru kazaljke na satu

$$\textcircled{9} \quad I=1 \text{ A}$$

$$\textcircled{10} \quad W'=4 \text{ W}$$

B-1

- 1 $F_3=15,6 \cdot 10^{-7} N$ - djeluje prema dolje
- 2 $E_a=0$; $E_b = \frac{Q_1}{4\pi\epsilon_0 r^2}$; $E_c = \frac{Q_1 + Q_2}{4\pi\epsilon_0 r^2}$
- 4 $Q'=50\%Q$
- 5 $\varphi_A=0$; $\varphi_B=0$; $U_{AB}=0$
- 9 $C_{eq}=4,5 \mu F$; $U_{12}=5V$; $U_{34}=1,5V$
- 10 $W=17,7 \mu J$

B-2

- 1 $R_{AB}=2R$
- 2 $R_{eq}=R$
- 3 a) $U_V=0$; b) U_V pada c) U_V raste
- 6 $P_{max}=250W$
- 7 $\Delta\vartheta=60^\circ C$
- 8 $I_1=1,944A$; $I_2=2,777A$; $I_3=-0,833A$
- 9 $I_{AB}=2A$
- 10 $I_N=E/3R$; $R_N=1,2R$

B-3

- 4 $B_1 > B_2 > B_3$
- 5 a) $F=5 \mu N$ (prema gore) ; b) kružnica ; c) „u“ ravninu slike ili „iz“ nje ; d) $F=2,5 \mu N$
- 6 smjer „D“
- 7 b)
- 8 $i_1/i_2=2$
- 9 $I=2,59A$

C - 1

1 $F = \frac{2QQ_0}{a^2 \pi \epsilon_0}$

2 $E_{x1}=3kV/m$; $E_{x2}=0$; $E_{x3}=2,25kV/m$; $\varphi_1=90V$

7 $C_1=1\mu F$

8 $C_{eq}=7C$

9 $C_{uk}=0,5164pF$; $U=1,936 \cdot 10^7V$; $E=9,68 \cdot 10^9V/m$

10 $\epsilon_r=5$

C - 2

2 $R_{eq}=3R$

3 „S“ otvorena: $U_V=30V$; „S“ zatvorena: $U_V=25,5V$

6 $R_x=15\Omega$; $R_T=6\Omega$; $I=10A$; $P=600W$; $\eta=50\%$

9 $I_{AB}=0,8A$

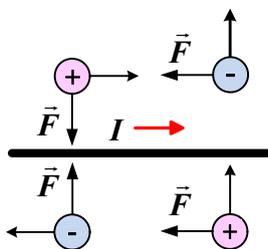
10 $I_N=1,5I_S$; $R_N=2R$

C - 3

2 $H_{uk} = \frac{2I}{a\pi}$ ulijevo

4 $B=30,14T$

5



6 a) gornji pol je južni ; b) $I=250A$; c) sila se ne mijenja ($F=5N$)

7 b)

10 $w=1,09mJ/m^3$

D – 1

- 1 $F=2,9 \cdot 10^{-9} N$
- 2 $Q=-6,77 \cdot 10^5 C$
- 3 $F=4,6 \cdot 10^{-16} N$; $E=2,8 \cdot 10^3 N/C$; $U=57 V$
- 4 $U_{12}=120 V$; $Q_1=1440 \mu C$; $Q_2=960 \mu C$
- 5 $A=4,5 \cdot 10^{-3} J$; $d'=44,5 mm$; $C'=1 nF$

D – 2

- 1 $N=204$ zavoja
- 2 $t=3,24$ sata
- 3 $P_{max}=360 W$
- 4 $I_b=-6 A$; $I_a=0 A$
- 5 $E_T=12,6 V$; $R_T=9 m\Omega$
- 6 $R_N=4 \Omega$; $I_N=-3 A$

D – 3

- 1 $B = \frac{\mu_0 I}{2\pi R} + \frac{\mu_0 I}{8R} = 0,284 \frac{\mu_0 I}{R}$
- 2 $v=E/B$
- 3 $B=0,245 T$ (iz ravnine slike)
- 4 $I=0,1 A$;
- 5 $e=0,2 mV$

E - 1

- 1 $F_{uk}=15,57 \cdot 10^{-3} \text{ N}$
- 4 $\varphi_{pl} = \frac{1}{2} \left(\varphi + \frac{Qd}{2\epsilon_0 S} \right)$
- 5 *Uzemljene ploče čine jednu ekvipotencijalnu plohu. Naboj na pločama je: $-\sigma/2$ ($Q_{inf+}=Q_{inf-}$)*
- 7 $C_{AB}=2,4 \mu\text{F}$
- 8 $U' = U'' = \frac{2U}{1 + \epsilon_r}$
- 10 $Q=120 \text{ mC}$

E - 2

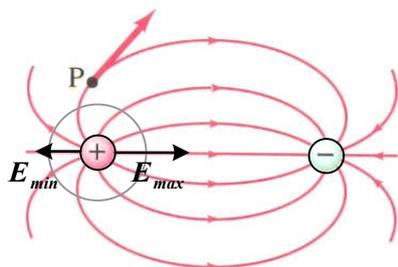
- 3 $R=500 \Omega$
- 4 $R_f=102 \text{ k}\Omega$; $R_u=42 \text{ k}\Omega$
- 8 $I = \frac{12}{R + R_{eq}} = \frac{12}{R + 1000} \leq \frac{12}{1000} = 12 \text{ mA}$ (za bilo koji R struja može biti samo manja od 12 mA)
- 7 $R_T=101 \Omega$; $P_{max}=24,75 \text{ W}$
- 8 $I_A=0,25 \text{ A}$
- 10 $R_T=2 \Omega$; $E_T=2 \text{ V}$

E - 3

- 2 $B_a=5 \text{ mT}$; $B_b=2,5 \text{ mT}$ $B_c=2,5 \text{ mT}$
- 4 $v = 11,17 \cdot 10^{-7} \text{ m/s}$ - smjer prema zapadu.
- 6 a) suprotno kazaljki ; b) $I=0$; c) suprotno kazaljki; d) u smjeru kazaljke
- 7 $N=3561$ zavoj , $N'=113$ zavoja
- 8 $U=61,6 \text{ V}$
- 10 $W=9,375 \text{ J}$

F-1

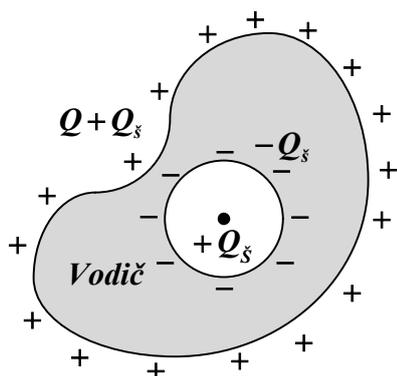
2



4 Između ploča: $E=0$; Izvan ploča (lijevo i desno) $E=\sigma/\epsilon_0$

5 $U_{AB}=6V$

6



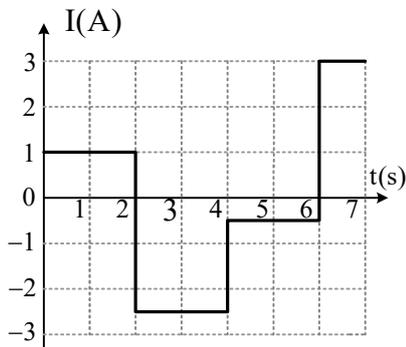
8 $C=0,59\mu F$; $Q=20,65As$; $W=361,375MJ$

9 $C_{eq}=18mF$

10 paralelno ; $C'=200pF$

F – 2

1



2 $R_{AB}=5\Omega$; $R_{AC}=9\Omega$; $R_{AD}=6\Omega$; $R_{BC}=8\Omega$; $R_{BD}=5\Omega$; $R_{CD}=5\Omega$

3 $R_S=12,5\Omega$

8 a) $U_{max}=12V$; $I_{max}=0,2A$; $P_{max}=0,6W$

b) $U=4V$; $I=0,133A$; $P=0,533W$

c) $R=60\Omega$

6 $t(\text{dana})=51,44 \text{ dana}$

7 $E_1=I_A(R_1+R_3)-I_B R_1-I_C R_3$

$E_2=I_B(R_1+R_2)-I_A R_1$

$I_C=-I$

8 $U=\frac{1}{3}(E+I_S R)$

9 $R_T=R_N=10\Omega$; $E_T=5V$; $I_N=0,5A$

F – 3

2 $B/B_0=1,144$; $B_0 < B$

3 b) i c) su neispravno nacrtani

4 a) $-5A$; b) $5A$; c) 0 ; d) $-10A$

6 a) $F=4N$, b) $F=2,82N$

7 $e=-750V$

8 a) $e=0,2V$; b) $i=10mA$; c) $F=1mN$

9 $N=3561 \text{ zavoj}$, $N'=113 \text{ zavoja}$

G - 1

- 1) a) T b) T c) T d) N e) N
- 2) a) $\Psi_A = \Psi_B = \frac{Q}{\epsilon_0}$ (tok ne ovisi o položaju naboja unutar kugle)
 b) $E_A = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R^2}$
 c) Polje je gušće u točkama na gornjoj polovici kugle, a rjeđe na donjoj.
- 3) $\varphi_B = 0$; $\varphi_A = 1,5 \cdot 10^5 V$; $U_{AB} = 1,5 \cdot 10^5 V$
- 4) a) $C_0 = \frac{C}{\epsilon_r}$ opada ϵ_r puta b) $Q_0 = \frac{Q}{\epsilon_r}$ opada ϵ_r puta c) $U_0 = U$ ne mijenja se
 d) $E_0 = \frac{U}{d}$ ne mijenja se e) $D_0 = \frac{D}{\epsilon_r}$ opada ϵ_r puta
- 5) a) $Q_1 = 20 \mu C$, $Q_2 = 40 \mu C$, $Q_4 = 40 \mu C$
 b) $U_1 = U_2 = 4V$, $U_3 = U_4 = 4V$ c) $U_{AB} = U_1 + U_3 = 8V$
- 6) Ispravno su nacrtane slike: a) $E_{1t} = E_{2t}$, $E_{1n} = 2E_{2n}$ e) $D_{2t} = 2D_{1t}$, $D_{1n} = D_{2n}$
- 7) a) povećá za 4 puta b) povećá za 4 puta c) smanji za 2 puta

G - 2

- 1) a) $\Delta q = 600 As$; b) $n_{el} = 37,5 \cdot 10^{20}$
- 2) $S_{Cu} = S_{Al} \frac{\rho_{Cu}}{\rho_{Al}}$
- 3) a) $R_2 = 1 \Omega$ b) $U_T = 0,923V$
- 4) $\frac{P_p}{P_s} = n^2$
- 5) $I = -2mA$
- 6) $I = -2mA$
- 7) a) $R_T = 4K\Omega$; $E_T = 24V$ b) $R = 8K\Omega$

② $B=2 \cdot 10^{-5} \text{ T}$

④ *Magnetska sila na naboj u gibanju ovisi o brzini naboja $\vec{F} = q(\vec{v} \times \vec{B})$. Djeluje okomito na smjer gibanja naboja i ne može vršiti rad $\vec{F}_m \cdot d\vec{l} = 0$. Ne pridonosi povećanju kinetičke energije - djeluje samo na promjenu putanje naboja u magnetskom polju.*

⑤ *Sila je uvijek okomita na ravninu koju tvori par vektora \vec{l} i \vec{B} (pravilo vektorskog produkta. Zaključak: Par vektora \vec{l} i \vec{B} može biti pod bilo kojim kutom, a parovi vektora \vec{F}, \vec{l} i \vec{B}, \vec{F} su uvijek međusobno pod pravim kutom.*

⑥ a) *Magnetski tok kroz petlju jača, pa inducirana struja ima smjer suprotan smjeru kazaljke na satu - stvara svoj vlastiti tok koji se po Lentzovu zakonu odupire povećanju izvornog toka.*

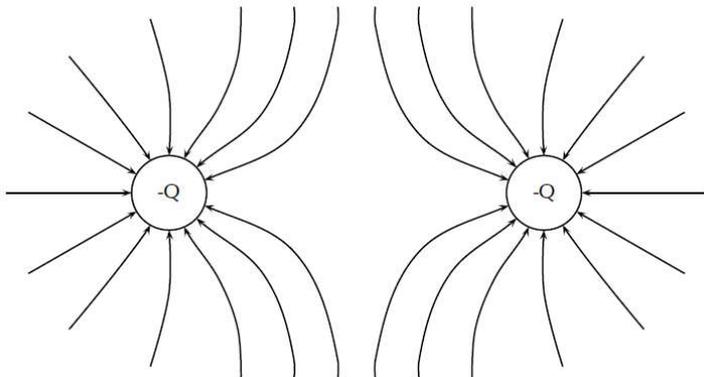
b) *Magnetsko polje je u ravnini petlje - nema promjene toka $d\phi/dt$. Inducirani napon jednak je nuli, pa u petlji ne teče struja.*

c) *Izvlačenjem petlje iz polja smanjuje se magnetski tok kroz petlju. Inducirana struja ima smjer kazaljke na satu jer polje stvoreno njenim djelovanjem podupire prethodno stanje većeg toka i djeluje u ravninu stranice.*

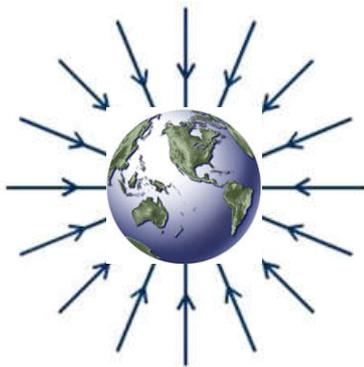
d) *Tok kroz petlju se smanjuje, pa inducirana struja želi spriječiti smanjenje izvornog toka - teče suprotno smjeru kazaljke na satu (podupire postojeći tok).*

⑦ $W=10,52 \mu\text{J}$

⑧ $R_m=26,53 \cdot 10^4 \text{ A/Vs}$; $\phi=1,508 \text{ mVs}$

H - 1**1**Na polovištu spojnice $E=0$

3 $\lambda=44,25\ \mu\text{C}/\text{m}$

4Naboj $Q=-3\ \text{mC}$ jednoliko je raspoređen po površini globusa.

5
$$\varphi_A = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 a} \left(1 + \frac{\sqrt{2}}{2} \right)$$

7
$$C' = \frac{\epsilon_0 S}{d - d_{cu}}$$

8 a) $C'=C/\epsilon_r$ b) $Q'=Q/\epsilon_r$ c) $U'=U$ d) $E'=E$ e) $W'=W/\epsilon_r$

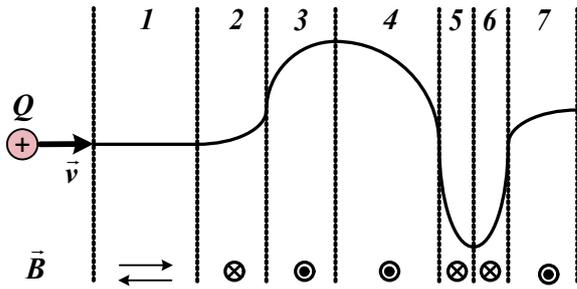
9 a) $C_{eq}=13,78\ \mu\text{F}$ b) $Q_4=826,8\ \mu\text{As}$ c) $U_1=20,24\ \text{V}$

10 a) Q konstantan $W'=0,2\ \text{W}$ smanji se za pet puta
b) U konstantan $W'=5\ \text{W}$ poveća se za pet puta

H – 2

- ❶ $I_{kabela}=10A$, $I_{radijatora}=13,64A$ → *Postupak je opasan (žica kabela će se grijati i rastopiti izolaciju što može izazvati požar).*
- ❷ $\vartheta=2320^{\circ}C$
- ❸ $\varphi_A=16V$
- ❹ *5 otpornika od $5k\Omega$ u paralelnom spoju ili 5 otpornika od 200Ω u serijskom spoju*
- (a) $E_1 = I_A(R_1 + R_2) - I_C R_1 - I_B R_2$
- ❺ (b) $0 = I_B(R_2 + R_3 + R_4) - I_C R_3 - I_A R_2$
- (c) $-E_2 = I_C(R_1 + R_3 + R_5) - I_A R_1 - I_B R_3$
- ❻ $U_R = \frac{1}{6}(U_1 + U_2)$
- ❼ $R=10k\Omega$, $P_{max}=150mW$

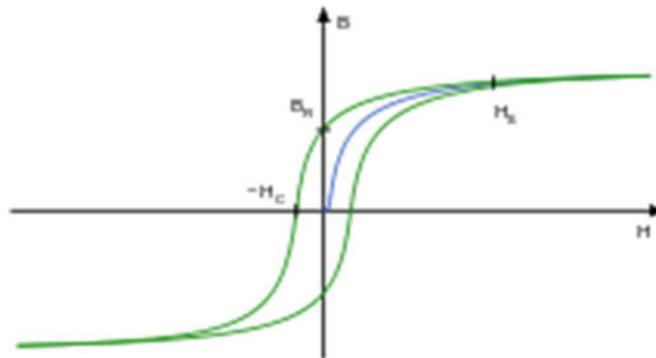
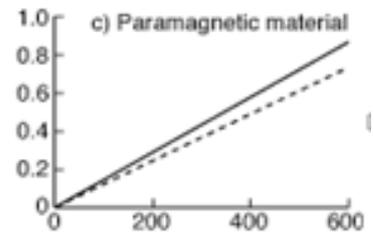
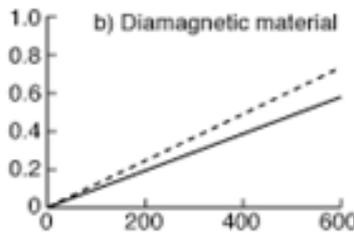
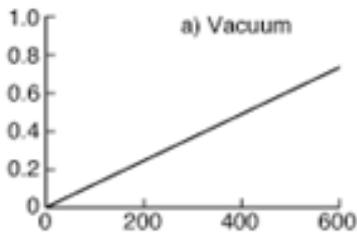
3



Najveća B je u područjima 5 i 6

4

- a) Umjesto magnetske igle uporabiti mali ravni svitak protjecan strujom. Svitak se ponaša kao štapičasti magnet.
- b) Magnetiziranim štapićima mogu se locirati krajevi (polovi) između kojih djeluje odbojna sila. Na nemagnetizirani štapić djeluje privlačna sila na obama krajevima (polovima) magnetiziranih štapića.
- c)



6 U gornjoj petlji ne inducira se struja. Petlja se kreće paralelno vodiču, pa se ne ostvaruje nikakva promjena magnetskoga toka.

Donja petlja se udaljava od vodiča. Jakost polja H se smanjuje, pa se smanjuje i magnetski tok. Po Lenzovu zakonu u petlji se inducira struja koja se svojim tokom suprotstavlja opadanju toka kroz petlju (podržava prethodno stanje). Zaključak: inducirana struja ima smjer kazaljke na satu.

$\Phi \otimes$; $\Delta\Phi \odot$; $\Phi_{ind} \otimes$

$$7 \quad W_{el} = \frac{S^2 \Delta B^2}{R \Delta t} = 2 \cdot 10^{-4} \text{ J}$$

$$8 \quad l'_{zice} = l_{zice} ; d' = 3d ; N' = \frac{N}{3} ; l'_{svitka} = \frac{l_{svitka}}{3} ; S' = 9S \Rightarrow L' = 3L$$

$$10 \quad W_{m_0} = 125 \mu\text{J} \quad t = 2\text{s}$$

H - 32

$$3 \quad \text{a) } B_a = 10 \mu\text{T} \quad \text{b) } r = 25\text{m}$$

4 *Otklanja se ulijevo.*

$$6 \quad e = -1000\text{V}$$

$$8 \quad L = 20\text{mH}$$

$$9 \quad M = 150\text{mH} \quad , \quad k = 0,375$$

$$10 \quad B_0 = 0,2513\text{T} \quad , \quad W_m = 0,0754\text{J}$$

I - 1

$$1 \quad Q_1 = 87,2 \mu\text{C} ; Q_2 = 12,8 \mu\text{C}$$

$$4 \quad U = 9 \text{ kV}$$

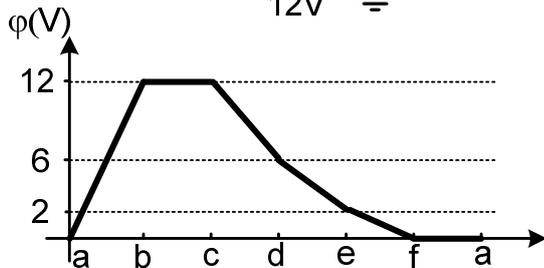
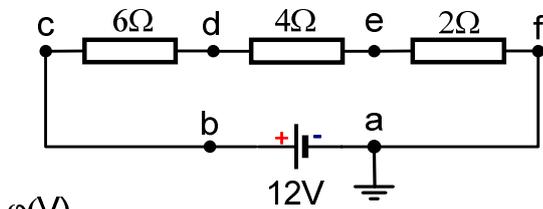
$$7 \quad C = 7,5 \mu\text{F}$$

$$8 \quad C = \varepsilon_1 \frac{S_1}{d} + \varepsilon_2 \frac{S_2}{d} ; E_{1r} = E_{2r} ; \frac{D_{1t}}{D_{2t}} = \frac{\varepsilon_{r1}}{\varepsilon_{r2}}$$

$$9 \quad C_{AB} = 1 \mu\text{F} ; Q_4 = 10 \mu\text{C} ; Q_3 = 5 \mu\text{C} ; Q_1 = Q_2 = 5 \mu\text{C} ; U_4 = U_3 = 5\text{V} ; U_1 = U_2 = 2,5\text{V}$$

I-2

1



2 $R_u = 2,4\Omega$; $R = 3,6\Omega$; $P = 14,4W$

3. *Serijski spoj: žarulja \check{Z}_1 svijetli jače (snaga $P=I^2R$ veća je na većem otporu)
Paralelni spoj: žarulja \check{Z}_2 svijetli jače (snaga $P=U^2/R$ veća je na manjem otporu)*

7 $I=1A$

8 $U_{AB}=U_{AB}'+U_{AB}''=(40+40)V=80V$

9 $R_T=16\Omega$; $E_T=12V$

10 $R_N=16\Omega$, $I_N=14A$

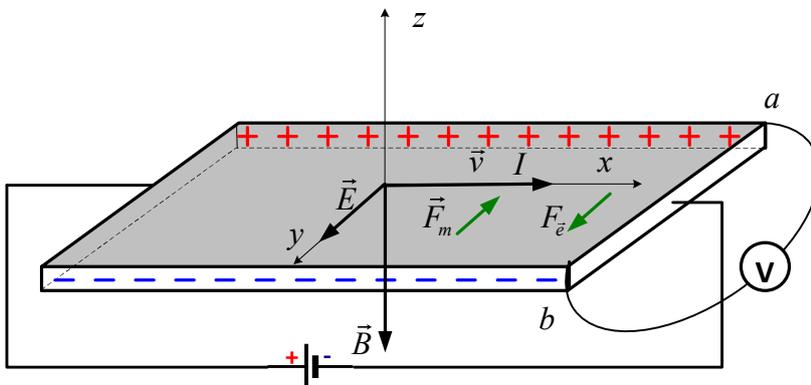
I-3

3 $B = \frac{\mu_0 I}{8R}$

- 4 $F_m = F_{el} \Rightarrow v = E/B$
 $F_m < F_{el}$, $E > B$ - *otklanja se prema dolje (ispod otvora S_2)*

$F_m > F_{el}$, $E < B$ - otklanja se prema gore (iznad otvora S_2)

5 Predznak naboja je pozitivan.



6

- a) Da
- b) Suprotan kazaljki na satu – inducirana struja protivi se narinutoj promjeni
- c) Da
- d) Odbojna – petljama teku struje suprotnoga smjera
- e) Da
- f) U smjeru kazaljke na satu

7

Inducirani napon mijenja se po sinusoidnom zakonu ; $\omega = 25 \text{ rad/s}$; $f = 3,98 \text{ Hz}$;

8

$$e = -L \Delta I / \Delta t \Rightarrow L = 1 \text{ H}$$

10

$$W_m = B^2 V / 2 \mu_0 \Rightarrow W_m = 12,5 \text{ J}$$

Primjeri potpunih rješenja pitanja i zadataka

I. kolokvij – ELEKTROSTATIKA

❶ Dvije nevodljive kuglice udaljene su jedna od druge za $d=1\text{ m}$. Ukupni naboj na kuglicama je $Q=100\ \mu\text{C}$, a između njih djeluje odbojna sila $F=10\text{ N}$. Odredite naboje Q_1 i Q_2 na pojedinim kuglicama.

Rješenje:

$$Q = Q_1 + Q_2$$
$$F = k \frac{Q_1 \cdot Q_2}{d^2} = k \frac{Q_1 \cdot (Q - Q_1)}{d^2} \Rightarrow Q_1^2 - QQ_1 + \frac{Fd^2}{k} = 0$$
$$Q_1 = \frac{Q \pm \sqrt{Q^2 - 4 \frac{Fd^2}{k}}}{2} = \frac{100 \cdot 10^{-6} \pm \sqrt{(100 \cdot 10^{-6})^2 - 4 \frac{10 \cdot 1^2}{9 \cdot 10^9}}}{2}$$

$$Q_1 = 87,2\ \mu\text{C}$$

$$Q_2 = (100 - 87,2)\ \mu\text{C} = 12,8\ \mu\text{C}$$

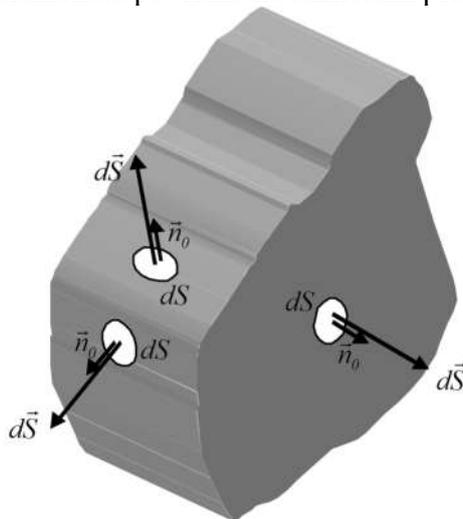
❷ Prikaz površine vektorom, tok vektora električnog polja, integralni oblik Gaussova zakona. Što se može zaključiti iz Gaussova zakona i koji je postupak njegove primjene?

Rješenje:

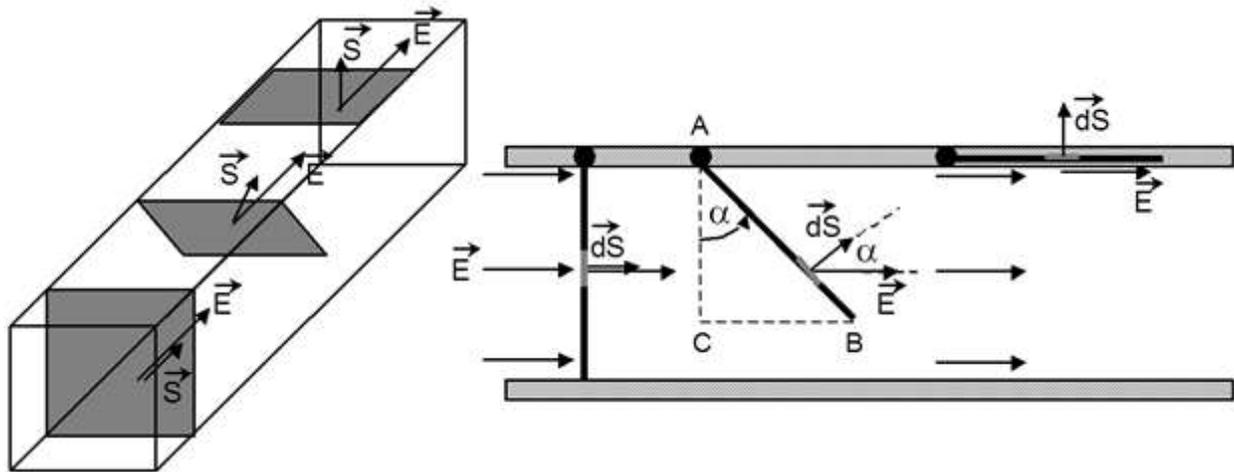
Vektor elementa površine:

$$d\vec{S} = dS \cdot \vec{n}_0$$

Proizvoljno tijelo s primjerima elemenata površine na različitim plohama tijela:



Shematski prikaz toka vektora električnog polja.



Tok vektora polja Ψ je skalarna veličina, a dobije se kao umnožak polja E i efektivne površine S_{ef} u koju „ulazi“ vektor polja:

$$\Psi = \vec{E} \cdot \vec{S} = ES \cos \alpha.$$

Poseban je slučaj izračunavanje toka elektrostatičkoga polja kroz zatvorenu plohu proizvoljna oblika. Ukupan tok vektora elektrostatičkoga polja \vec{E} kroz zatvorenu površinu \vec{S} dobije se zbrajanjem umnožaka $\vec{E} \cdot d\vec{S}$ za sve elemente površine dS :

$$\Psi_{el} = \oint_S d\Psi = \oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S}.$$

Gaussov zakon u integralnoj formi:

$$\Psi_{el} = \oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{Q_{uk}}{\epsilon_0} \quad (0-1)$$

Ukupni tok Ψ elektrostatičkoga polja \vec{E} kroz bilo koju zatvorenu plohu S , odnosno integral skalarnog umnoška $\vec{E} \cdot d\vec{S}$ po toj plohi, jednak je ukupnom električnom naboju Q_{uk} obuhvaćenom tom plohom, podijeljenom s dielektričnom konstantom vakuuma.

Iz Gaussova zakona slijede zaključci:

- tok elektrostatičkoga polja ovisi samo o iznosu naboja obuhvaćenog zatvorenom plohom;
- položaj naboja unutar plohe, kao ni veličina i oblik zatvorene plohe nemaju utjecaja na elektrostatički tok;
- ako zatvorenom plohom nije obuhvaćen nikakav naboj, tok elektrostatičkoga polja jednak je nuli, dakle $\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = 0$;
- naboji izvan zatvorene plohe ne utječu na tok (broj ulaznih jednak je broju izlaznih silnica).

Postupak primjene Gaussova zakona:

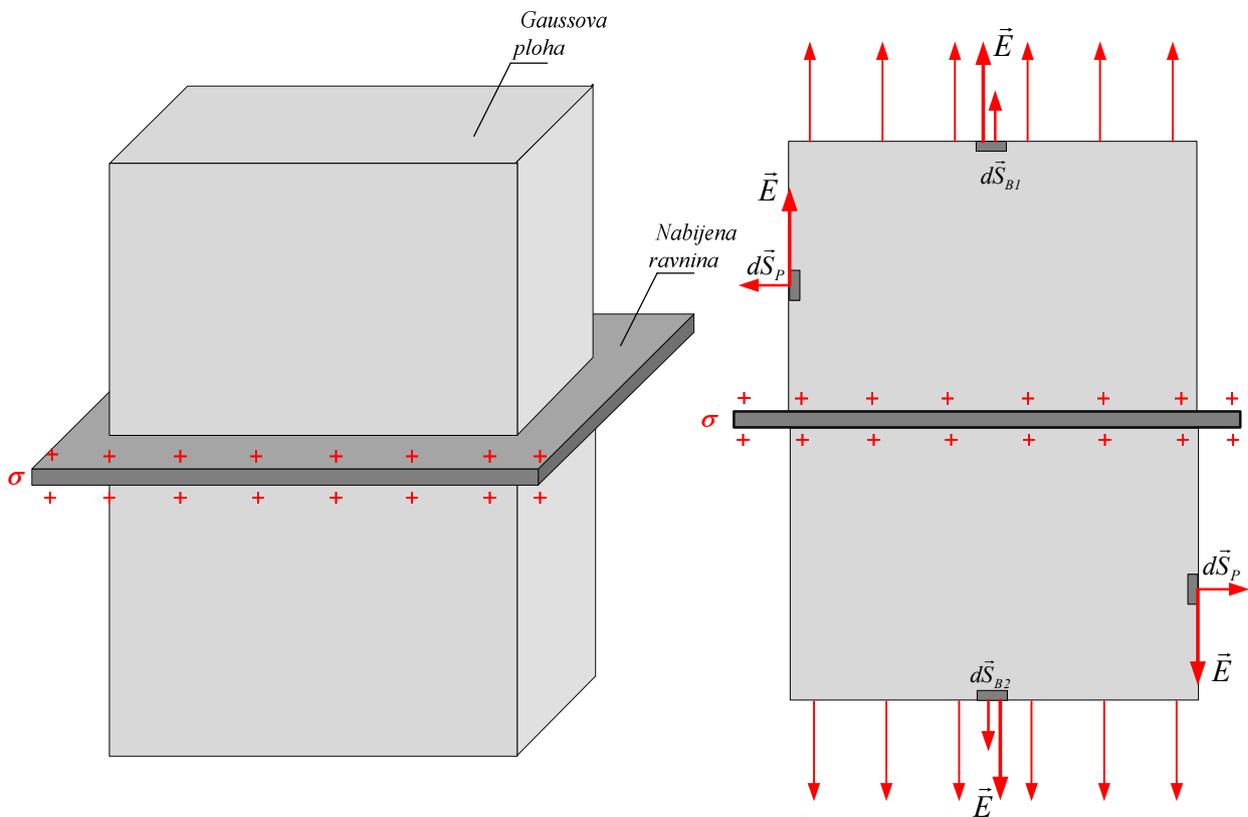
- oko naboja čije elektrostatičko polje želimo odrediti postavi se u općem slučaju bilo koja zatvorena ploha (kada je poznata raspodjela naboja u rješavanju je potrebno slijediti simetriju zadane raspodjele – u slučaju točkastog naboja to bi bila koncentrična kugla);
- zatvorena ploha podijeli se na vrlo male elemente plohe dS prikazane odgovarajućim vektorom usmjerenim izvan obujma obuhvaćenog plohom;
- odredi se pripadni vektor \vec{E} za odabrani element plohe $d\vec{S}$;

- postavi se izraz za pripadni element toka, tj. skalarni umnožak $\vec{E}d\vec{S}$;
- zbrajanjem elemenata toka (integriranjem) po cijeloj zatvorenoj plohi odredi se ukupni tok;
- primijeni se Gaussov zakon – izjednači dobiveni tok s ukupno obuhvaćenim nabojem i podijeli s ϵ_0 ;
- iz dobivene jednačbe izrazi se elektrostatičko polje.

❸ Temeljem Gaussova zakona izvedite relaciju za električno polje neograničeno duge nabijene ravne plohe.

Rješenje:

Vrlo velika ravna ploha površine S nabijena je pozitivnom plošnom gustoćom naboja. Silnice polja izviru okomito s nabijene plohe s obje strane plohe. Gaussovu plohu možemo birati u obliku cilindra čije su baze paralelne s ravnom plohom.



Početni oblik Gaussova zakona:

$$\oint_{S_G} \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{Q_{uk}}{\epsilon_0} = \frac{1}{\epsilon_0} \int \sigma dS$$

Ukupni tok kroz zatvorenu plohu potrebno je razložiti na tokove kroz baze (B_1, B_2) i četiri pobočke (p) Gaussova kvadra. Doprinos toka kroz sve pobočke jednak je nuli, jer su vektori polja i pripadnih elemenata Gaussove plohe međusobno okomiti. Preostaje samo tok kroz obje baze kvadra:

$$\int_{B_1} \vec{E} \cdot d\vec{S}_{B_1} + \int_{B_2} \vec{E} \cdot d\vec{S}_{B_2} = \frac{1}{\epsilon_0} \int \sigma dS .$$

Polje \vec{E} i elementi površine obje baza $d\vec{S}_{B_1}, d\vec{S}_{B_2}$ kolinearni su u svakoj točki plašta. Budući da su

polje plašta i gustoća σ konstantnog iznosa, gornja jednačba postaje:

$$E \int_{B1} dS_{B1} + E \int_{B2} dS_{B2} = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \int dS .$$

Integracijom elemenata površine nabijene ravnine dS dobije se površina S , a integracijom elemenata površine obiju baza $d\vec{S}_{B1}, d\vec{S}_{B2}$ također ukupna površina S za svaku od baza, jer Gaussova ploha mora u potpunosti obuhvaćati nabijenu plohu. Slijedi:

$$E \cdot S + E \cdot S = \frac{\sigma}{\epsilon_0} S .$$

Polje vrlo velike nabijene ravnine je:

$$E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} .$$

Polje ne ovisi o udaljenosti od nabijene plohe, već samo o plošnoj gustoći naboja i sredstvu u kojem se ravnina nalazi.

Ⓐ Za suha vremena, kao posljedica trenja s okolnim predmetima, tijelo se nabije određenom količinom električnog naboja. Dodirom metalne kvake na vratima osjeti se lagani električni udar. Udar se manifestira kao tanka iskra koja preskoči između ruke i kvake u trenutku kada je udaljenost ruke od kvake približno 3 mm . Proboj u zraku najčešće se događa kada jakost električnog polja prijeđe granicu od $3 \cdot 10^6 \text{ V/m}$. Kolika bi približno trebala biti razlika potencijala između ruke i kvake u trenutku strujnog udara?

Rješenje:

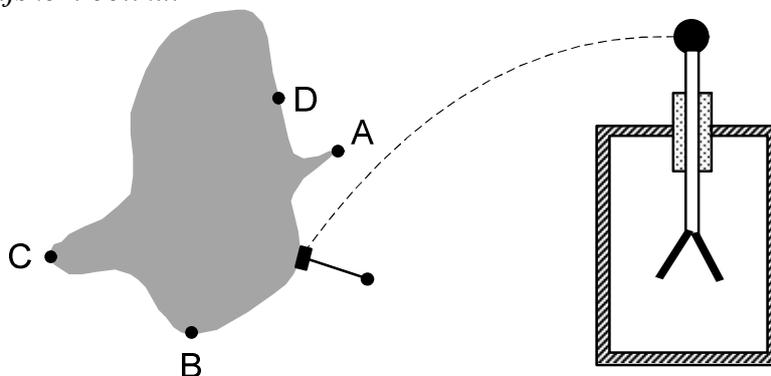
$$U = E \cdot d = 3 \cdot 10^6 \cdot 3 \cdot 10^{-3} \text{ V}$$

$$U = 9 \text{ kV}$$

Ⓑ Raspodjela naboja na površini vodiča: ovisnost o geometrijskom obliku površine vodiča (dokazati tvrdnje) i ovisnost o načinu elektriziranja.

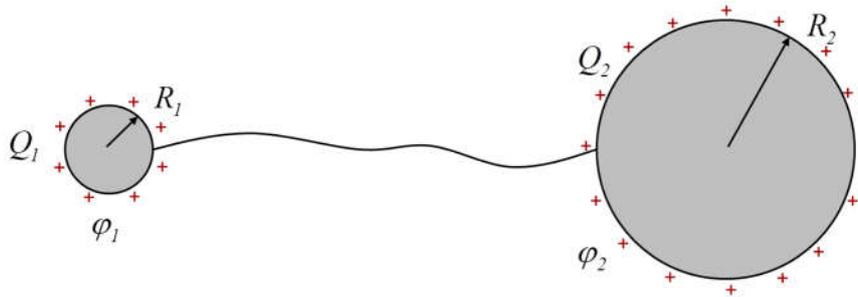
Rješenje:

Ovisnost o geometrijskom obliku:



Pokus određivanja plošne gustoće naboja nabijenog vodljivog tijela

Teorijski dokaz:



Ovisnost jakosti polja i gustoće naboja o radijusu zakrivljenosti plohe

Pretpostavka je da su kugle međusobno vrlo udaljene ($d \gg R_1, R_2$). Ako kugle nabijemo nabojem Q i povežemo tankom metalnom žicom, cijeli je sustav na jednakom potencijalu: $\varphi_1 = \varphi_2 = \varphi$.

Za potencijale kugla vrijedi:

$$\varphi_1 = \frac{Q_1}{4\pi\epsilon_0 R_1} \quad ; \quad \varphi_2 = \frac{Q_2}{4\pi\epsilon_0 R_2} \quad .$$

Izjednačavanjem potencijala dobije se:

$$\frac{Q_1}{4\pi\epsilon_0 R_1} = \frac{Q_2}{4\pi\epsilon_0 R_2} \quad \Rightarrow \quad \frac{Q_1}{Q_2} = \frac{R_1}{R_2} \quad .$$

Ako se naboji izraze temeljem pripadnih plošnih gustoća i površine kugla ($Q = \sigma S$), slijedi:

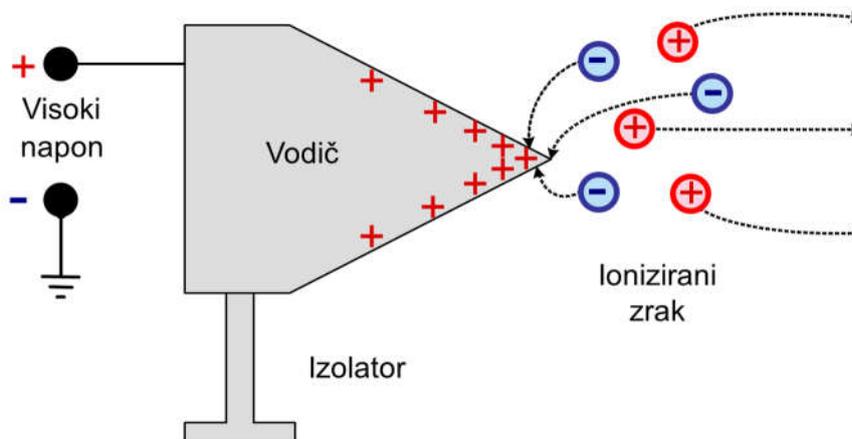
$$\frac{\sigma_1 4\pi R_1^2}{\sigma_2 4\pi R_2^2} = \frac{R_1}{R_2} \quad \Rightarrow \quad \frac{\sigma_1}{\sigma_2} = \frac{R_2}{R_1} \quad .$$

Dakle, plošna je gustoća naboja obrnuto proporcionalna radijusu zakrivljenosti vodiča. Isto vrijedi i za odnos jakosti elektrostatičkog polja i polumjera zakrivljenosti. Polje na površini vodljive kugle je $E = \sigma/\epsilon_0$, pa je:

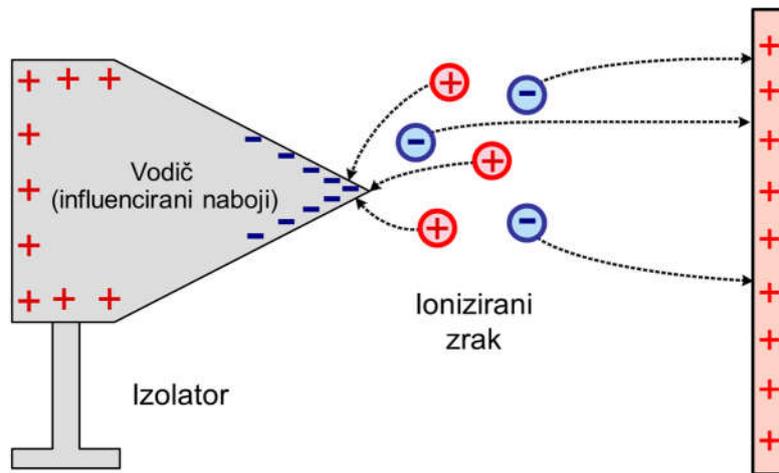
$$\frac{E_1}{E_2} = \frac{\frac{\sigma_1}{\epsilon_0}}{\frac{\sigma_2}{\epsilon_0}} = \frac{\sigma_1}{\sigma_2} = \frac{R_2}{R_1} \quad .$$

Minimalni radijus zakrivljenosti na površini je oblika šiljka, pa će na šiljku biti najveća plošna gustoća naboja, odnosno najveći intenzitet polja.

Ovisnost o načinu elektriziranja:



Istjecanje naboja sa šiljka



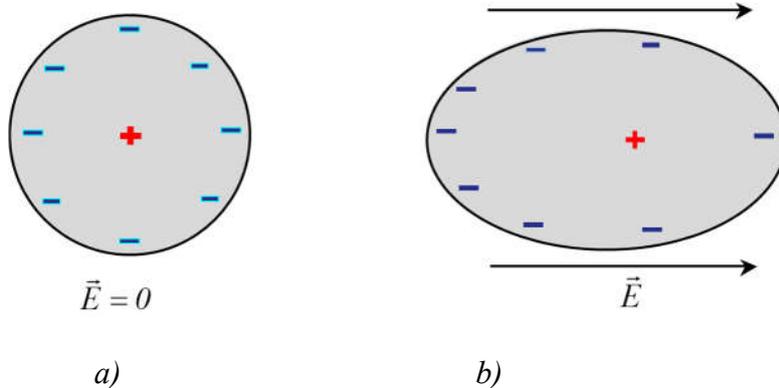
Usisavanja naboja

6 Objasnite pojavu električne polarizacije u materijalima s polarnim i nepolarnim molekulama. Što su vektori električne polarizacije i električnog pomaka i u kakvoj su vezi s električnim poljem?

Rješenje:

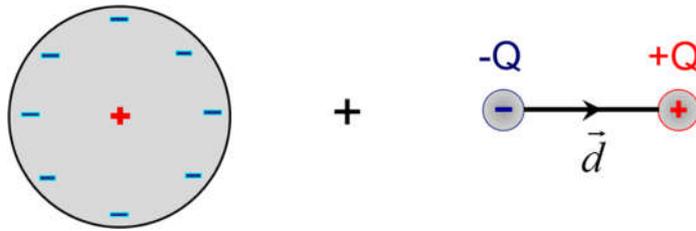
Inducirani dipoli:

Materijali s nepolarnim molekulama prije unošenja u električno polje ponašaju se električki neutralno u odnosu na okolinu.



Polarizacija nepolarnog atoma ili molekule

Pozitivni naboji pomaknu se iz ravnotežnog stanja u smjeru polja pod djelovanjem sile $F_+ = Q\vec{E}$, a negativni naboji u suprotnom smjeru zbog sile $\vec{F}_- = Q\vec{E}$. Nastala je elastična deformacija koja predstavlja novo ravnotežno stanje u kojem Coulombovim silama ravnotežu drže unutarnje privlačne sile naboja atoma. Kao ukupni rezultat pomaka naboja formira se *električni dipol*, a dielektrik postaje polariziran. Dipol je općenito sastavljen od dvaju točkastih naboja jednakog iznosa, a suprotnog predznaka. *Polarizacija* je proces formiranja električnih dipola usmjerenih pod djelovanjem vanjskog polja. Dipoli stvoreni od nepolarnih atoma/molekula su *inducirani dipoli*. Vektor \vec{d} pokazuje iznos i orijentaciju dipola u prostoru. Ekvivalent polariziranog atoma ili molekule:



Karakteristike dipola određuje *električni dipolni moment*:

$$\vec{p} = Q\vec{d} \text{ [As}\cdot\text{m]}.$$

Stanje polarizacije može se opisati pomoću *vektora polarizacije*:

$$\vec{P} = N\vec{p} \text{ [m}^{-3} \cdot \text{Cm} = \text{Cm}^{-2}\text{]},$$

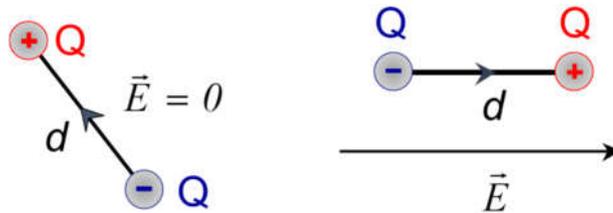
gdje je N broj molekula po jedinici obujma, a \vec{p} dipolni moment jedne molekule – dipola. Vektor polarizacije ima dimenziju plošne gustoće naboja. Kao i dipolni moment razmjernan je jakosti električnog polja:

$$\vec{P} = \alpha\vec{E},$$

pri čemu je α koeficijent polarizacije dielektrika s nepolarnim atomima/molekulama.

Permanentni dipoli:

Dielektrici s polarnim molekulama imaju dipolni moment različit od nule i kad se ne nalaze u vanjskom električnom polju. Molekule same po sebi već su dipoli, pa ih nazivamo *permanentnim dipolima*. Međutim, zbog termičkog gibanja, osi permanentnih dipola kaotično su raspoređene u prostoru, tako da se i takav dielektrik prema vani ponaša električki neutralno $\sum_i \vec{p}_i = 0$.



Polarizacija polarnih molekula s permanentnim dipolima

Vektor polarizacije proporcionalan je jakosti polja:

$$\vec{P} = \alpha'\vec{E},$$

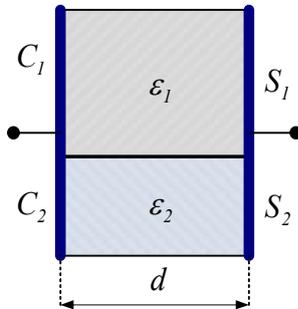
pri čemu je α' koeficijent polarizacije dielektrika s polarnim atomima/molekulama.

7 U projektirani električni krug tehničar je greškom spojio kondenzator od $15 \mu\text{F}$ umjesto predviđenog kondenzatora od $5 \mu\text{F}$. Što tehničar mora napraviti da bez odstranjivanja kondenzatora od $15 \mu\text{F}$ zadovolji projektni zadatak?

Rješenje:

$$5 = \frac{15 \cdot C_x}{15 + C_x} \Rightarrow 75 + 5C_x = 15C_x$$

$$C = 7,5 \mu F$$



8 Izvedite izraz za ukupnu kapacitivnost kondenzatora s dvoslojnim dielektrikom (uzdužni spoj). Nacrtajte raspodjelu silnica vektora električnog polja E i vektora električnog pomaka D . Što se može zaključiti za tangencijalne komponente navedenih vektora?

Rješenje:

Za uzdužni spoj vektora \vec{E} i \vec{D} imaju samo tangencijalne komponente u oba sredstva ($E_1 = E_{1t}$, $E_2 = E_{2t}$, $D_1 = D_{1t}$, $D_2 = D_{2t}$). Kako su oba sloja priključena na isti napon, ista je i jakost polja u oba sloja $E_1 = E_2 = U/d$, pa je:

$$E_{1t} = E_{2t}.$$

Zaključak: Tangencijalne komponente vektora električnoga polja \vec{E} preko uzdužne granične plohe dvaju dielektrika prolaze kontinuirano.

U obje sredine električno polje je jednako i homogeno. Ako gornju jednakost izrazimo preko tangencijalnih komponenata vektora pomaka, dobije se:

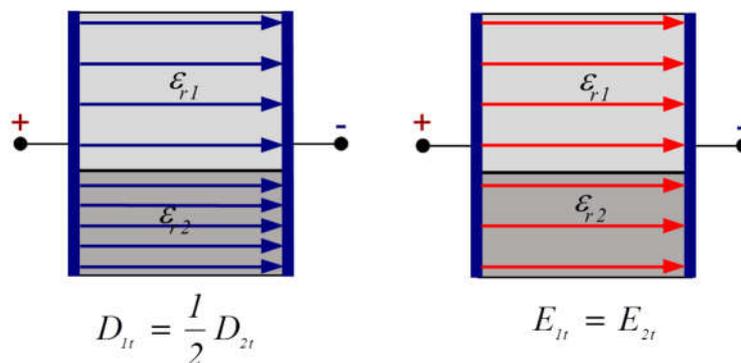
$$\frac{D_{1t}}{\epsilon_0 \epsilon_{r1}} = \frac{D_{2t}}{\epsilon_0 \epsilon_{r2}}.$$

Omjer tangencijalnih komponenata vektora električnoga pomaka je:

$$\frac{D_{1t}}{D_{2t}} = \frac{\epsilon_{r1}}{\epsilon_{r2}}.$$

Zaključak: Tangencijalne komponente vektora električnoga pomaka \vec{D} preko uzdužne granične plohe dvaju dielektrika prolaze skokovito – proporcionalno omjeru njihovih dielektričnosti.

Raspodjela silnica u slojevima za slučaj $\epsilon_{r2} = 2\epsilon_{r1}$:



Električni pomak veći je u sredstvu veće dielektričnosti.

Nadomjesna kapacitivnost kondenzatora s uzdužno postavljenim slojevima može se smatrati paralelnim spojem kondenzatora jer se obloge nalaze na jednakom naponu. Kako bi se sačuvala razlika potencijala, dolazi do preraspodjele naboja na dijelovima obloga S_1 i S_2 , pa je ukupni naboj:

$$Q = Q_1 + Q_2 = D_{1t}S_1 + D_{2t}S_2 = \varepsilon_1 S_1 E_{1t} + \varepsilon_2 S_2 E_{2t} = (\varepsilon_1 S_1 + \varepsilon_2 S_2) \frac{U}{d}.$$

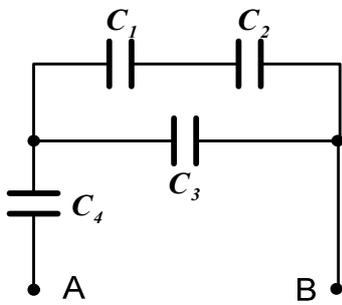
Iz omjera Q/U dobije se nadomjesna kapacitivnost:

$$C_b = \varepsilon_1 \frac{S_1}{d} + \varepsilon_2 \frac{S_2}{d} = C_1 + C_2,$$

gdje je:

$$C_1 = \varepsilon_1 \frac{S_1}{d}, \quad C_2 = \varepsilon_2 \frac{S_2}{d}, \quad S = S_1 + S_2.$$

Zaključak: Kada je višeslojni dielektrik postavljen okomito na obloge kondenzatora, njegova kapacitivnost ekvivalentna je paralelnom spoju kondenzatora. Broj paralelno spojenih kondenzatora odgovara broju slojeva dielektrika.



9 Odredite nadomjesnu kapacitivnost C_{AB} ako je $C_1=C_2=C_4=2 \mu F$, $C_3=1 \mu F$. Odredite naboj i razliku potencijala na svakom od kondenzatora ako je $U_{AB}=10 V$.

$$C_{AB} = \frac{\left(\frac{C_1 \cdot C_2}{C_1 + C_2} + C_3 \right) \cdot C_4}{\frac{C_1 \cdot C_2}{C_1 + C_2} + C_3 + C_4} = \frac{(1+1) \cdot 2}{1+1+2} \Rightarrow C_{AB}=1 \mu F$$

$$Q = C_{AB} \cdot U = 10 \mu C = Q_4$$

$$U_4 = \frac{Q_4}{C_4} = \frac{10 \cdot 10^{-6}}{2 \cdot 10^{-6}} = 5V$$

$$U_3 = U - U_4 = 5V = U_{12}$$

$$U_1 = U_2 = 2,5V$$

$$U_1 = U_2 = 2,5V$$

$$Q_3 = U_3 \cdot C_3 = 5 \mu C$$

$$Q_{12} = Q_1 = Q_2 = U_{12} \cdot C_{12} = 5 \mu C$$

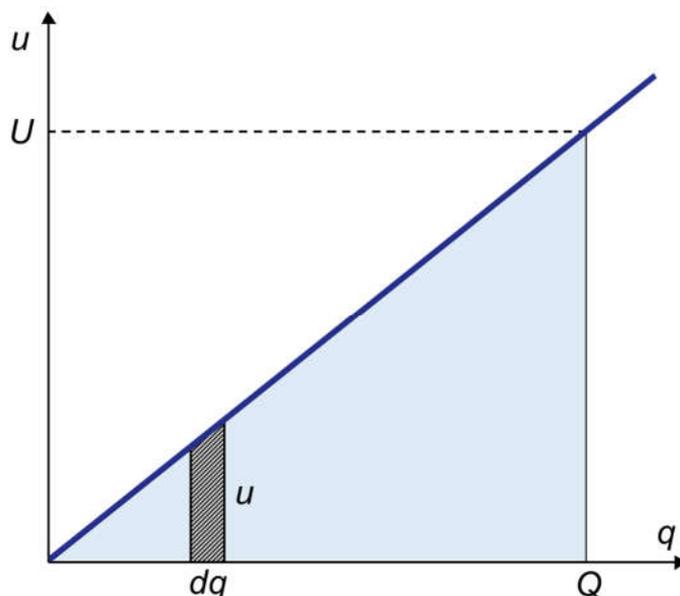
10 Izvedite izraz za elektrostatičku energiju i volumensku gustoću energije nabijenog pločastog kondenzatora.

Rješenje:

Pretpostavimo da je nekom kondenzatoru s prethodno nenabijenim elektrodama pri prijenosu elementa naboja dq trenutna vrijednost napona u . Kako bismo savladali sile elektrostatičkoga polja?

Prinosimo li elementarni naboj dq s negativne na pozitivnu elektrodu pločastog kondenzatora, moramo uložiti neki element rada $dA = u dq$.

Grafički prikaz odnosa između naboja i napona te odabrani element ostvarenog rada:



Uvrsti li se poznati linearni odnos između naboja i napona $u = q/C$, element rada postaje:

$$dA = \frac{q}{C} dq.$$

Ukupni rad potreban da se kondenzator nabije nekim konačnim nabojem Q dobije se sumiranjem elemenata rada:

$$A = \int_0^Q \frac{q}{C} dq = \frac{1}{C} \frac{q^2}{2} \Big|_0^Q = \frac{Q^2}{2C}.$$

Prema zakonu o očuvanju energije izvršeni rad pretvorio se u energiju W elektrostatičkoga polja kondenzatora:

$$W = \frac{Q^2}{2C} = \frac{1}{2} QU = \frac{1}{2} CU^2.$$

Energiju možemo dovesti u vezu s veličinama jakosti polja E i gustoće toka pomaka D , koje opisuju elektrostatičko polje u prostoru između obloga kondenzatora:

$$W = \frac{1}{2} QU = \frac{1}{2} \underbrace{DS}_{\frac{Q}{V}} \cdot \underbrace{Ed}_{\frac{U}{V}} = \frac{1}{2} DEV,$$

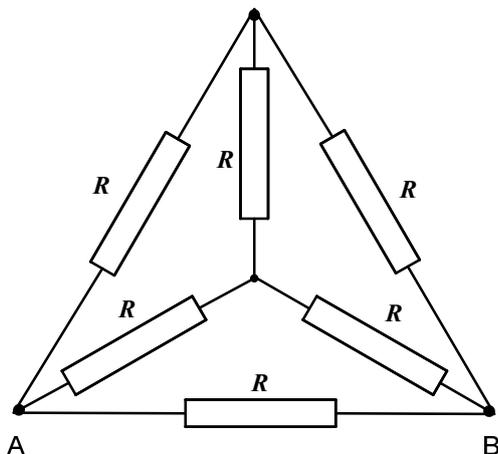
gdje je $V = Sd$ volumen prostora između obloga kondenzatora. Kako je $D = \epsilon E$, energija pločastog kondenzatora može se pisati i u obliku:

$$W = \frac{1}{2} DEV = \frac{1}{2} \epsilon E^2 V = \frac{D^2 V}{2\epsilon}.$$

Te relacije zapravo kazuju kako je energija smještena u elektrostatičkom polju koje je njezin nositelj. Volumenska gustoća energije w je:

$$w = \frac{W}{V} = \frac{1}{2} DE = \frac{1}{2} \epsilon E^2 = \frac{D^2}{2\epsilon}.$$

II. kolokvij – ISTOSMJERNE STRUJE

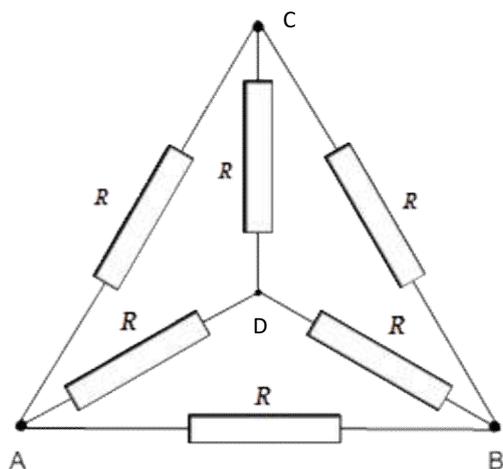


1 Odredite nadomjesni otpor R_{AB} .

Rješenje:

Transformacija središnje zvijezde otpora R u trokut $3R$:

$$R \parallel 3R = \frac{3}{4}R \quad \Rightarrow \quad \frac{3}{4}R + \frac{3}{4}R = \frac{3}{2}R \quad \Rightarrow \quad \frac{3}{2}R \parallel \frac{3}{4}R = \frac{1}{2}R.$$



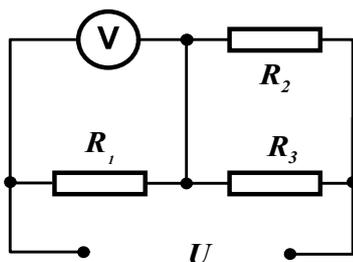
Zadatak se može riješiti temeljem simetrije kruga (jednakosti potencijala $\varphi_C = \varphi_D$).

Dobije se:

$$\left(\frac{1}{2}R + \frac{1}{2}R \right) \parallel R = \frac{1}{2}R$$

ili

$$(R + R) \parallel (R + R) \parallel R = \frac{1}{2}R.$$



2 Otpor R_2 smješten je u posudu u kojoj vlada promjenljiva temperatura. Na sobnoj temperaturi $\vartheta = 20^\circ\text{C}$ otpor mu je $R_{20} = 180\ \Omega$. Na kojoj će temperaturi voltmetar pokazivati polovicu napona izvora ($U_V = \frac{1}{2}U$)? Zadano je: $R_1 = 100\ \Omega$, $R_3 = 200\ \Omega$, $\alpha = 0,004\ \text{C}^{-1}$.

Rješenje:

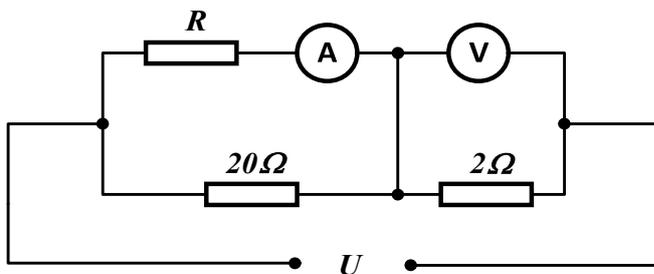
Kako bi voltmetar pokazivao $U_V = \frac{1}{2}U$, mora biti: $R_1 = R_2 || R_3$

$$100 = \frac{200 \cdot R_2}{200 + R_2} \Rightarrow R_2 = 200 \Omega$$

$$R_t = R_0 (1 + \alpha \Delta \vartheta)$$

$$200 = 180 (1 + 0,004 \Delta \vartheta) \Rightarrow \Delta \vartheta = 27,77^\circ = \vartheta_2 - 20^\circ$$

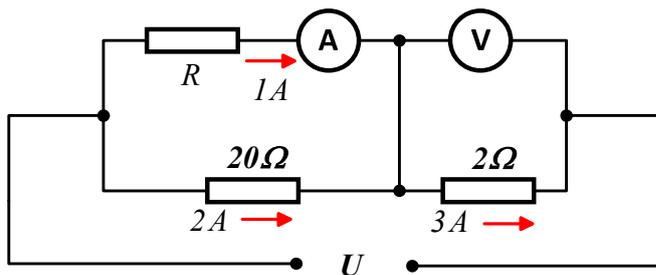
$$\vartheta_2 = 47,77^\circ.$$



3 Idealni instrumenti pokazuju: $U_V = 6 V$, $I_A = 1 A$. Koliki je otpor R ?

Rješenje:

Temeljem očitavanja instrumenata mogu se odrediti struje u svim granama kruga:



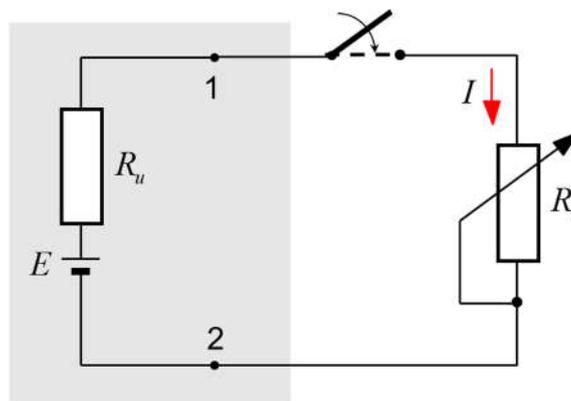
$$U_R = 20 \cdot 2 = 40V$$

$$R = 40 \Omega$$

4 Nadomjesni naponski izvor (modovi rada izvora, strujno-naponska karakteristika izvora i trošila).

Rješenje:

Temeljni strujni krug s nadomjesnim naponskim izvorom:



$$I = \frac{E}{R_{eq}} = \frac{E}{R_u + R_t}$$

$$U_{12} = E - IR_u = E \frac{R_t}{R_u + R_t} = IR_t$$

Svaki se izvor ovisno o veličini vanjskog opterećenja može nalaziti u jednom od triju modova rada:

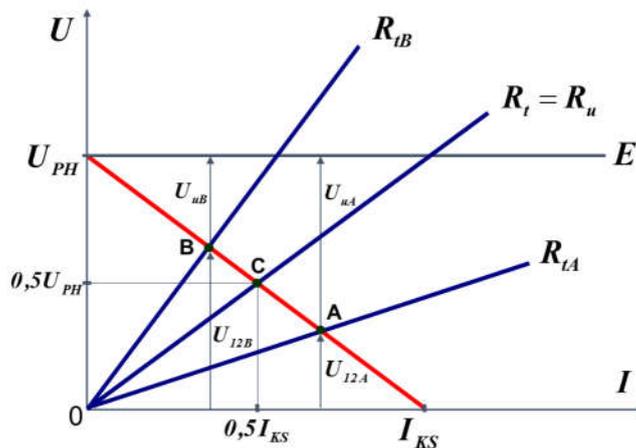
- stanje kratkoga spoja
- stanje praznoga hoda (otvorenoga kruga)
- stanje opterećenja.

Prazni hod (PH) ili otvoreni krug (OK): $R_T \rightarrow \infty$, $I = 0$, $U_{12} = E = U_{PH}$.

Kratki spoj (KS): $R_T = 0$, $U_{12} = 0$, $I = \frac{E}{R_u} = I_{KS}$.

Praktični mod rada izvora je stanje opterećenja, koje se može shvatiti kao normalno stanje eksploatacije električne mreže.

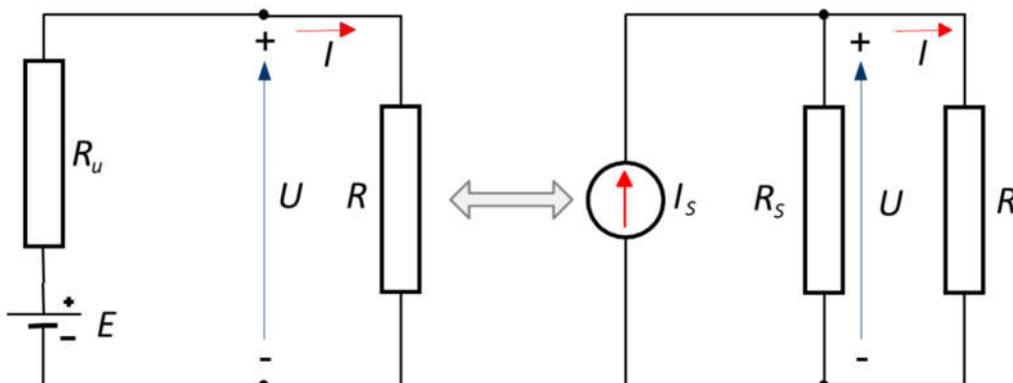
Strujno-naponska karakteristika izvora i trošila:



6 Kako se naponski izvor pretvara u ekvivalentni strujni izvor?

Rješenje:

Pretvorbe: naponski izvor \Leftrightarrow strujni izvor



$$\frac{E}{R_u + R} = I_S \frac{R_S}{R_S + R}$$

Jednadžba će biti zadovoljena za svaki R ako je:

$$E = R_S I_S \quad , \quad R_u = R_S.$$

Za pretvorbu zadanoga naponskog izvora u nadomjesni strujni izvor dobije se:

$$I_S = \frac{E}{R_u} \quad , \quad R_S = R_u.$$

Za idealni naponski izvor ne postoji ekvivalentni strujni izvor, jer bi za $R_u=0$ bio i $R_S=0$, a struja $I_S \rightarrow \infty$. Također vrijedi kako nema ekvivalenta idealnomu strujnom izvoru, jer bi se za neki konačan I_S i $R_S \rightarrow \infty$ dobilo $R_u \rightarrow \infty$ i $E \rightarrow \infty$.

⑥ Prilagodba snage.

Rješenje:

Korisna snaga na otporu trošila:

$$P_k = P_t = I^2 R_t = \left(\frac{E}{R_u + R_t} \right)^2 R_t = \frac{E^2 R_t}{(R_u + R_t)^2}.$$

Snaga će na trošilu biti maksimalna ako prvu derivaciju funkcije $P_T = f(R_T)$ izjednačimo s nulom:

$$\frac{\partial P_t}{\partial R_t} = 0.$$

Primjenom pravila za deriviranje kvocijenta:

$$\frac{E^2 (R_u + R_t)^2 - 2E^2 R_t (R_u + R_t)}{(R_u + R_t)^4} = 0.$$

Nakon kraćenja i sređivanja:

$$R_u + R_t - 2R_t = 0,$$

pa je konačni uvjet za prilagodbu snage:

$$R_t = R_u.$$

Zaključak: Korisna snaga koja se predaje trošilu postiže maksimum kada je otpor trošila jednak unutarnjem otporu izvora.

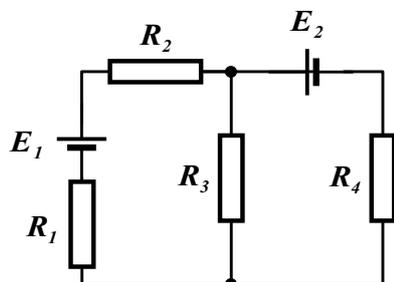
Tada je:

$$I = \frac{E}{2R_u} = \frac{E}{2R_t} = \frac{I_{KS}}{2} \quad , \quad U_{12} = \frac{E}{2} = \frac{U_{PH}}{2},$$

a maksimalna snaga iznosi: $P_{i_{max}} = \frac{E^2}{4R_i}$.

Korisnost kruga u modu prilagođenog opterećenja je: $\eta = \frac{R_i}{R_u + R_i} = 0,5$,

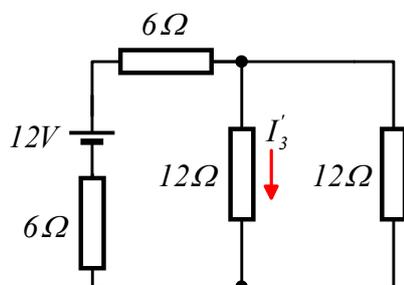
odnosno u %-tcima samo 50 %, jer se polovica snage gubi na unutarnjem otporu izvora.



7 Metodom superpozicije odredite struju kroz otpornik R_3 :
 $R_1=R_2=6 \Omega$, $R_3=R_4=12 \Omega$, $E_1=12 V$; $E_2=6 V$.

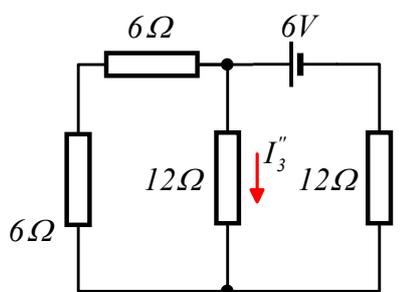
Rješenje:

Djeluje samo E_1 :



$$I'_3 = \frac{U'_3}{R_3} = \frac{12 \frac{12 || 12}{12 || 12 + 12}}{12} = \frac{1}{3} A$$

Djeluje samo E_2 :



$$I''_3 = \frac{U''_3}{R_3} = \frac{6 \frac{12 || 12}{12 || 12 + 12}}{12} = \frac{1}{6} A$$

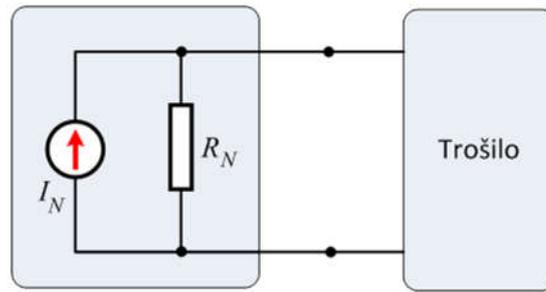
$$I_3 = I'_3 + I''_3 = \frac{1}{2} A$$

8 Nortonov teorem.

Rješenje:

Granu s trošilom kroz koju teče tražena struja promatramo izdvojeno od ostatka mreže.

• Gledano sa strane trošila, bilo koja mreža sastavljena od idealnih naponskih i strujnih izvora i linearnih otpornika može se prikazati nadomjesnim krugom koji se sastoji od idealnoga strujnog izvora I_N (Nortonova struja) i paralelno spojenoga nadomjesnog otpora R_N (Nortonov otpor):

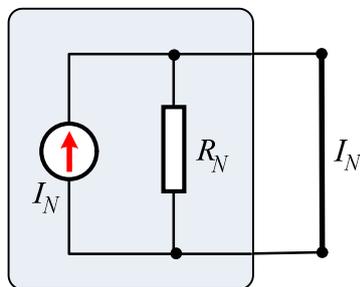


• Otpor R_N jednak je nadomjesnom otporu između točaka prekida, pri čemu je odstranjeno djelovanje svih generatora u ostatku mreže. Nortonov otpor određuje se na isti način kao i Theveninov otpor, tj. $R_N=R_T$.

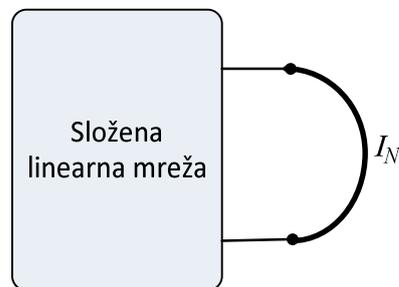
Za određivanje Nortonove struje potrebno je:

1. Odstraniti granu s otporom trošila i terminale trošila kratko spojiti. Ostatak mreže se prema kratko spojenoj grani ponaša kao strujni generator predstavljen Nortonovim ekvivalentom (Slika a).
2. Odrediti struju kratkog spoja koji se javlja na stezaljkama trošila kada je trošilo odstranjeno (Slika b). To je nadomjesni (Nortonov) strujni izvor I_N .

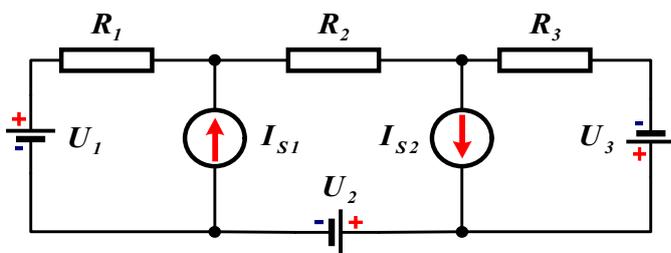
Nortonov generator je strujni izvor ekvivalentan Theveninovu naponskom generatoru. Pretvorbom Nortonova nadomjesnog kruga (I_N , R_N) u ekvivalentni naponski izvor dobije se Theveninov nadomjesni krug (E_T , R_T) i obratno.



a)

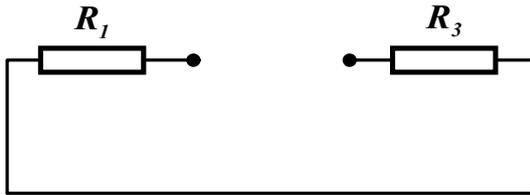


b)

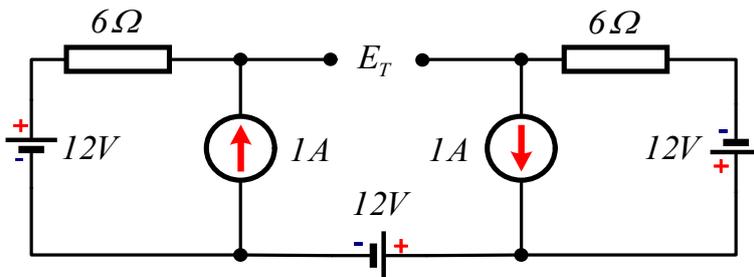


Ⓣ Kolika se maksimalna snaga može postići na otporniku R_2 ako su:
 $U_1=U_2=U_3=12\text{ V}$; $R_1=R_3=6\ \Omega$;
 $I_{S1}=I_{S2}=1\text{ A}$.

Rješenje:



$$R_T = R_1 + R_3 = 12\Omega$$



$$E_T - 6 - 12 + 12 - 6 = 0$$

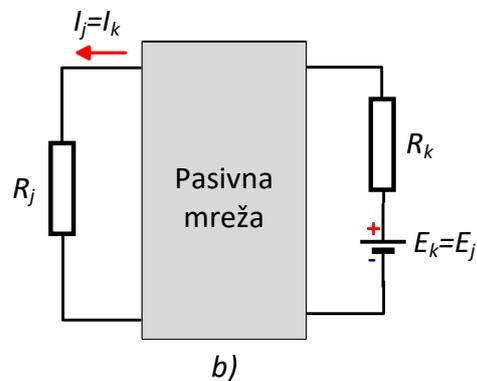
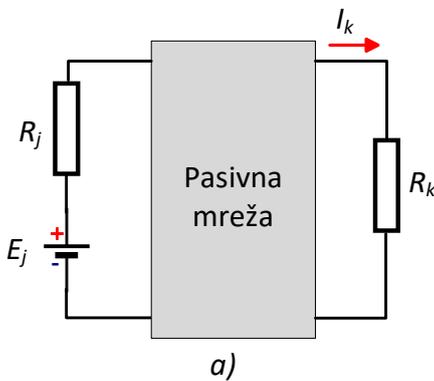
$$E_T = 24V$$

$$P_{max} = \frac{E_T^2}{4R_T} = \frac{24^2}{4 \cdot 12} = 12W$$

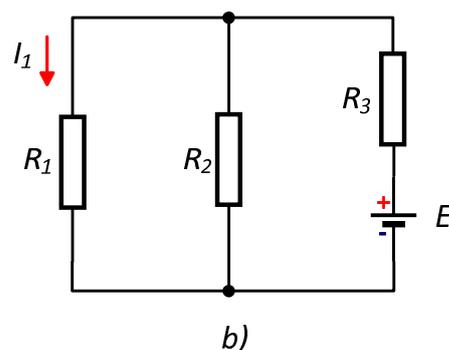
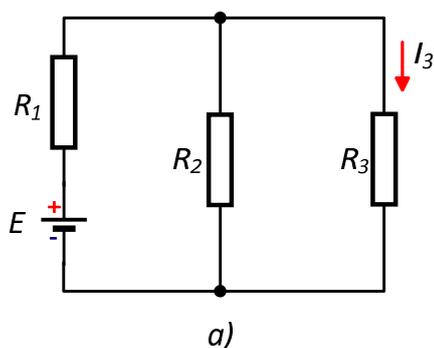
10 Na primjeru pokažite uporabu teorema uzajamnosti.

Rješenje:

Teorem se može primijeniti samo na linearne mreže i to one što sadrže samo jedan izvor. Ako u nekoj pasivnoj linearnoj mreži djeluje samo jedan generator EMS E_j u grani j koji stvara struju I_k u grani k (Slika a), tada će taj isti EMS premješten u granu k ($E_k = E_j$) izazvati u grani j struju jednake jakosti $I_j = I_k$ (Slika b):



Primjer:



Struja I_3 na *Slici a* može se primjenom naponskog djelila izraziti kao:

$$I_3 = \frac{U_{R_3}}{R_3} = E \frac{\frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3}}{R_1 + \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3}} \frac{I}{R_3} = \frac{ER_2}{R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3}.$$

Na isti se način može odrediti struja I_1 na *Slici b*:

$$I_1 = \frac{U_{R_1}}{R_1} = E \frac{\frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}}{R_3 + \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}} \frac{I}{R_1} = \frac{ER_2}{R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3}.$$

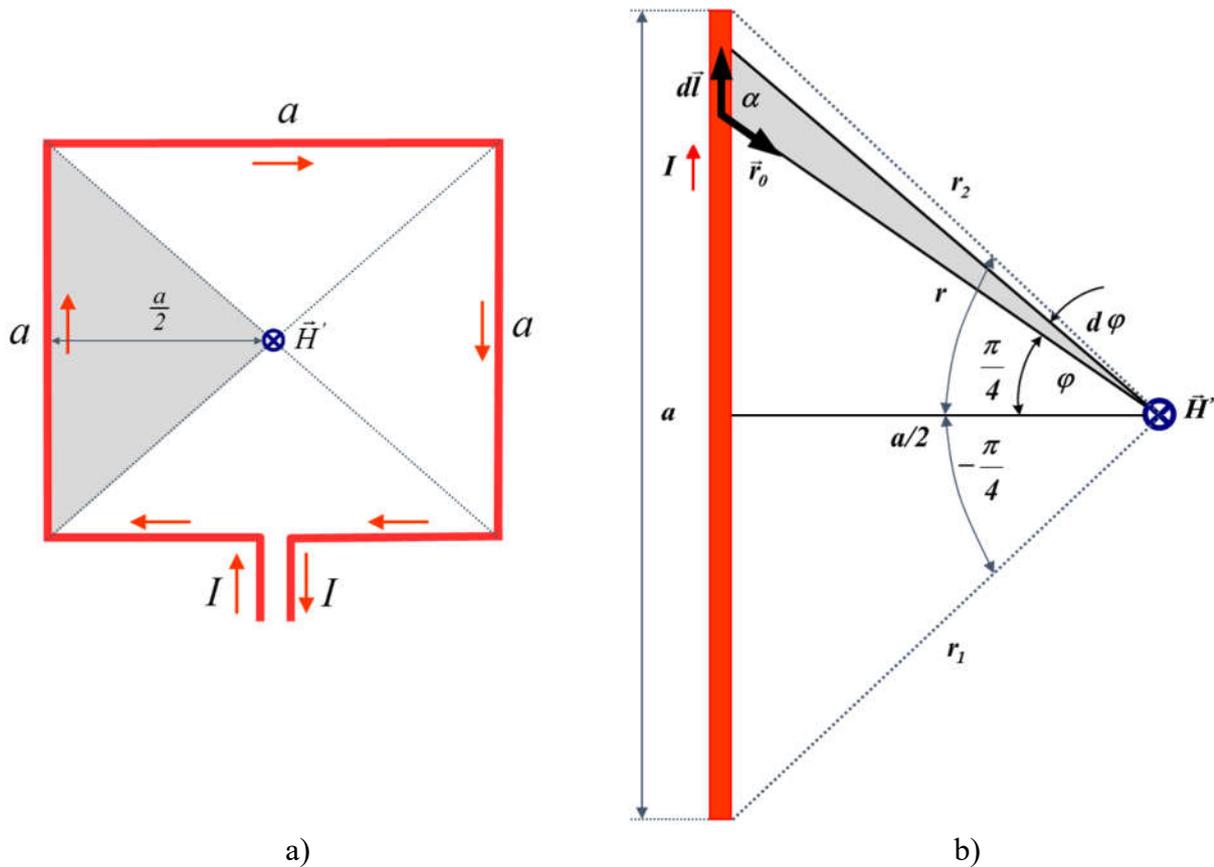
Razvidno je kako vrijedi $I_3=I_1$, čime je dokazana valjanost teorema uzajamnosti.

III. kolokvij – ELEKTROMAGNETIZAM

❶ Kroz kvadratnu petlju stranice a teče struja I . Uporabom Biot-Savartova zakona izvedite izraz za magnetsku indukciju u središtu petlje uz pripadni grafički prikaz.

Rješenje:

Izračun polja u središtu kvadratne petlje stranice a kojom teče struja I :



Doprinos na jakost polja svake stranice kvadratne petlje jednak je, pa je dovoljno odrediti jakost polja jedne stranice (*Slika b*). Ukupno polje usmjereno je u ravninu stranice, a iznos mu je $H=4H'$. Jakost polja segmenta duljine a u središtu petlje udaljenom $x=a/2$ možemo odrediti izravnom uporabom jednadžbi za polje segmenta vodiča. Vrhovi stranice kvadrata iz središta petlje vide se pod kutovima $\varphi_1=-\pi/4$ odnosno $\varphi_2=\pi/4$, pa su to ujedno i granice integracije:

$$H' = \frac{I}{4\pi \frac{a}{2}} \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} \cos \varphi d\varphi = \frac{I}{2\pi a} (\sin \varphi_2 - \sin \varphi_1) \Big|_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} = \frac{I}{2\pi a} \left(\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} \right) = \frac{\sqrt{2}I}{2\pi a}.$$

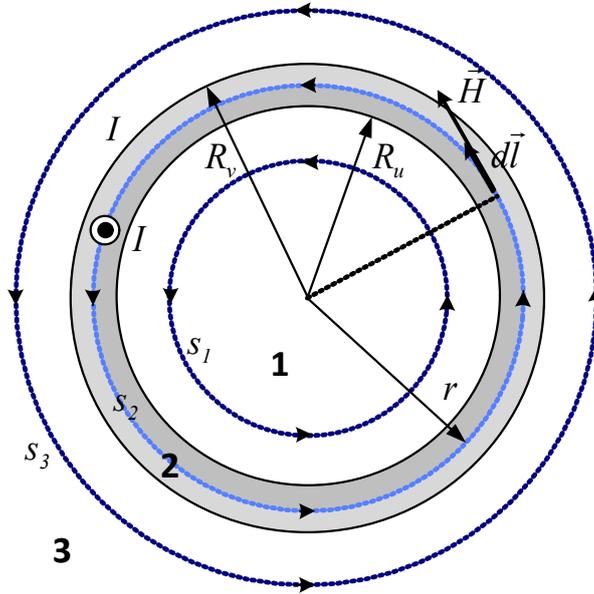
Ukupno polje je:

$$H = \frac{2\sqrt{2}I}{\pi a}.$$

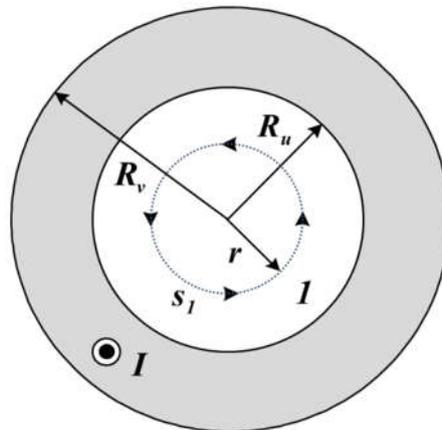
2) Temeljem Amperova zakona izvedite izraz za jakost magnetskog polja dugog šupljeg cilindričnog vodiča i nacrtajte odgovarajući grafički prikaz.

Rješenje:

Karakteristike dugog šupljeg cilindričnog vodiča određene su unutarnjim R_u i vanjskim polumjerom R_v . Vodič je protjecan strujom I ravnomjerne gustoće zadanoga smjera. Potrebno je odrediti jakost polja u samom vodiču te unutar i izvan njega.



1) Magnetsko polje u šupljini H_1 za $0 \leq r < R_u$



Pretpostavljena silnica s_1 ne obuhvaća nikakvu struju, pa je:

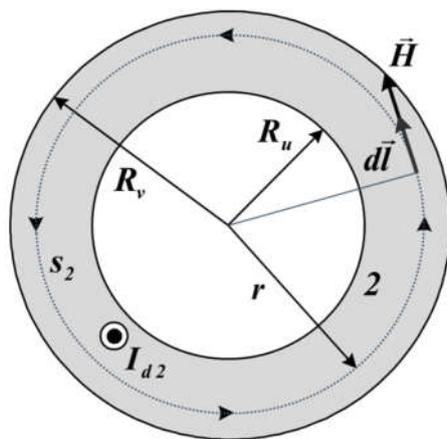
$$\oint_{s_1} \vec{H}_1 \cdot d\vec{l} = 0.$$

Gornji izraz može biti zadovoljen samo ako je $H_1=0$, tj. unutar šupljine nema magnetskoga polja.

2) Magnetsko polje u vodiču H_2 za $R_u \leq r < R_v$

Silnicom s_2 obuhvaćena je djelomična struja I_{d2} koja je dio ukupne struje I :

$$\oint_{s_2} \vec{H}_2 \cdot d\vec{l} = I_{d2}.$$



Zbog konstantne gustoće struje u vodiču može se izjednačiti omjer struja i pripadnih površina (kružni vijenci) kojima teku struje I i I_{d2} :

$$\frac{I}{R_v^2\pi - R_u^2\pi} = \frac{I_{d2}}{r^2\pi - R_u^2\pi},$$

pa je djelomična struja:

$$I_{d2} = I \frac{r^2 - R_u^2}{R_v^2 - R_u^2}.$$

Integriramo li sve elemente unutarnje silnice i uvrstimo obuhvaćenu struju, Amperov zakon poprima oblik:

$$H_2 \cdot 2r\pi = I \frac{r^2 - R_u^2}{R_v^2 - R_u^2} \Rightarrow H_2 = \frac{I}{2r\pi} \cdot \frac{r^2 - R_u^2}{R_v^2 - R_u^2}.$$

U graničnim točkama vrijednosti polja su:

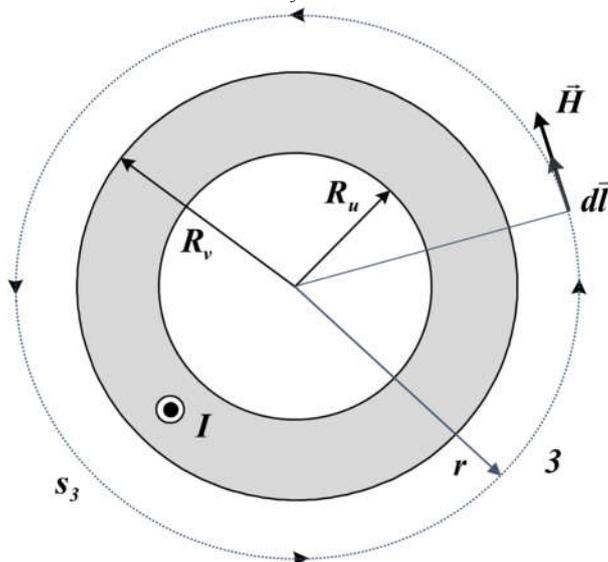
$$r = R_u \Rightarrow H_{2min} = 0$$

$$r = R_v \Rightarrow H_{2max} = \frac{I}{2R_v\pi}$$

3) *Magnetsko polje izvan vodiča H_3 za $R_v \leq r < \infty$*

Unutar silnice s_3 nalazi se ukupna struja I :

$$H_3 \oint_{s_3} dl = I.$$



Jakost magnetskoga polja izvan vodiča je:

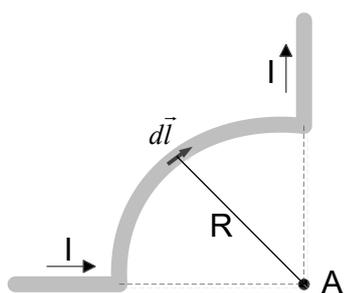
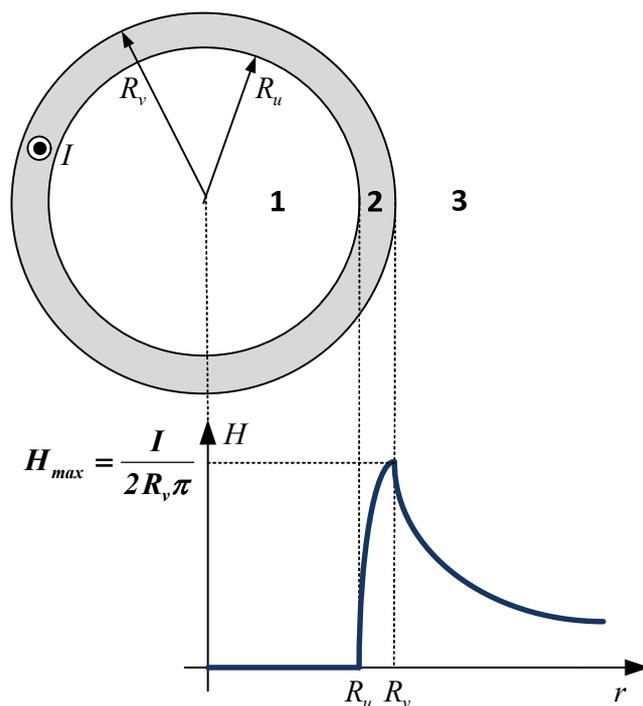
$$H_3 = \frac{I}{2r\pi},$$

tj. jakost polja izvan šupljega vodiča ista je kao i jakost polja dugoga ravnog vodiča. Granične vrijednosti su:

$$r = R_v \Rightarrow H_{3max} = \frac{I}{2R_v\pi}$$

$$r \rightarrow \infty \Rightarrow H_{3min} = 0$$

Uzevši u obzir relacije za H_1 , H_2 i H_3 , dobije se grafička ovisnost jakosti polja o udaljenosti od osi vodiča:

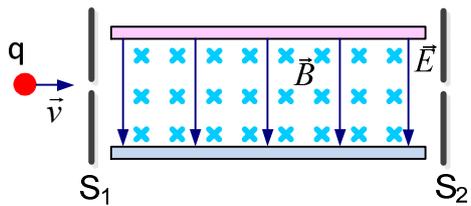


③ Vrlo dugi tanki vodič savijen je pod pravim kutom tako da čini kružni luk polumjera R . Primjenom Biot-Savartova zakona odredite magnetsku indukciju B u točki A (središte luka) ako kroz vodič teče struja I .

Rješenje:

Doprinos ravnih segmenata vodiča jednak je nuli. Ukupna magnetska indukcija jednaka je četvrtini indukcije u središtu kružnog zavoja:

$$B = \frac{\mu_0 I}{8R}.$$



4 Maseni spektrometar je uređaj za mjerenje zastupljenosti čestica različitih masa u uzorku. Uporabljuje se kao vrlo osjetljiv detektor izotopa u procesima datiranja materijala (po sadržaju ugljika ili radioaktivnosti), analizi sadržaja plinova, satelitskoj analizi Sunčeva vjetrova i dr. Važan dio uređaja je *selektor brzina*. Kombinacija djelovanja jednolikog električnog i magnetskog polja omogućuje to da

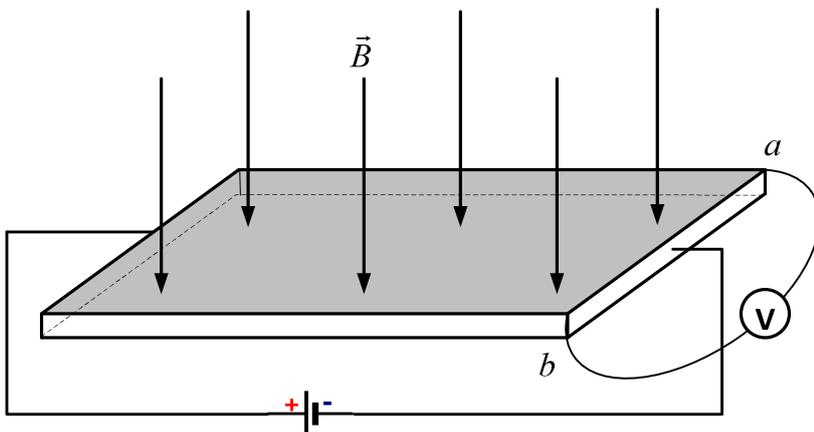
samo naboji točno određene brzine prolaze pravocrtno (ne otklanjaju se). Princip rada selektora brzina prikazan je na slici. Pozitivno nabijena čestica naboja q ulijeće kroz otvor S_1 brzinom v u područje gdje magnetsko polje B i električno polje E međusobno stoje pod pravim kutom. Odredite relaciju za brzinu v za koju će nabijena čestica proći pravocrtno kroz otvor S_2 . Pod kojim će se uvjetom čestica otklanjati iznad, odnosno ispod otvora S_2 ?

Rješenje:

$$F_m = F_{el} \Rightarrow qvB = qE \Rightarrow v = E/B$$

$$F_m < F_{el}, E > B - \text{otklanja se prema dolje (ispod otvora } S_2)$$

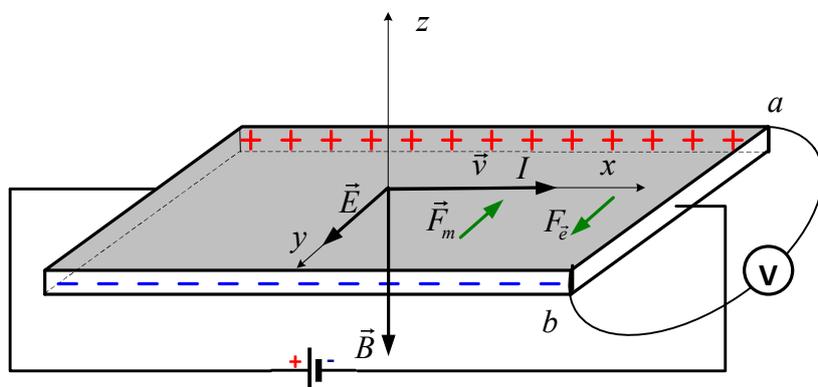
$$F_m > F_{el}, E < B - \text{otklanja se prema gore (iznad otvora } S_2)$$



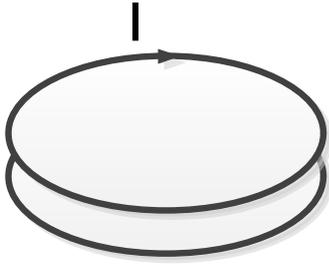
5 Tanka poluvodička ploča priključena je na izvor i smještena u homogeno magnetsko polje prema slici. Prema pokazivanju preciznog voltmetra spojenoga između točaka a i b ustanovljeno je da je točka a na višem potencijalu od točke b . Odredite predznak naboja u poluvodiču.

Objasnite rješenje (kako su raspoređeni naboji, smjer magnetske i električne sile, smjer električnog polja).

Rješenje:



Predznak naboja je pozitivan.



6 Dvije kružne vodljive petlje postavljene su jedna iznad druge. Struja kroz gornju petlju linearno raste od početne nulte do konačne vrijednosti I u smjeru kazaljke na satu. Odgovorite na sljedeća pitanja:

- Hoće li se inducirati struja u donjoj petlji?
 - Ako je odgovor pod a) pozitivan, koji će biti smjer inducirane struje?
 - Djeluje li sila između dviju petlja?
 - Ako je odgovor pod c) pozitivan, navedite kakva je vrsta sile (privlačna ili odbojna).
- e) Ako struja kroz gornju petlju linearno pada na nultu vrijednost, hoće li se u donjoj petlji inducirati struja?
- f) Ako je odgovor pod e) pozitivan, koji će biti smjer inducirane struje u donjoj petlji?

Rješenje:

- Da
- Suprotan kazaljki na satu – inducirana struja protivi se narinutoj promjeni
- Da
- Odbojna – petljama teku struje suprotnoga smjera
- Da
- U smjeru kazaljke na satu

7 Jednostavni generator sastavljen je od $N=440$ namotaja kvadratne vodljive petlje stranice $a=20$ cm. Generator rotira u magnetskom polju $B=0,5$ T. Kolika mora biti kutna brzina rotiranja ω da bi se na krajevima petlje inducirao maksimalni napon $E_m=220$ V. Po kojem se zakonu mijenja inducirani napon e ? Na kojoj frekvenciji f radi generator?

Rješenje:

$$E = E_m \sin \omega t$$

$$E_m = NBS\omega$$

$$\omega = \frac{E_m}{NBS} = \frac{220}{440 \cdot 0,5 \cdot 400 \cdot 10^{-4}}$$

$$\omega = 25 \text{ rad/s}$$

$$\omega = 2\pi f \Rightarrow f = \frac{\omega}{2\pi}$$

$$f = 3,98 \text{ Hz}$$

Inducirani napon mijenja se po sinusoidnom zakonu.

8 Struja kroz svitak linearno raste od -30 mA do 20 mA u intervalu od 10 ms. Odredite induktivnost svitka ako se na krajevima svitka inducira napon od 5 V.

Rješenje:

$$e = -L \frac{\Delta i}{\Delta t} \Rightarrow L = -e \frac{\Delta t}{\Delta i}$$

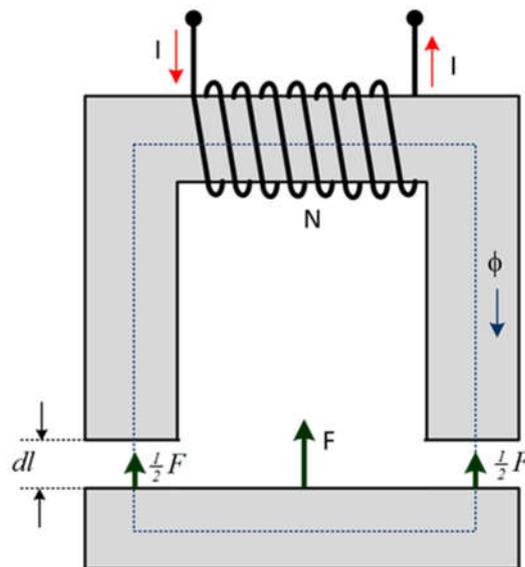
$$L = 5 \frac{10 \cdot 10^{-3}}{50 \cdot 10^{-3}}$$

$$L = 1H$$

⊙ Nosiva sila elektromagneta (slika, izvod) i tlak na magnetiziranu površinu.

Rješenje:

Sila koja djeluje na komad feromagnetskoga materijala (kotvu) što se nalazi u magnetskome polju. Elektromagnet sa željeznom jezgrom konstantne relativne permeabilnosti:



Struja I kroz svitak s N zavoja stvara u jarmu magnetski tok Φ . Ako zanemarimo rubne efekte (rasipanje), indukcija u zračnom rasporu jednaka je onoj u željezu $B_{Fe} = B_0$. Sila između jarma i kotve je privlačna i teži smanjiti razmak između polova elektromagneta. Sila se može odrediti temeljem promjene ukupne energije kada se ova dva komada željeza razdvoje na diferencijalno mali razmak dl . Energija se, za male pomake, mijenja jedino zbog promjena volumena zračnoga raspora.

Energija magnetskoga polja je, prema analogiji s energijom elektrostatickoga polja, dana izrazom:

$$W_m = \frac{BHV}{2} = \frac{B^2V}{2\mu_0}$$

Rad potreban za ostvarivanje pomaka dl jednak je promjeni akumulirane energije u zračnim rasporima:

$$F \cdot dl = dW_m = 2 \cdot \left(\frac{B^2 S dl}{2\mu_0} \right),$$

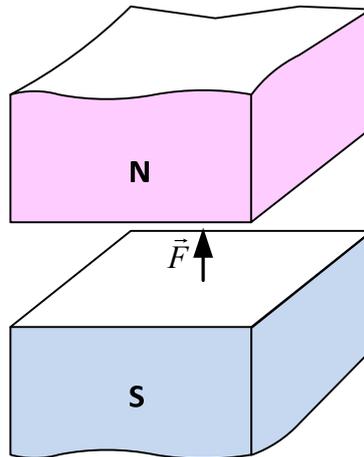
gdje je $dV = Sdl$ prirast volumena, a S površina poprečnoga presjeka. Energija se množi s 2 zbog dvaju zračnih raspora. Privlačna sila koja djeluje na kotvu jest:

$$F = \frac{B^2 S}{\mu_0} = \frac{\Phi^2}{\mu_0 S}.$$

Sila je neovisna o smjeru struje u svitku i uvijek je privlačna.

Sila između polova permanentnog magneta ili elektromagneta s jednim zračnim rasporedom jest:

$$F = \frac{B^2 S}{2\mu_0} = \frac{\Phi^2}{2\mu_0 S}.$$



Tlak na magnetiziranu površinu u N/m^2 je:

$$p = \frac{F}{S} = \frac{B^2}{2\mu_0} = \frac{BH}{2}$$

i odgovara gustoći magnetske energije w_m u rasporu.

10 Gustoća magnetskoga toka unutar ravnog zračnog svitka duljine $l=40\text{ cm}$ i promjera $d=2\text{ cm}$ iznosi $B=0,5\text{ T}$. Odredite energiju magnetskog polja pohranjenu u svitku.

Rješenje:

$$W_m = \frac{B^2 V}{2\mu_0}$$

$$W_m = \frac{0,5^2 \cdot \frac{4 \cdot 10^{-4} \pi}{4} \cdot 40 \cdot 10^{-2}}{2 \cdot 4\pi \cdot 10^{-7}}$$

$$W_m = 12,5\text{ J}$$



Ljubomir Malešević

2. ZBIRKA ZADATAKA S PISMENIH ISPITA IZ OSNOVA ELEKTROTEHNIKE I

STUDIJI ELEKTRONIKE I ELEKTROENERGETIKE

Split, 2018.

PREDGOVOR

Zbirka s primjerima pismenih ispita dio je nastavnih materijala iz kolegija Osnove elektrotehnike I. Izrađena je za studente stručnih studija elektroenergetike i elektronike na Odsjeku za elektrotehniku Sveučilišnog odjela za stručne studije Sveučilišta u Splitu.

Zbirka sadrži trideset (30) primjera pismenih ispita što su se održavali na stručnim studijima elektronike i elektroenergetike. Ukupan je broj zadataka 180. Za svaki ispit u drugom dijelu zbirke navedena su odgovarajuća završna rješenja. Na kraju zbirke dana su tri primjera pismenih ispita s potpunim rješenjima zadataka.

Pismeni (praktični) ispit sastoji se od šest (6) zadataka. Po dva su zadatka iz područja elektrostatike, istosmjernih struja i elektromagnetizma. Svaki zadatak ima odgovarajuću težinu izraženu u postotcima (%). Za pristupanje teorijskom ispitu potrebno je riješiti 50 % od ponuđenih zadataka na praktičnome dijelu ispita. Najmanje dva zadatka iz dvaju različitih područja moraju biti u potpunosti točno riješena.

Ispit se održava u zimskim i jesenskim ispitnim rokovima/terminima u trajanju od dva sata (120 minuta). Pozitivno ocijenjen ispit vrijedi tijekom cijele tekuće akademske godine, a postaje valjan tek kada se položi teorijski dio ispita.

Ispitu mogu pristupiti samo studenti koji imaju zadovoljenu kvotu prethodnih aktivnosti (nazočnost nastavi, laboratorijske vježbe...).

Sastavni su dio ovih nastavnih materijala skripta koja sadrže gradivo s predavanja iz Osnova elektrotehnike I (OE I) i slajdovi s PowerPoint prezentacijom gradiva koje se studentima iznosi na predavanjima.

Kao dopuna za pripremu pismenog ispita preporučuje se:

- Lj. Malešević: *Zbirka pitanja i zadataka s usmenih ispita iz OE I, web-izdanje* (Moodle), Sveučilišni odjel za stručne studije Sveučilišta u Splitu, Split, 2018.
- Lj. Malešević: *Zbirka pitanja i zadataka s kolokvija iz OE I, web-izdanje* (Moodle), Sveučilišni odjel za stručne studije Sveučilišta u Splitu, Split, 2018.

AUTOR

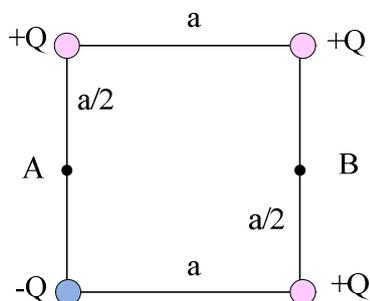
SADRŽAJ

1. PISMENI ISPIT IZ OSNOVA ELEKTROTEHNIKE I	1
2. PISMENI ISPIT IZ OSNOVA ELEKTROTEHNIKE I	2
3. PISMENI ISPIT IZ OSNOVA ELEKTROTEHNIKE I	3
4. PISMENI ISPIT IZ OSNOVA ELEKTROTEHNIKE I	4
5. PISMENI ISPIT IZ OSNOVA ELEKTROTEHNIKE I	5
6. PISMENI ISPIT IZ OSNOVA ELEKTROTEHNIKE I	6
7. PISMENI ISPIT IZ OSNOVA ELEKTROTEHNIKE I	7
8. PISMENI ISPIT IZ OSNOVA ELEKTROTEHNIKE I	8
9. PISMENI ISPIT IZ OSNOVA ELEKTROTEHNIKE I	9
10. PISMENI ISPIT IZ OSNOVA ELEKTROTEHNIKE I	10
11. PISMENI ISPIT IZ OSNOVA ELEKTROTEHNIKE I	11
12. PISMENI ISPIT IZ OSNOVA ELEKTROTEHNIKE I	12
13. PISMENI ISPIT IZ OSNOVA ELEKTROTEHNIKE I	13
14. PISMENI ISPIT IZ OSNOVA ELEKTROTEHNIKE I	14
15. PISMENI ISPIT IZ OSNOVA ELEKTROTEHNIKE I	15
16. PISMENI ISPIT IZ OSNOVA ELEKTROTEHNIKE I	16
17. PISMENI ISPIT IZ OSNOVA ELEKTROTEHNIKE I	17
18. PISMENI ISPIT IZ OSNOVA ELEKTROTEHNIKE I	18
19. PISMENI ISPIT IZ OSNOVA ELEKTROTEHNIKE I	19
20. PISMENI ISPIT IZ OSNOVA ELEKTROTEHNIKE I	20
21. PISMENI ISPIT IZ OSNOVA ELEKTROTEHNIKE I	21
22. PISMENI ISPIT IZ OSNOVA ELEKTROTEHNIKE I	22
23. PISMENI ISPIT IZ OSNOVA ELEKTROTEHNIKE I	23
24. PISMENI ISPIT IZ OSNOVA ELEKTROTEHNIKE I	24
25. PISMENI ISPIT IZ OSNOVA ELEKTROTEHNIKE I	25
26. PISMENI ISPIT IZ OSNOVA ELEKTROTEHNIKE I	26
27. PISMENI ISPIT IZ OSNOVA ELEKTROTEHNIKE I	27
28. PISMENI ISPIT IZ OSNOVA ELEKTROTEHNIKE I	28
29. PISMENI ISPIT IZ OSNOVA ELEKTROTEHNIKE I	29
30. PISMENI ISPIT IZ OSNOVA ELEKTROTEHNIKE I	30
Završna rješenja zadataka	31
Primjeri potpunih rješenja zadataka	43

1. PISMENI ISPIT IZ OSNOVA ELEKTROTEHNIKE I

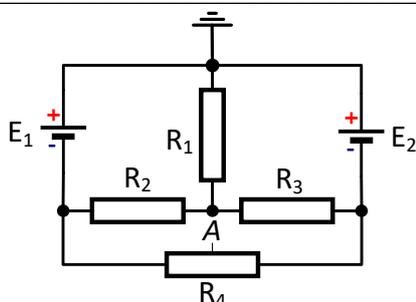
❶ Pločasti kondenzator, ispunjen dielektrikom s $\epsilon_r=7$, priključen je na izvor napona od 12 V. Površina ploča je $S=1 \text{ cm}^2$, a njihova međusobna udaljenost $d=1 \text{ mm}$. Kolikom elektrostatičkom silom djeluje jedna ploča na drugu?

10 %



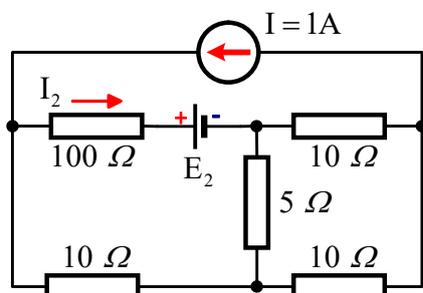
❷ Četiri točkasta naboja jednakog iznosa Q , s polaritetima naznačenima prema slici, smještene su u vrhove kvadrata. Odredite napon između točaka A i B . Zadano je $Q=8,85 \text{ nC}$, $a=0,2 \text{ m}$.

20 %



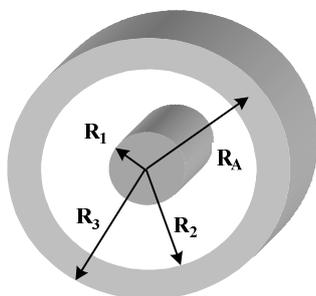
❸ Odredite potencijal čvora A u mreži prema slici. Zadano je $E_1=E_2=12 \text{ V}$, $R_1=R_2=R_3=6 \Omega$, $R_4=2 \Omega$.

20 %



❹ Koliki mora biti E_2 da bi struja I_2 bila jednaka nuli?

15 %



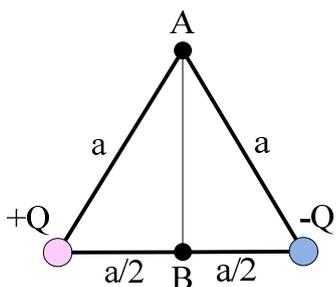
❺ Struje jednakih iznosa od $10,26 \text{ A}$, ali suprotnog smjera, teku u unutarnjem, odnosno vanjskom vodiču koaksijalnog kabela. Kolika je jakost magnetskog polja H u točki A ako je $R_1=5 \text{ mm}$, $R_2=15 \text{ mm}$, $R_3=20 \text{ mm}$, $R_A=17,5 \text{ mm}$?

20 %

❻ Ravni vodič kreće iz stanja mirovanja i giba se u magnetskom polju indukcije $B=0,2 \text{ T}$. Brzina kretanja je okomita i na vodič i na silnice magnetskog polja. Inducirani napon na krajevima vodiča linearno raste i nakon 5 sekunda iznosi 1 V . Koliki put vodič duljine 1 m prijeđe u tom vremenu?

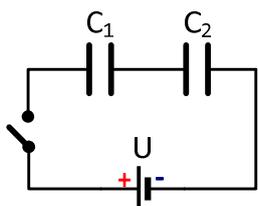
15 %

2. PISMENI ISPIT IZ OSNOVA ELEKTROTEHNIKE I



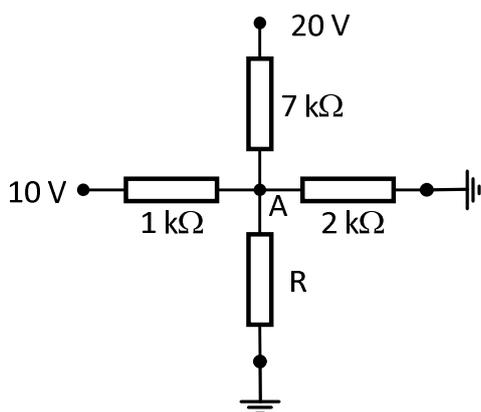
1 Odredite omjer jakosti električnih polja u točkama A i B (E_A/E_B).

(15 %)



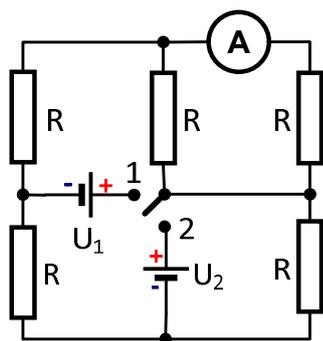
2 Prije zatvaranja sklopke kondenzator $C_2=6 \mu F$ nije nabijen, a kondenzator $C_1=3 \mu F$ je nabijen tako da ima energiju $W_1=0,6 mJ$ naznačenog polariteta. Koliki će biti napon U_2 na kondenzatoru C_2 nakon zatvaranja sklopke ako je $U=100 V$?

(20 %)



3 Za koju će vrijednost otpora R potencijal točke A biti $\varphi_A=+6 V$?

(15 %)



4 Za sklopku u položaju "1" struja kroz ampermetar je I_1 , a u položaju "2" struja je I_2 . Odredite omjer napona U_1/U_2 ako je zadan omjer struja $I_1/I_2=2/3$.

(20 %)

5 Vodiči dvožičnog voda razmaknuti su $10 cm$. Ako kroz njih u slučaju kratkog spoja poteku struje od $20 kA$, odredite odbojnu silu po metru duljine (F/l).

(10 %)

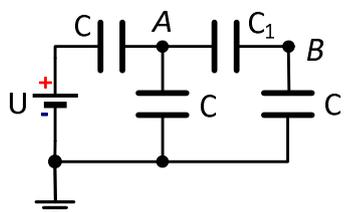
6 Izolirani ravni cilindrični vodič ($\mu_r=1$) duljine $2 km$ ima polumjer $R=1 mm$. Ako kroz vodič teče struja od $10 A$, odredite magnetsku energiju akumuliranu u vodiču.

(20 %)

3. PISMENI ISPIT IZ OSNOVA ELEKTROTEHNIKE I

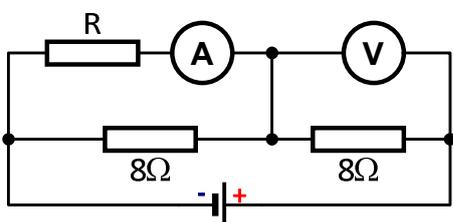
1 Na silnici električnog polja dugog ravnog vodiča nabijenoga pravčastom gustoćom naboja λ nalaze se točke A , B i C , pri čemu je $\overline{AB} = \overline{BC}$. Odredite polje u točki B ako je polje u točki A $E_A = 30$ V/m , a u točki C $E_C = 15$ V/m .

(20 %)



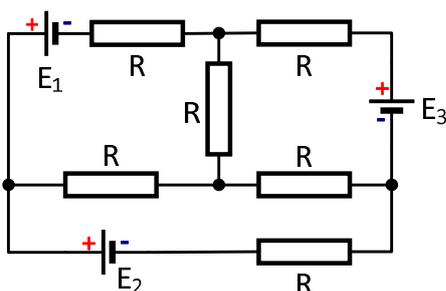
2 Kada se mreža kondenzatora priključi na napon U , potencijal točke A iznosi $\varphi_A = 6$ kV , a točke B $\varphi_B = 1,5$ kV . Odredite napon izvora U ako je $C_1 = 8$ nF .

(15 %)



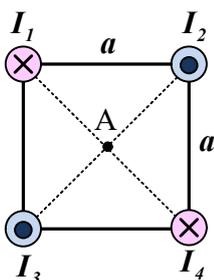
3 Pokazivanja idealnih instrumenata jesu: $I_A = 2$ A , $U_V = 24$ V . Koliki je otpor R ?

(15 %)



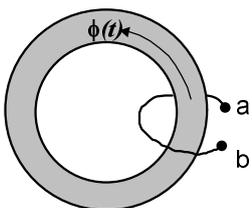
4 Odredite struje u svim granama kruga ako je zadano: $E_1 = 18$ V , $E_2 = 16$ V , $E_3 = 14$ V , $R = 5$ Ω .

(15 %)



5 Četiri ravna vodiča protjecana su strujama $I_1 = I_2 = 4\pi$ A i $I_3 = I_4 = 6\pi$ A naznačenih smjerova. Odredite jakost magnetskog polja H u točki A ako je $a = 2$ m .

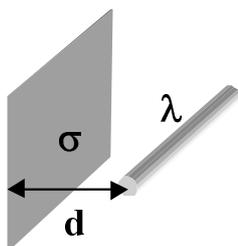
(20 %)



6 Odredite napon U_{ab} u trenutku $t = 0,5$ s ako se magnetski tok u feromagnetskom torusu mijenja po zakonu: $\phi(t) = -6t + 2$ (Vs).

(15 %)

4. PISMENI ISPIT IZ OSNOVA ELEKTROTEHNIKE I

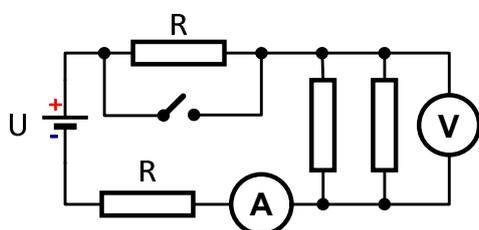


❶ Usporedno s ravninom nabijenom plošnim nabojem $\sigma = +3,185 \mu\text{Cm}^{-2}$ proteže se jednoliko nabijeni vodič na udaljenosti $d = 2 \text{ mm}$. Kakav mora biti iznos i predznak linijske gustoće naboja λ da bi električno polje na polovici razmaka ($d/2$) bilo jednako nuli?

(15 %)

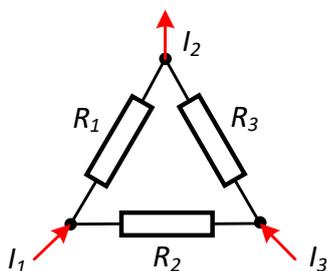
❷ Najveći dopušteni naponi na kondenzatorima $C_1 = 2 \mu\text{F}$ i $C_2 = 1 \mu\text{F}$ su $U_{d1} = 40 \text{ V}$ i $U_{d2} = 36 \text{ V}$. Odredite najveći napon koji se smije priključiti na serijski spoj tih kondenzatora.

(15 %)



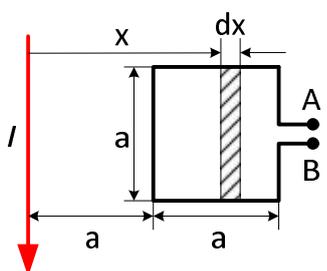
❸ Kada je sklopka zatvorena, ampermetar pokazuje $I_A = 1 \text{ A}$, a voltmetar $U_V = 0,5 U$. Koliku će struju pokazivati ampermetar nakon otvaranja sklopke?

(20 %)



❹ Zadani su otpori: $R_1 = 10 \Omega$, $R_2 = 2 \Omega$, $R_3 = 6 \Omega$. Ako je struja $I_1 = 9 \text{ A}$, a struja $I_2 = 15 \text{ A}$, kolika će biti struja kroz otpor R_2 ?

(15 %)



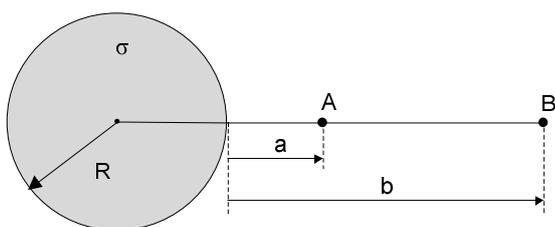
❺ Kvadratna vodljiva petlja stranica $a = 10 \text{ cm}$ smještena je paralelno vrlo dugom ravnom vodiču. Ako struju vodiča od 10 A linearno svedemo na nulu u vremenu od $t = 1 \text{ ms}$, koliki će biti inducirani napon U_{AB} ?

(20 %)

❻ Toroidni elektromagnet ima presjek jezgre $S = 1 \text{ dm}^2$. Koliki mora biti magnetski tok da bi se u zračnom rasporu između polova elektromagneta ostvarila prostorna gustoća magnetske energije $W' = \frac{W}{V} = 6,4 \text{ Jcm}^{-3}$? Rasipanje magnetskoga toka je zanemarivo, a jezgra je od neferomagnetskoga materijala.

(15 %)

5. PISMENI ISPIT IZ OSNOVA ELEKTROTEHNIKE I

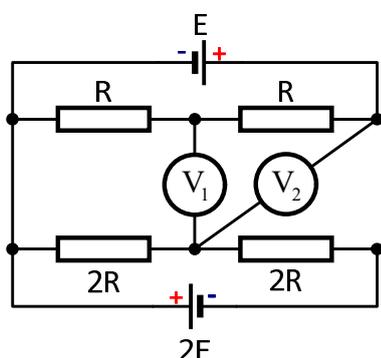


1 Metalna kugla radijusa $R=10\text{ cm}$ nabijena je nabojem površinske gustoće σ . Odredite iznos i predznak od σ ako je razlika potencijala $U_{BA}=75\text{ V}$. Zadano je: $a=20\text{ cm}$, $b=50\text{ cm}$.

(20 %)

2 Dvije ravne usporedne ploče kružnog oblika razmaknute su 2 cm . Između ploča je zrak. Ako je kapacitet tako oblikovanog pločastog kondenzatora 12 pF , koliki je promjer ploča kondenzatora?

(10 %)

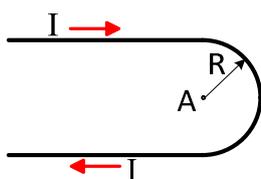


3 Odredite pokazivanje idealnih voltmetara ako je $E=10\text{ V}$.

(20 %)

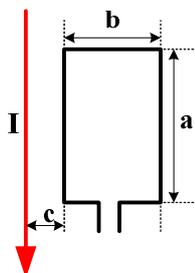
4 Kojim se otporima moraju nadopuniti otpori a) $4,85\text{ k}\Omega$, b) $5,1\text{ k}\Omega$, c) $5,82\text{ k}\Omega$ da se dobije otpor od $5\text{ k}\Omega$?

(15 %)



5 Vrlo dugi ravni vodič protjecan strujom I savijen je kao na slici. Odredite smjer i iznos magnetske indukcije u točki A .

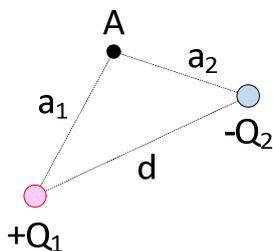
(20 %)



6 Pravokutna petlja s $N=100$ zavoja dimenzija $a=20\text{ cm}$ i $b=10\text{ cm}$ leži u ravnini vrlo dugoga ravnog vodiča protjecanog strujom I na udaljenosti $c=5\text{ cm}$. Kolika je međuinduktivnost M petlje i vodiča?

(15 %)

6. PISMENI ISPIT IZ OSNOVA ELEKTROTEHNIKE I

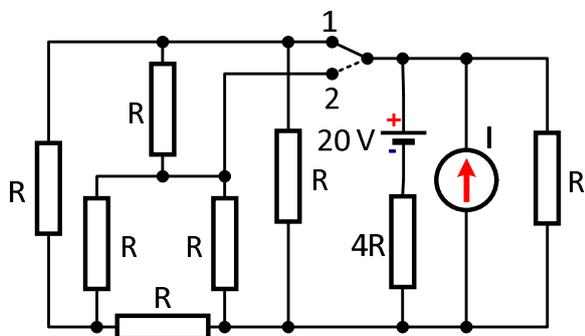


1 Dva naboja, $Q_1=6 \cdot 10^{-11} \text{ As}$ i $Q_2=-3 \cdot 10^{-11} \text{ As}$, nalaze se u zraku na međusobnoj udaljenosti $d=5 \text{ cm}$. Odredite iznos i smjer električnog polja u točki A ako je $a_1=4 \text{ cm}$, a $a_2=3 \text{ cm}$.

(20 %)

2 Zračni pločasti kondenzator kapaciteta C ima razmak između ploča $0,75 \text{ mm}$. Kada se kondenzator stavi u ulje, a razmak između ploča poveća na $1,8 \text{ mm}$, kapacitet kondenzatora ostaje nepromijenjen. Odredite relativnu dielektričnu konstantu ulja.

(10 %)



3 Kada se sklopka S nalazi u položaju 1, kroz nju teče struja I_1 , a kada je u položaju 2, struja I_2 . Odredite omjer struja I_1/I_2 .

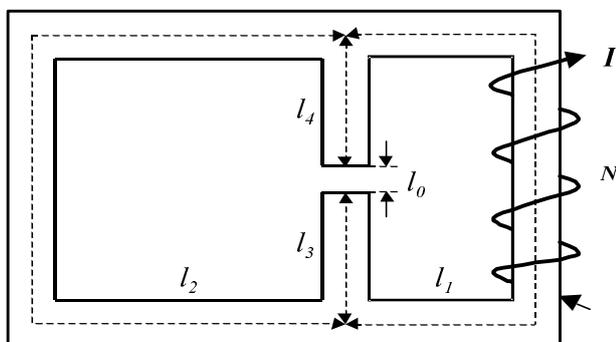
(25 %)

4 Koliko je jednakih otpornika potrebno vezati u seriju da se dobije 400 puta veći otpor nego kada su ti isti otpori paralelno vezani?

(10 %)

5 Kolika se elektromotorna sila inducira u namotajima elektromagneta torusnog oblika ako se jakost struje promijeni s 10 A na 8 A u vremenu od $0,2 \text{ s}$? Zadan je srednji polumjer zavojnice $r=50 \text{ cm}$, površina poprečnog presjeka $S=100 \text{ cm}^2$, broj namotaja $N=2000$ i $\mu_r=100$.

(15 %)



6 Kada kroz zavoje teče struja $I=2 \text{ A}$, u dijelu l_1 magnetskog kruga uspostavi se jakost magnetskog polja $H_1=20 \text{ A/cm}$, a u dijelovima l_3 i l_4 polje $H_3=H_4=12,5 \text{ A/cm}$. Kolika je magnetska indukcija B_0 u zračnom rasporu ako je $N=1000$ zavoja, $l_1=20 \text{ cm}$, $l_2=40 \text{ cm}$, $l_3+l_4=8 \text{ cm}$, $l_0=2 \text{ mm}$?

(20 %)

7. PISMENI ISPIT IZ OSNOVA ELEKTROTEHNIKE I

❶ Prosječna vrijednost električnog polja na površini Zemlje je $E_z=130 \text{ V/m}$. Polje je okomito na površinu Zemlje. Kolika je prosječna površinska gustoća naboja Zemlje σ_z ?

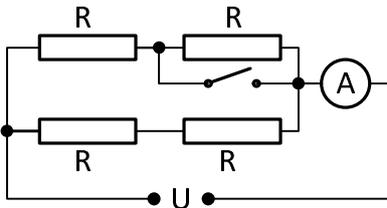
(15 %)

❷ Razlika potencijala između dviju paralelnih metalnih ploča udaljenih $d=2 \text{ mm}$ je $U=4 \text{ kV}$. Površina ploča je $S=10 \text{ dm}^2$, a polje među njima je homogeno. Odredite iznos sile između ploča.

(15 %)

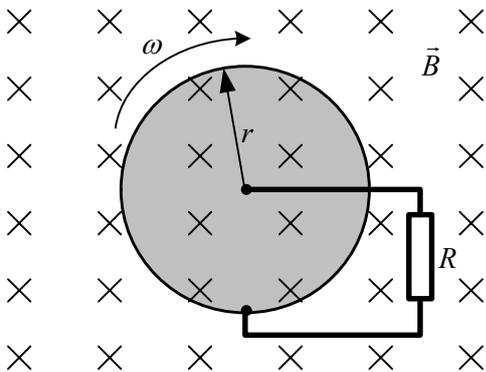
❸ Bakreni svitak ($\alpha=0,0039 \text{ K}^{-1}$) uronjen u ulje temperature $t_1=100 \text{ }^\circ\text{C}$ ima otpor $R_1=120 \text{ } \Omega$. Zagrijavanjem ulja otpor poraste na $R_2=160 \text{ } \Omega$. Kolika je tada temperatura ulja t_2 ?

(20 %)



❹ Kada je sklopka otvorena, ampermetar pokazuje 6 A . Koliku struju mjeri ampermetar kada se sklopka zatvori?

(15 %)



❺ Metalni disk polumjera $r=10 \text{ cm}$ rotira konstantnom kutnom brzinom $\omega=100 \text{ rad/s}$ oko svog središta. Disk se nalazi u magnetskom polju indukcije $B=1 \text{ T}$ okomitom na površinu diska. Inducirani napon tjera struju kroz otpor $R=1 \text{ } \Omega$. Kolika je ta struja ako je otpor preostalog dijela kruga zanemariv?

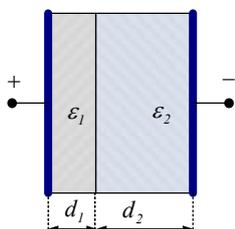
(20 %)

❻ U homogenom polju između polova elektromagneta nalazi se vodič duljine $l=10 \text{ cm}$, protjecan strujom $I=5 \text{ A}$. Kada je vodič smješten okomito na silnice magnetskoga polja, na njega djeluje sila $F=3,14 \text{ N}$. Kolika je jakost magnetskoga polja H između polova elektromagneta?

(15 %)

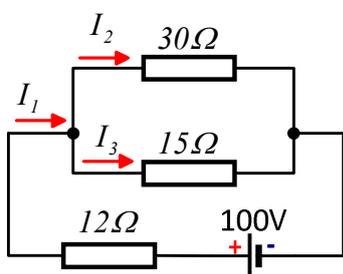
8. PISMENI ISPIT IZ OSNOVA ELEKTROTEHNIKE I

❶ Kapljica vode polumjera $r=1\text{ mm}$ dovedena je na potencijal od 100 V . Zatim se tisuću takvih kapljica objedini u jednu kuglastu kap. Koliki je potencijal te kapi? (20 %)



❷ Na kondenzator s dvoslojnim dielektrikom narinut je napon $U=100\text{ V}$. Odredite jakost električnog polja u prvom sloju E_1 ako je $\varepsilon_1=3$, $\varepsilon_2=2$, $d_1=5\text{ mm}$, $d_2=10\text{ mm}$.

(15 %)



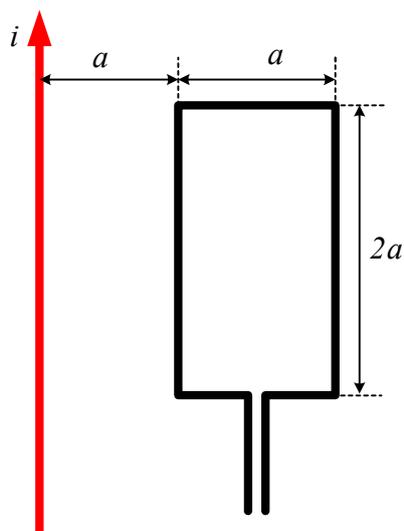
❸ Metodom konturnih struja odredite struje označene na slici.

(15 %)

❹ Električni čajnik ima dvije spirale. Kada se uključi prva spirala, neka količina vode proključa za 15 minuta, a kada je uključena samo druga spirala, ista količina vode proključa za 30 minuta. Za koliko će vremena proključati ista količina vode ako se spirale spoje serijski? (15 %)

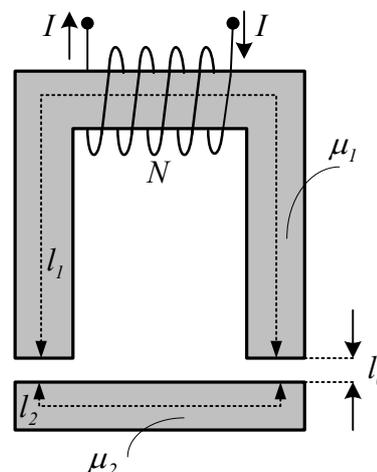
❺ Pravokutna vodljiva kontura nalazi se u blizini vrlo dugog ravnog vodiča. Odredite izraz za inducirani EMS u konturi ako kroz vodič teče promjenljiva struja $i=kt$.

(20 %)



❻ Kolika mora biti struja I kroz zavoje jarma ako se u zračnom rasporu želi postići indukcija $B_0=0,785\text{ T}$? Rasipanje je zanemarivo. Zadano je: $l_1=12\text{ cm}$, $l_2=6\text{ cm}$, $l_0=1,5\text{ mm}$, $\mu_1=1200$, $\mu_2=600$, $N=1000$.

(15%)

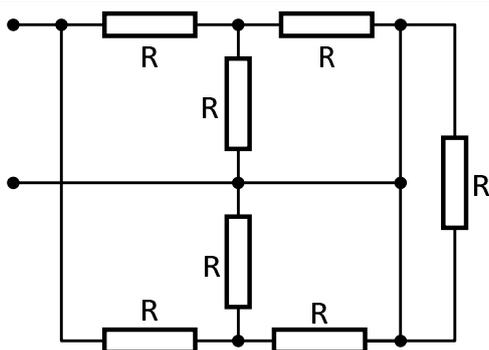


9. PISMENI ISPIT IZ OSNOVA ELEKTROTEHNIKE I

❶ Električni naboj $Q=0,003 \text{ As}$ unesen je u strano električno polje. Za savladavanje sile utrošen je rad $A=6 \text{ mJ}$. Odredite potencijal točke polja u kojoj se nalazi naboj Q . (10 %)

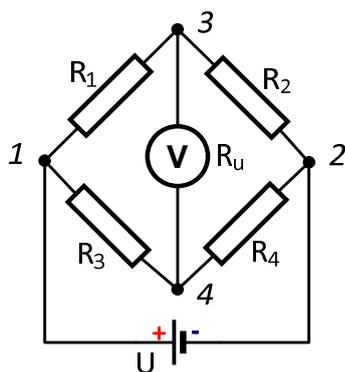
❷ Kondenzator sa zrakom kao dielektrikom ima $S=400 \text{ cm}^2$ i $d=5 \text{ mm}$. Odredite mu kapacitivnost C . Kolika će biti kapacitivnost C' ako se između ploča ubaci ebonit s $\epsilon_r=2,69$?

Ako se zračni kondenzator priključi na napon $U=1 \text{ kV}$, a zatim odspoji od izvora i poveća mu se razmak između ploča na $d'=1 \text{ cm}$, odredite naboj na kondenzatoru Q , električno polje E , indukciju D i kapacitivnost takva kondenzatora. Koliki je sada napon na kondenzatoru? (20 %)



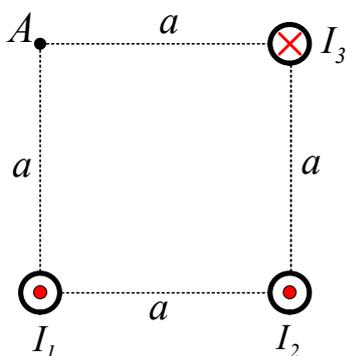
❸ Odredite nadomjesni otpor R_{AB} .

(15 %)



❹ Zadano je: $R_1=100 \Omega$, $R_2=400 \Omega$, $R_3=200 \Omega$, $R_4=300 \Omega$. Kada se voltmetar unutarnjeg otpora $R_u=2 \text{ k}\Omega$ spoji između točaka 3 i 4, pokazuje napon $U_{34}=10 \text{ V}$. Koliki je bio napon U_{34} prije priključenja voltmetra?

(20 %)

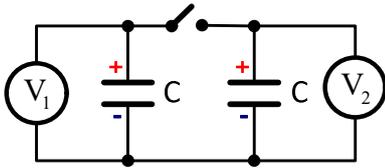


❺ Odredite jakost magnetskoga polja H u točki A po veličini i smjeru. Točka se nalazi u polju triju ravnih dugih paralelnih vodiča protjecanih strujama $I_1=I_2=I_3=10 \text{ A}$ prema slici. Zadano je $a=20 \text{ cm}$.

(20 %)

❻ Mjerenjem na svitku s $N=10$ zavoja ustanovljeno je da se u intervalu $\Delta t=100 \text{ ms}$ magnetski tok linearno promijeni od $\Phi_1=0,2 \text{ mVs}$ do $\Phi_2=0,4 \text{ mVs}$, pri promjeni struje od $I_1=50 \text{ mA}$ do $I_2=500 \text{ mA}$. Kolika je induktivnost svitka i inducirani napon na njegovim krajevima? (15 %)

10. PISMENI ISPIT IZ OSNOVA ELEKTROTEHNIKE I

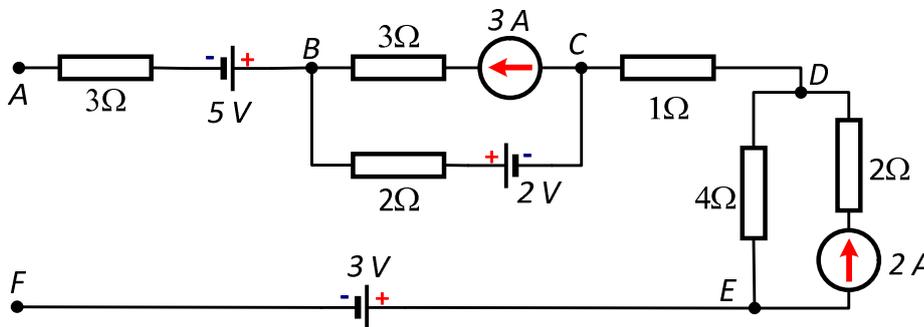


1 Voltmetri pokazuju $U_1=120\text{ V}$, $U_2=40\text{ V}$. Što će pokazivati voltmetri nakon zatvaranja sklopke?

(15 %)

2 Dvije okrugle ploče polumjera $R=60\text{ cm}$ postavljene su paralelno na razmaku od $d=22,4\text{ mm}$ i priključene na napon U . Između ploča je dielektrik s $\epsilon_r=4$. Ako je za odvajanje ploča od dielektrika potrebna sila od $F=4\text{ N}$, odredite napon između ploča kondenzatora.

(15 %)



3 Potencijali točaka B i C u odnosu na proizvoljnu referentnu točku su:

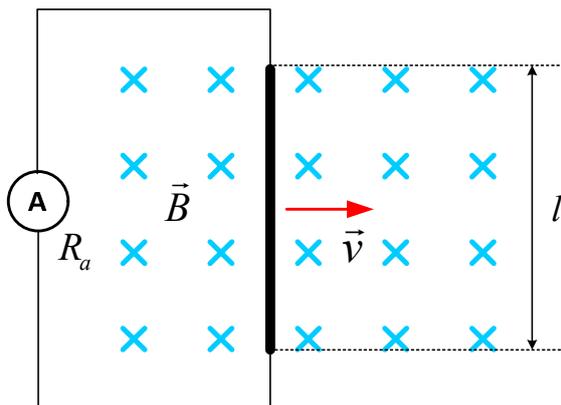
$$\varphi_B = -6\text{ V}, \varphi_C = -12\text{ V}.$$

Odredite napon U_{AF} .

(20 %)

4 Na stezaljkama realnoga naponskog izvora izmjeren je napon $U=108\text{ V}$. Ako je struja koju izvor daje u krug $I=9\text{ A}$, a unutarnji otpor izvora $R_u=0,22\ \Omega$, koliki je EMS izvora?

(15 %)



5 Vodič duljine $l=1\text{ cm}$ giba se u homogenom magnetskom polju brzinom $v=4\text{ m/s}$. Krajevi vodiča spojeni su na ampermetar unutarnjeg otpora $R_a=2\ \Omega$. Kolika je magnetska indukcija polja B potrebna da bi ampermetar pokazivao struju $I_A=10\text{ mA}$? Otpor vodiča i spojnih vodova je zanemariv.

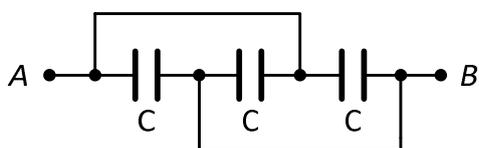
(20 %)

6 Na ravnom svitku presjeka $S=20\text{ cm}^2$ ravnomjerno je namotano $N=100$ zavoja. Mjerenjem je ustanovljeno da pri jednolikom porastu struje kroz svitak od $I_1=1\text{ A}$ do $I_2=6\text{ A}$ magnetska indukcija u svitku raste od $B_1=0,6\text{ T}$ do $B_2=1,1\text{ T}$. Kolika je induktivnost svitka L ?

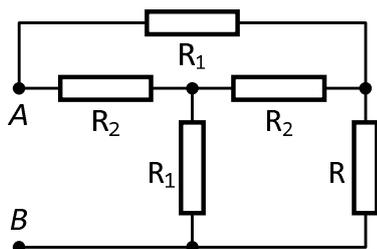
(15 %)

11. PISMENI ISPIT IZ OSNOVA ELEKTROTEHNIKE I

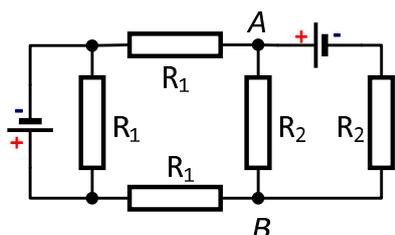
- 1 Jakost električnog polja na udaljenosti d od pozitivnoga točkastog naboja jest E . Odredite udaljenost x na kojoj je jakost polja $2E$. (15 %)



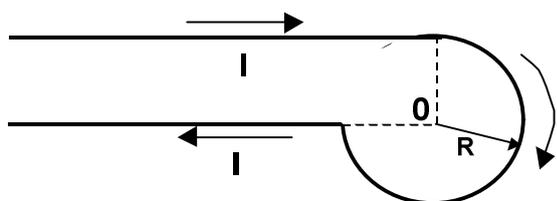
- 2 Izvedite izraz za nadomjesnu kapacitivnost C_{AB} . (15 %)



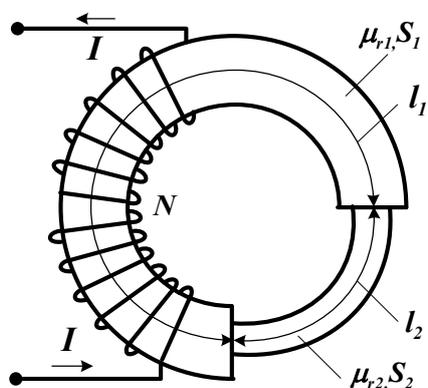
- 3 Ulazni otpor kruga je $R_{AB}=620 \Omega$. Ako su $R_1=1500 \Omega$ i $R_2=500 \Omega$, koliki mora biti otpor R ? (20 %)



- 4 Pomoću Theveninova teorema odredite struju u grani AB . Zadano je: $R_1=2 \Omega$, $R_2=4 \Omega$, $E=4 V$. (15 %)



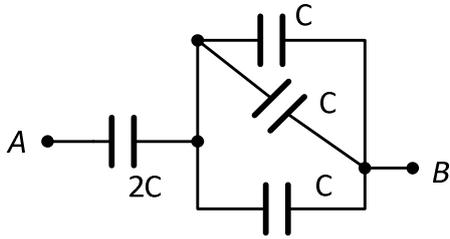
- 5 Odredite magnetsku indukciju B u točki O za vodič oblika prema slici. (15 %)



- 6 Odredite potrebnu struju kroz uzbudni namot od $N=1000$ zavoja da bi se u magnetskom krugu stvorio tok $\Phi=2,5 mVs$. Zadano je: $l_1=80 cm$, $l_2=20 cm$, $S_1=25 cm^2$, $S_2=12,5 cm^2$, $\mu_{r1}=1000$, $\mu_{r2}=500$. Rasipanje toka je zanemarivo. (20 %)

12. PISMENI ISPIT IZ OSNOVA ELEKTROTEHNIKE I

- ❶ Zračni pločasti kondenzator priključen je na napon $U=1000\text{ V}$. Koliki će biti napon na kondenzatoru kada se izvor odstrani, a razmak među pločama udvostruči? (15 %)

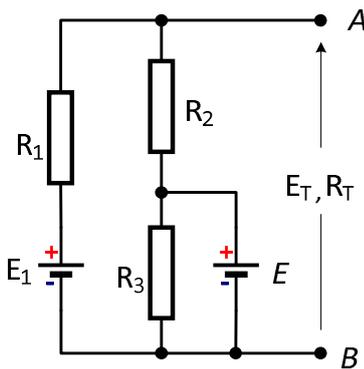


- ❷ Izvedite izraz za nadomjesnu kapacitivnost C_{AB} .

(10 %)

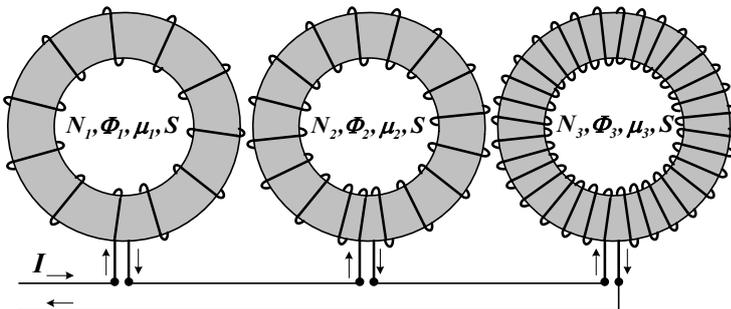
- ❸ Baterija od $z=20$ jednakih galvanskih članaka ima elektromotornu silu $E=1,5\text{ V}$ i unutarnji otpor $R_u=2\ \Omega$ po svakom članku. Baterija je spojena na trošilo R_T sastavljeno od koluta bakrene žice duge $l=2280\text{ m}$, presjeka $S=4\text{ mm}^2$. Specifični otpor bakra je $\rho_{Cu}=0,01754\ \Omega\text{mm}^2/\text{m}$. Odredite:

- Jakost struje kroz trošilo ako su članci spojeni serijski, odnosno paralelno.
- Kako treba spojiti članke (n serijskih elemenata u m paralelnih grana) da struja kroz trošilo bude maksimalna? Kolika je ta struja?
- Ako se trošilo kratko spoji ($R_T=0$), kolika će biti struja kratkog spoja i to za slučaj serijskoga, odnosno paralelnog spoja galvanskih članaka? (25 %)



- ❹ Odredite parametre nadomjesnog Theveninova izvora E_T i R_T . Zadano je: $R_1=40\ \Omega$, $R_2=36\ \Omega$, $R_3=60\ \Omega$, $E=120\text{ V}$, $E_1=128\text{ V}$.

(15 %)



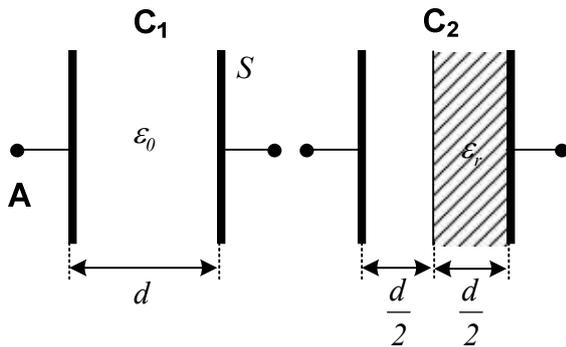
- ❺ Kako se odnose magnetski tokovi torusnih svitaka $\phi_1:\phi_2:\phi_3$ ako je $\mu_2=2\mu_1$, $\mu_3=2\mu_2$, $N_2=2N_1$, $N_3=4N_1$? U sustavu nema međuintektivne sprege.

(20 %)

- ❻ Dva duga paralelna vodiča protjecana su strujama $I_1=I_2=15\text{ A}$. Ako je sila po metru duljine vodiča $\frac{F}{l} = 450 \cdot 10^{-7} \frac{\text{N}}{\text{m}}$, kolika mora biti međusobna udaljenost vodiča d ?

(15 %)

13. PISMENI ISPIT IZ OSNOVA ELEKTROTEHNIKE I



❶ Zračni pločasti kondenzator kapacitivnosti C_1 zadan je dimenzijama prema slici. Ako se polovica prostora između ploča kondenzatora ispuni dielektrikom relativne dielektričnosti $\epsilon_r=3$, dobije se kondenzator kapacitivnosti C_2 . Odredite omjer C_1/C_2 .

(15 %)

❷ Za pločasti kondenzator zadan je: $\epsilon_r=5$, $S=40 \text{ cm}^2$, $d=0,5 \text{ cm}$. Ako se kondenzator spoji na napon $U=1 \text{ kV}$, kolika će biti energija sadržana u dielektriku?

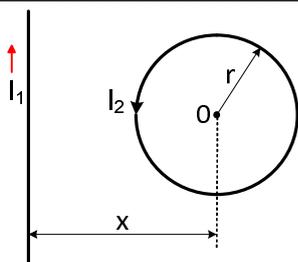
(15 %)

❸ Svitak voltmetra napravljen je od bakra. Pri 20°C ima otpor $R_{Cu}=20 \Omega$ i temperaturni koeficijent $\alpha_{Cu}=0,004 \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$. Radi kompenziranja temperaturnih promjena svitak se serijski spaja s temperaturno nepromjenljivim manganinskim otpornikom. Odredite vrijednost tog predotpora R_{Mn} tako da promjena temperature za $\Delta\theta=40^\circ\text{C}$ ne izazove promjene ukupnog otpora R_V veće od $\Delta R_V(\%)=0,5 \%$ otpora R_V pri 20°C . Napomena: $R_{V(20^\circ\text{C})} = R_{Cu} + R_{Mn}$, $\Delta R_V\% = \frac{\Delta R_V}{R_V} \cdot 100$.

(20 %)

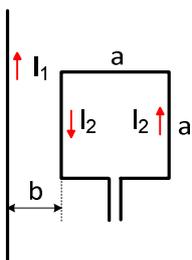
❹ Na izvor EMS-a $E=1,2 \text{ V}$ unutarnjeg otpora $R_u=0,04 \Omega$ spojeno je trošilo R_T . Odredite napon na trošilu i struju kroz trošilo za slučaj prilagodbe trošila na izvor. Kolika je maksimalna snaga na trošilu?

(15 %)



❺ Vrlo dugi ravni vodič protjecan strujom $I_1=20 \text{ A}$ i vodljiva kružna petlja polumjera $r=6 \text{ cm}$, kojom teče struja $I_2=4 \text{ A}$, nalaze se u istoj ravnini. Odredite potrebnu udaljenost x , tako da jakost magnetskoga polja H_0 u točki O bude jednaka nuli.

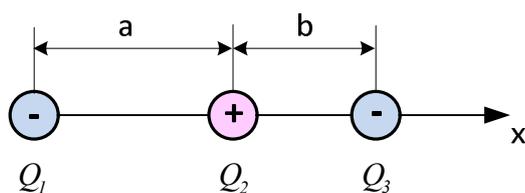
(15 %)



❻ Kroz vrlo dugi ravni vodič teče struja $I_1=30 \text{ A}$. Na udaljenosti $b=10 \text{ cm}$ nalazi se bliža stranica vodljive kvadratne petlje stranice $a=20 \text{ cm}$. Ako kroz petlju teče struja $I_2=10 \text{ A}$, odredite iznos i smjer sile kojom ravni vodič djeluje na kvadratnu petlju.

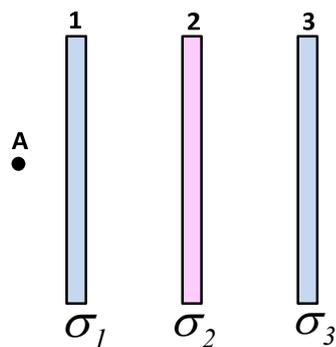
(20 %)

14. PISMENI ISPIT IZ OSNOVA ELEKTROTEHNIKE I



1 Tri nabijene čestice s nabojima $Q_1 = -8 \mu\text{C}$, $Q_2 = +3 \mu\text{C}$ i $Q_3 = -4 \mu\text{C}$ nalaze se na istom pravcu. Zadane su međusobne udaljenosti $a = 0,3 \text{ m}$, $b = 0,2 \text{ m}$. Odredite iznos i smjer sile koja djeluje na česticu s nabojem Q_3 .

(15 %)

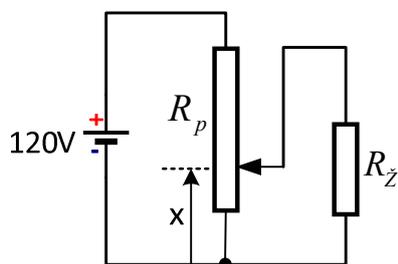


2 Tri vrlo velike kvadratne ploče nabijene su plošnim gustoćama naboja $\sigma_1 = -0,5 \mu\text{C}/\text{m}^2$, $\sigma_2 = +0,1 \mu\text{C}/\text{m}^2$, $\sigma_3 = -0,35 \mu\text{C}/\text{m}^2$. Odredite ukupno električno polje po iznosu i smjeru (lijevo ili desno) u točkama A i B.

(20 %)

3 Električna grijalica pri naponu od 220 V uzima struju od 9 A . Koliki je mjesečni trošak (u kunama) ako grijalica radi prosječno 3 sata dnevno, a elektrodistributivna tvrtka naplaćuje $0,5$ kuna po kilovatsatu utrošene električne energije?

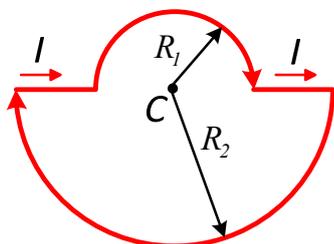
(15 %)



4 Potenciometar od $R_p = 100 \Omega$ upotrijebljen je za prigušivanje svjetla žarulje otpora $R_z = 200 \Omega$. Klizač potenciometra može zauzimati položaje od $x = 0$ (donji položaj) do $x = 1$ (gornji položaj). Kolika je snaga žarulje ako je:

- a) $x = 1$
- b) $x = 0,25$?

(20 %)



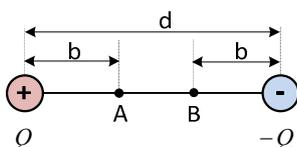
5 Kroz vodič savijen u petlju prema slici teče struja I . Odredite veličinu i smjer magnetske indukcije B u centru C .

(15 %)

6 Zrakoplov leti brzinom od 900 km/h u području gdje je magnetsko polje Zemlje približno okomito na njegovu putanju, a indukcija mu je $B = 5 \cdot 10^{-5} \text{ T}$. Kolika je razlika potencijala inducirana između krajeva krila zrakoplova ako je raspon krila 80 m ? Ima li razloga za zabrinutost s obzirom na veličinu inducirano napona?

(15 %)

15. PISMENI ISPIT IZ OSNOVA ELEKTROTEHNIKE I



❶ Dva jednaka naboja suprotnog polariteta nalaze se na udaljenosti d . Odredite jednadžbu za razliku potencijala U_{BA} između točaka B i A (točke su na spojnici između naboja).

(20 %)

❷ Kako se mijenja energija W_0 uskladištena u kondenzatoru ako se:

- udvostruči razlika potencijala između ploča
- udvostruči naboj na pločama
- udvostruči udaljenost između ploča, pri čemu kondenzator ostaje spojen na izvor?

(15 %)

❸ Par zvučnika spojen je na stereopojačalo preko dva para izoliranih bakrenih žica. Duljina svake žice je 20 m , a specifični otpor bakra je $\rho_{Cu} = 1,68 \cdot 10^{-8} \Omega m$. Koliki mora biti promjer d žice da otpor pojedine žice bude manji od $0,1 \Omega$? Ako svaki zvučnik uzima struju od 4 A , koliki je pad napona uzduž žice?

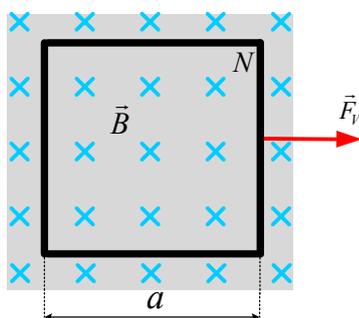
(15 %)

❹ Na izvor $E = 12\text{ V}$ unutarnjeg otpora $R_u = 1 \Omega$ serijski su spojena dva otpornika od po $9\text{ k}\Omega$. Ampermetar unutarnjeg otpora $R_{uA} = 0,5 \Omega$ mjeri ukupnu struju kroz otpornike, a istovremeno voltmetar unutarnjeg otpora $R_{uV} = 11,5\text{ k}\Omega$ mjeri napon na jednom od otpornika. Što će pokazati ampermetar i voltmetar?

(15 %)

❺ Zrakoplov leti brzinom od 432 km/h okomito na Zemljino magnetsko polje indukcije $B = 5 \cdot 10^{-5}\text{ T}$ u smjeru istok-zapad. Na zrakoplovu se prikupio naboj $Q = 1,55\text{ mC}$. Odredite iznos i smjer magnetske sile koja djeluje na zrakoplov.

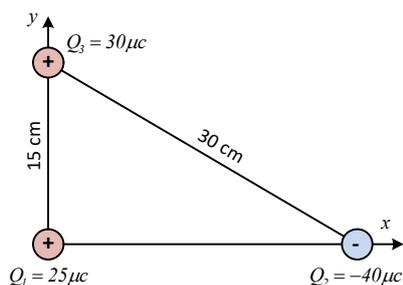
(15 %)



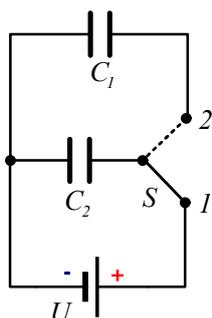
❻ Kvadratni svitak stranice $a = 10\text{ cm}$ s $N = 100$ zavoja smješten je okomito na homogeno magnetsko polje $B = 0,5\text{ T}$. Djelujući jednoliko vanjskom silom u intervalu $\Delta t = 0,1\text{ s}$, svitak odstranimo iz područja djelovanja polja (za $t = 0$ desni je rub svitka u području gdje je $B = 0$, a nakon $0,1\text{ s}$ cijeli je svitak izvan polja). Odredite: promjenu magnetskog toka $\Delta\Phi$, inducirani EMF e , struju (iznos i smjer) te energiju disipiranu u svitku, ako je ukupni otpor svitka $R = 100 \Omega$.

(20 %)

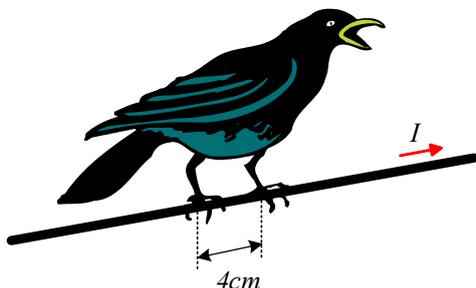
16. PISMENI ISPIT IZ OSNOVA ELEKTROTEHNIKE I



- 1 Odredite vektor elektrostatičke sile (iznos i smjer) na naboj Q_3 zbog djelovanja naboja Q_1 i Q_2 te ga prikažite grafički. (20 %)



- 2 Odredite naboje Q_1 i Q_2 na kondenzatorima C_1 i C_2 kada se sklopka prebaci iz položaja 1 u položaj 2. (15 %)



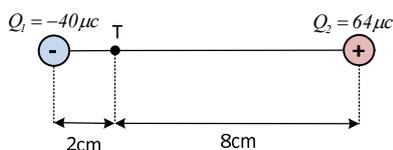
- 3 Ptica stoji na žici prijenosnog voda kojim teče struja od 3000 A . Otpor prijenosnog voda po metru duljine je $2,5 \cdot 10^{-5}\ \Omega/m$. Razmak između ptičjih nogu je 4 cm . Koliku razliku potencijala „osjeća“ ptica? Hoće li ptica stradati od strujnog udara? (15 %)

- 4 Potrebno je projektirati solarni panel koji će trošilu isporučiti struju od najmanje 1 A pri naponu od 100 V . Panel se sastoji od kvadratnih ćelija stranice 3 cm . Svaka ćelija kada se izloži Sunčevu svjetlu, daje 350 mA pri naponu od $0,8\text{ V}$. Koliko ćelija mora sadržavati solarni panel i kako ćelije moraju biti spojene? Kolike trebaju biti dimenzije panela (duljina i širina)? (20 %)

- 5 Na krajevima nekog svitka inducira se napon od 8 V ako se u intervalu od 20 ms struja jednoliko promijeni od -20 mA do $+30\text{ mA}$. Kolika je induktivnost L svitka? (15 %)

- 6 Odredite gustoću magnetske energije $w = W/V$ (J/m^3) na površini bakrenog vodiča promjera $d = 3\text{ mm}$ ako vodičem teče struja $I = 20\text{ A}$. (15 %)

17. PISMENI ISPIT IZ OSNOVA ELEKTROTEHNIKE I



1 Odredite jakost električnog polja u točki T koja se nalazi na spojnici dvaju točkastih naboja. Ako se u točku T dovede elektron (masa i naboj elektrona su $m_e = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$; $q_e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$), kolika će biti njegova početna

akceleracija zbog djelovanja sila električnog polja?

(15 %)

2 Pločasti kondenzator površine ploča $S=1 \text{ m}^2$, razmaka između ploča $d=4 \text{ mm}$, ispunjen je dielektrikom s $\epsilon_r=4$ i spojen na izvor napona $U=100 \text{ V}$. Odredite kapacitivnost, naboj, električno polje i energiju akumuliranu u kondenzatoru. Ako se izvor isključi, a zatim pažljivo izvuče dielektrik, odredite nove vrijednosti kapacitivnosti, jakosti električnog polja, napona između ploča i energiju akumuliranu u kondenzatoru.

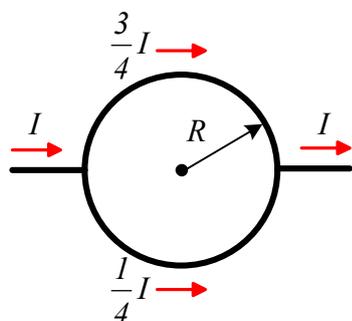
(20 %)

3 Ampermetar unutarnjeg otpora 50Ω mjeri struju od 5 mA kada je spojen u krug sastavljen od baterijskog izvora i dvaju serijski vezanih otpornika (750Ω i 400Ω). Koja je stvarna vrijednost struje u krugu kada se odstrani ampermetar? Kolika je apsolutna pogreška zbog utjecaja unutarnjeg otpora ampermetra?

(15 %)

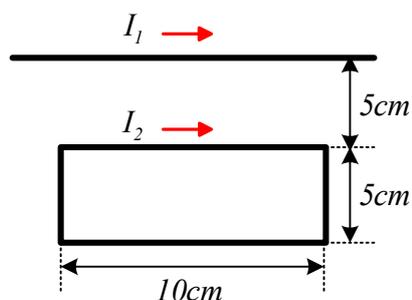
4 Odredite gustoću električne energije $w=W/V \text{ (J/m}^3\text{)}$ na površini bakrenog vodiča promjera $d=3 \text{ mm}$ ako vodičem teče struja $I=20 \text{ A}$. Specifični otpor bakra je $\rho_{Cu} = 1,68 \cdot 10^{-8} \Omega \text{ m}$.

(20 %)



5 Kružni prsten polumjera R sastavljen je od dvaju polukružnih vodiča različitih vodljivosti. Struja koja ulazi u spoj polukružnih vodiča dijeli se na dvije različite struje i izlazi na drugom spoju. Kolika je magnetska indukcija B u središtu prstena? Naznačite smjer vektora magnetske indukcije.

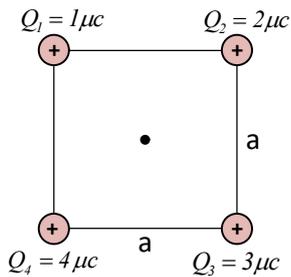
(15 %)



6 Pravokutna petlja zadanih dimenzija nalazi se u blizini dugoga ravnog vodiča. Ako kroz vodič i petlju teku jednake struje $I_1=I_2=10 \text{ A}$, odredite iznos i smjer sile koja djeluje na petlju. Na slici naznačite vektore sila na pojedinim segmentima petlje i vektor ukupne sile.

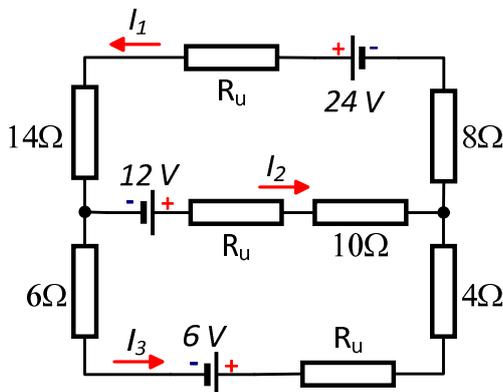
(15 %)

18. PISMENI ISPIT IZ OSNOVA ELEKTROTEHNIKE I



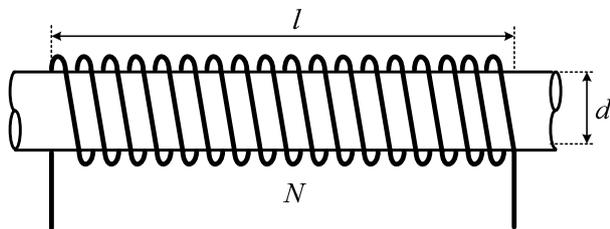
- ❶ Odredite jakost i smjer električnog polja u središtu kvadrata stranice $a=10\text{ cm}$ ako su u vrhovima kvadrata raspoređeni naboji prema slici. (20 %)

- ❷ Jakost električnoga polja neposredno uz površinu metalne kugle polumjera $R=4\text{ cm}$ iznosi $E=3 \cdot 10^2\text{ N/C}$. Silnice električnog polja usmjerene su prema kugli. Odredite količinu naboja na kugli. Koji je predznak naboja i kako je on raspoređen (grafički prikaz)? (15 %)



- ❸ Tri izvora EMS-a jednakih unutarnjih otpora $R_u=2\ \Omega$ spojena su prema slici. Odredite struje I_1 , I_2 i I_3 te napon na stezaljkama EMS-a od 6 V . Zadatak riješite metodom konturnih struja. (18 %)

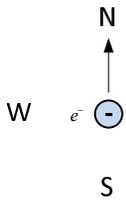
- ❹ Ako se u gornjoj mreži otpor od $4\ \Omega$ kratko spoji, odredite struju I_1 . Zadatak riješite uporabom Millmannova teorema. (15 %)



- ❺ Ravni svitak kružnog presjeka S sastavljen je od N gusto motanih zavoja. Svitak duljine l ima induktivnost L . Ako se isti svitak premota tako da se dobije novi svitak trostruko većeg promjera $d'=3d$, za koliko se promijeni njegova induktivnost? (17 %)

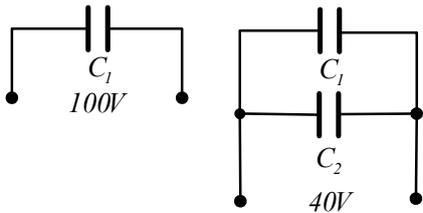
- ❻ Kroz produžni kabel za startanje automobila kojemu se ispraznio akumulator teče struja od 55 A . Kolika je magnetska indukcija na udaljenosti $r=5\text{ cm}$ od osi kabela? Za koliko je puta dobiveno magnetsko polje jače od prosječnoga magnetskog polja Zemlje ($B_z=0,55 \cdot 10^{-4}\text{ T}$)? (15 %)

19. PISMENI ISPIT IZ OSNOVA ELEKTROTEHNIKE I



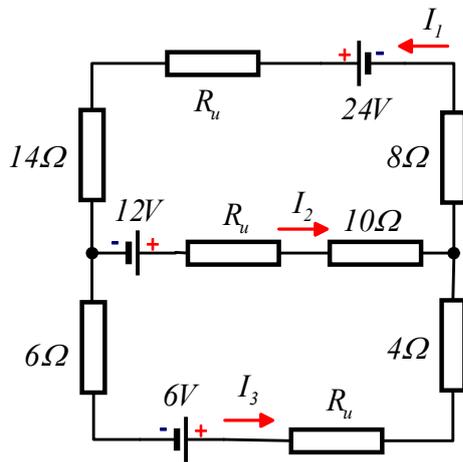
1 Pod djelovanjem jednolikog električnog polja elektron se iz stanja mirovanja ubrzava akceleracijom $a=145 \text{ m/s}^2$ u smjeru sjevera. Odredite iznos i smjer električnog polja. Masa i naboj elektrona su:
 $m_e=9,11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$, $q_e=1,6 \cdot 10^{-19} \text{ As}$.

(17 %)



2 Kondenzator C_1 nabije se tako da je na njegovim stezaljkama napon $U_1=100 \text{ V}$. Ako se paralelno njemu spoji kondenzator $C_2=1,5 \mu\text{F}$, napon na paralelnoj kombinaciji opadne na 40 V . Odredite kapacitivnost C_1 .

(15 %)

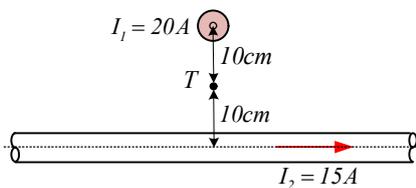


3 Tri izvora EMS-a jednakih unutarnjih otpora $R_u=2 \Omega$ spojena su prema slici. Odredite struje I_1 , I_2 i I_3 te napon na stezaljkama EMS-a od 6 V . Zadatak riješite uporabom Kirchhoffovih zakona.

(15 %)

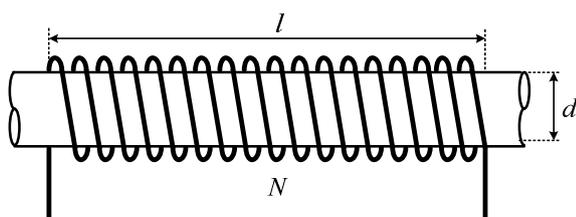
4 Ako se u gornjoj mreži izvor od 6 V zamijeni nepoznatim EMS-om E , u grani s otporom od 10Ω teče struja $I_2=1 \text{ A}$ u suprotnom smjeru od naznačenoga. Koliki mora biti EMS E da bi bili zadovoljeni navedeni uvjeti?

(18 %)



5 Dva duga ravna međusobno okomita vodiča udaljena su 20 cm i protjecana strujama I_1 i I_2 prema slici. Odredite iznos i smjer magnetske indukcije B u točki T koja se nalazi na polovici udaljenosti između osi vodiča.

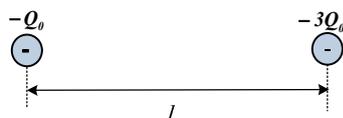
(18 %)



6 Zračni svitak s $N=2000$ zavoja duljine $l=30 \text{ cm}$ ima kružni presjek promjera $d=3 \text{ cm}$. Kolika je induktivnost svitka L ? Ako se unutar svitka postavi željezna jezgra čija je relativna permeabilnost tisuću puta veća od permeabilnosti zraka, odredite broj zavoja N' potreban da se postigne jednaka vrijednost induktivnosti L .

(17 %)

20. PISMENI ISPIT IZ OSNOVA ELEKTROTEHNIKE I



❶ Udaljenost dvaju naboja, $-Q_0$ i $-3Q_0$, jest l . Naboji se pod djelovanjem sile mogu slobodno kretati. Odredite položaj ($x=?$) i iznos trećeg naboja Q , uz uvjet da prva dva naboja budu u stanju ravnoteže (nepomični).

(20 %)

❷ Odredite kapacitivnost zračnog kondenzatora C kojemu su ploče površine $S=30\text{ cm}^2$ udaljene za $l\text{ mm}$. Koliki se naboj Q akumulira na svakoj ploči kada se kondenzator priključi na napon $U=12\text{ V}$ i koliko je tada električno polje E između ploča? Kolika treba biti površina ploča kondenzatora S' da se, uz isti razmak, dobije kapacitivnost $C'=1\text{ }\mu\text{F}$?

(15 %)

❸ Prosječni udar groma oslobađa u intervalu od $0,18\text{ s}$ energiju od 10^9 J , uz razliku potencijala od 50 MV . Odredite prenesenu količinu naboja Q , struju I i prosječnu snagu kojom djeluje udar groma u navedenom intervalu od $0,18\text{ s}$.

(15 %)

❹ Nemarni vozač ostavio je automobil s upaljenim svjetlima. Snaga je dvaju prednjih svjetala (farova) $2\times 40\text{ W}$, a stražnjih pozicijskih svjetala $2\times 5\text{ W}$. Svjetla rade na naponu od 12 V . Koliko će vremena proteći dok se ne isprazni nova akumulatorska baterija od 45 ampersati ?

(15 %)

N

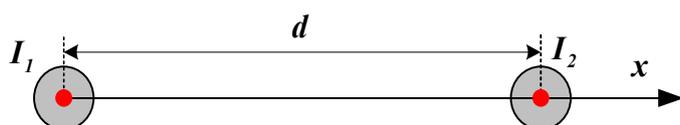
W e^- \ominus

E

S

❺ Odredite iznos i smjer sile koja djeluje na elektron koji se brzinom $v=800\text{ km/s}$ giba u smjeru istoka. Elektron se nalazi u magnetskom polju $B=0,8\text{ T}$ okomitom na smjer gibanja i usmjerenom iz ravnine crtnje. Naboj elektrona: $Q_e=-1,6\cdot 10^{-19}\text{ As}$.

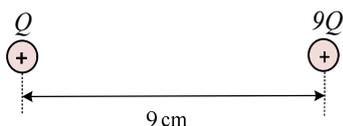
(18 %)



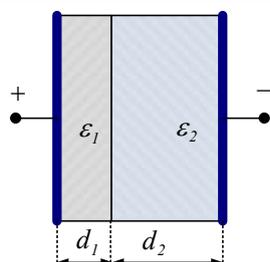
❻ Dva duga paralelna vodiča nalaze se na udaljenosti d i protjecana su jednakim strujama $I_1=I_2=I$ istog smjera. Odredite izraz za promjenu magnetske indukcije B između vodiča kao funkciju od x .

(17 %)

21. PISMENI ISPIT IZ OSNOVA ELEKTROTEHNIKE I

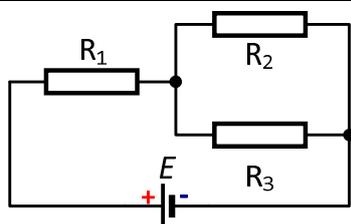


- 1 Udaljenost dvaju naboja, Q i $9Q$, jest 9 cm . Na kolikoj se udaljenosti od prvog naboja nalazi točka u kojoj je jakost električnog polja jednaka nuli? (15 %)



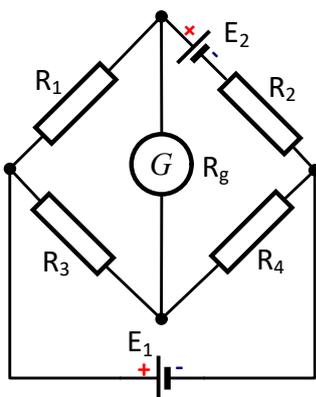
- 2 Na kondenzator s dvoslojnim dielektrikom narinut je napon $U=100\text{ V}$. Odredite jakosti električnog polja u slojevima dielektrika E_1 i E_2 te odgovarajuće napone U_1 i U_2 . Zadano je: $\varepsilon_{r1}=2$, $\varepsilon_{r2}=3$, $d_1=5\text{ mm}$, $d_2=10\text{ mm}$.

(17 %)



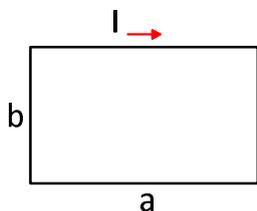
- 3 Na otporu R_2 izmjereno je napon $U_2=16\text{ V}$. Odredite otpor R_1 ako je zadano: $R_2=R_3=8\ \Omega$, $E=36\text{ V}$.

(15 %)



- 4 Kolika struja teče kroz galvanometar unutarnjeg otpora $R_g=10\ \Omega$? Zadatak riješite uporabom metode konturnih struja. Zadano je: $R_1=10\ \Omega$, $R_2=20\ \Omega$, $R_3=40\ \Omega$, $R_4=20\ \Omega$, $E_1=20\text{ V}$, $E_2=10\text{ V}$.

(18 %)



- 5 Kroz pravokutnu petlju ($a; b = a\sqrt{3}$) teče struja I . Odredite iznos i smjer vektora jakosti magnetskog polja u težištu petlje.

(20 %)

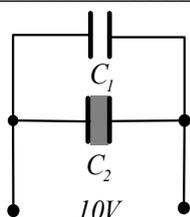
- 6 Antena radijskog prijavnika postavljena je na krovu automobila. Nalazi se u uspravnom položaju i duga je 1 m . Kolika se elektromotorna sila inducira u anteni ako se automobil giba brzinom od 80 km/h u smjeru: a) istok-zapad, b) sjever-jug? Vodoravna komponenta magnetskog polja Zemlje je $B=2 \cdot 10^{-5}\text{ T}$.

(15 %)

22. PISMENI ISPIT IZ OSNOVA ELEKTROTEHNIKE I

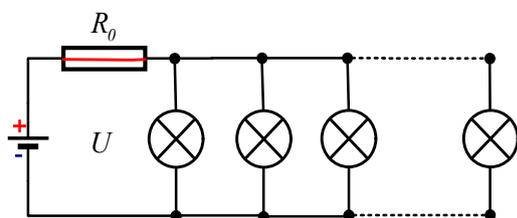
❶ Dva naboja, Q_1 i Q_2 , smještena su u zraku i međusobno udaljena $0,11\text{ m}$. Sila između tih naboja jednaka je sili koja djeluje između njih kada se nalaze u parafinu na udaljenosti $0,074\text{ m}$. Odredite relativnu dielektričnu konstantu parafina ϵ_{rp} .

(17 %)



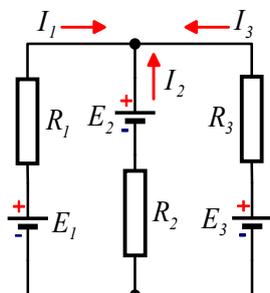
❷ Kondenzatori $C_1=10\ \mu\text{F}$ sa zračnim dielektrikom i $C_2=20\ \mu\text{F}$ s dielektrikom $\epsilon_{r2}=2$ spojeni su na izvor $U=10\text{ V}$. Odredite napon na kondenzatoru C_1 nakon što se istovremeno odspoji izvor i izvuče dielektrik iz kondenzatora C_2 .

(15 %)



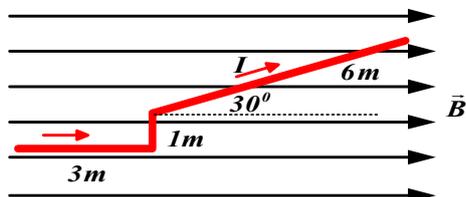
❸ Serijski s izvorom $U=200\text{ V}$ postavljen je osigurač koji pregara pri struji $I_{max}=5\text{ A}$. Otpor osigurača je $R_0=15\ \Omega$. Odredite najveći broj žarulja otpora $R=200\ \Omega$ koje se mogu spojiti paralelno izvoru, a da osigurač ne pregori.

(18 %)



❹ Odredite struje I_1, I_2, I_3 uporabom Kirchhoffovih zakona. Zadano je: $R_1=200\ \Omega, R_2=100\ \Omega, R_3=10\ \Omega, E_1=60\text{ V}, E_2=48\text{ V}, E_3=6\text{ V}$.

(15 %)



❺ U homogenom magnetskom polju indukcije $B=0,05\text{ T}$ nalazi se segment vodiča sastavljen od triju dijelova prema slici. Ako vodičem teče struja $I=10\text{ A}$, odredite veličinu i smjer magnetske sile na vodič.

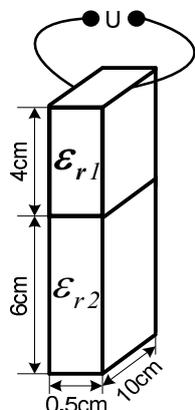
(15 %)

❻ Jakost magnetskog polja u svitku s $N=100$ zavoja, promjera $d=5\text{ cm}$, iznosi $H=5\cdot 10^5\text{ A/m}$. Odredite vremenski interval Δt unutar kojeg treba svitak odstraniti iz magnetskog polja, da bi se u svitku inducirao napon $e=5\text{ V}$.

(20 %)

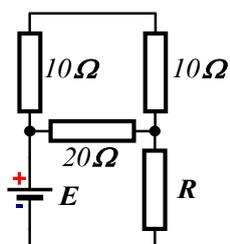
23. PISMENI ISPIT IZ OSNOVA ELEKTROTEHNIKE I

❶ Dvije pozitivno nabijene čestice ukupnog naboja Q nalaze se na nekoj fiksnoj udaljenosti r . Kolike naboje moraju imati čestice da bi sila između njih bila: a) maksimalna; b) minimalna? (15 %)



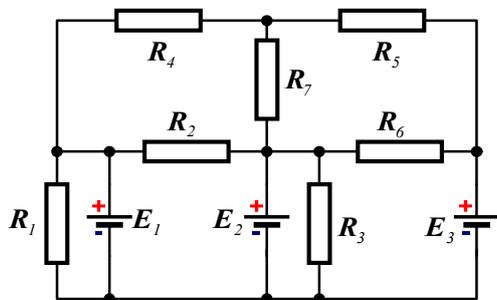
❷ Dielektrik pločastog kondenzatora, dimenzija prema slici, sastoji se od dvaju dijelova s $\epsilon_{r1}=5$ i $\epsilon_{r2}=2$. Odredite kapacitivnost kondenzatora, električno polje i električnu indukciju u svakom dielektriku te ukupni naboj na kondenzatoru ako je kondenzator priključen na napon $U=1000\text{ V}$.

(15 %)



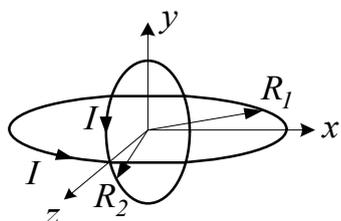
❸ Koliki je iznos EMS-a E ako se na otporu $R=10\ \Omega$ disipira snaga od 10 W ?

(15 %)



❹ Odredite otpor R_7 uz uvjet da kroz njega teče struja $I=1\text{ A}$. Zadano je: $R_1=R_2=R_3=10\ \Omega$, $R_4=30\ \Omega$, $R_5=R_6=20\ \Omega$, $E_1=100\text{ V}$, $E_2=200\text{ V}$, $E_3=300\text{ V}$.

(20 %)



❺ Odredite iznos i smjer magnetskog polja u središtu dvaju kružnih prstena ako kroz njih teku jednake struje $I=10\text{ A}$. Prsten polumjera $R_1=5\text{ cm}$ nalazi se u ravnini xz , a prsten polumjera $R_2=2\text{ cm}$ u ravnini yz .

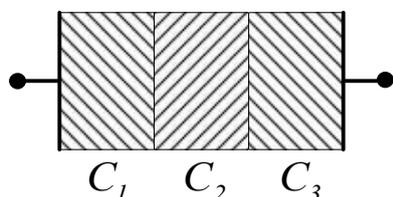
(15 %)

❻ Okomito na silnice homogenoga magnetskog polja ubačene su dvije nabijene čestice koje se nastavljaju gibati po kružnoj putanji jednakim brzinama $v_1=v_2$. Ako se mase odnose $m_1 : m_2 = 2 : 1$, a naboji $q_1 : q_2 = 1 : 2$, odredite omjer polumjera $r_1 : r_2$ po kojima se gibaju čestice. (20 %)

24. PISMENI ISPIT IZ OSNOVA ELEKTROTEHNIKE I

- ❶ Kondenzatori C_1 i C_2 spojeni su u seriju i priključeni na napon U . Odredite izraze za napone na svakom od kondenzatora.

(12 %)

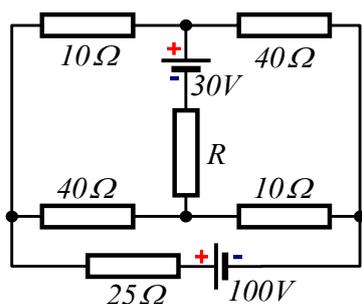


- ❷ Troslojni pločasti kondenzator prema slici ima kapacitivnost slojeva $C_1=18 \text{ nF}$, $C_2=10 \text{ nF}$ i $C_3=25 \text{ nF}$. Maksimalno dopušten napon za svaki od slojeva iznosi $U_d=800 \text{ V}$. Koliki je maksimalni napon koji se smije priključiti na kondenzator da ne dođe do proboja?

(18 %)

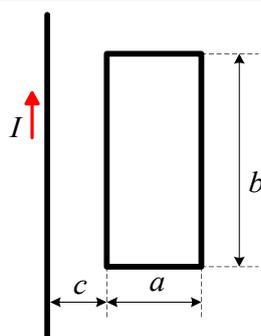
- ❸ Zadane su dvije žarulje od 60 W , odnosno 100 W . Koliku će snagu uzimati svaka od žarulja kada se one spoje serijski?

(15 %)



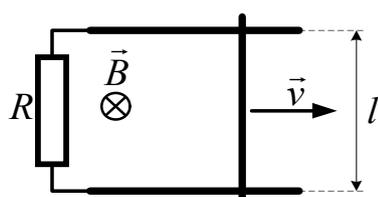
- ❹ Odredite struju kroz otpor R ($R=10 \Omega$).

(20 %)



- ❺ U ravni dugog ravnog vodiča kojim teče struja I nalazi se na udaljenosti $c=2 \text{ cm}$ pravokutna petlja dimenzija $a=8 \text{ cm}$, $b=50 \text{ cm}$. Odredite iznos struje I ako je petlja prožeta magnetskim tokom $\Phi = 8,06 \cdot 10^{-6} \text{ Vs}$.

(15 %)

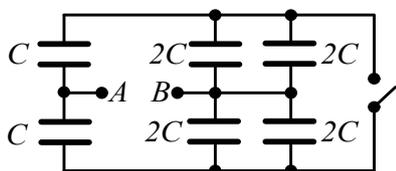


- ❻ Odredite silu F kojom treba vući vodič koji klizi po šinama razmaknutim $l=1 \text{ m}$ da bi se vodič gibao brzinom $v=10 \text{ m/s}$. Okomito na ravninu šina djeluje magnetsko polje $B=2 \text{ T}$. Šine su na jednom kraju zatvorene otporom $R=1 \Omega$. Otpor šina i vodova, kao i trenje, jesu zanemarivi.

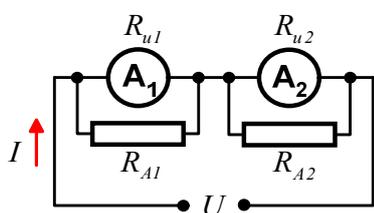
(20 %)

25. PISMENI ISPIT IZ OSNOVA ELEKTROTEHNIKE I

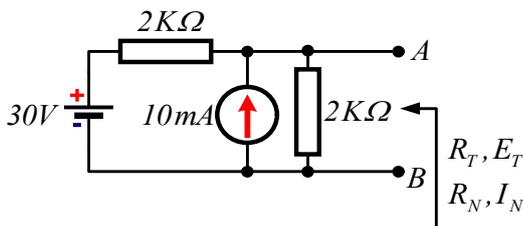
- ❶ Točkasti naboji $Q_1 = -10 \text{ nC}$ i $Q_2 = 40 \text{ nC}$ nalaze se u zraku na udaljenosti od 15 cm . Odredite jakost i smjer električnog polja u točki koja je od Q_1 udaljena za 5 cm , a od naboja Q_2 za 10 cm . (18 %)



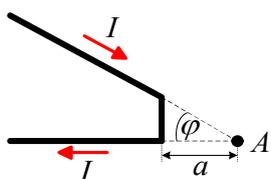
- ❷ Odredite nadomjesnu kapacitivnost $C_{eq} = C_{AB}$ za slučajeve kada je sklopka otvorena i kada je sklopka zatvorena. (15 %)



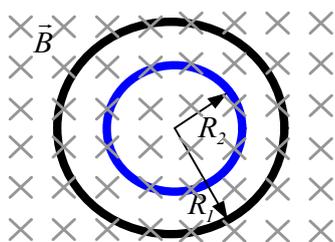
- ❸ Dva ampermetra spojena su serijski u krug kojim teče struja $I = 20 \text{ A}$. Ampermetar A_1 ima unutarnji otpor $R_{u1} = 500 \Omega$, a paralelno mu je spojen „shunt“ $R_{A1} = 0,02 \Omega$, koji služi za proširenje mjernog opsega ampermetra. Ampermetar A_2 ima unutarnji otpor $R_{u2} = 1200 \Omega$ i „shunt“ $R_{A2} = 0,01 \Omega$. Odredite pokazivanje ampermetara kada se shuntovi međusobno zamijene. (17 %)



- ❹ Odredite Theveninov (R_T, E_T) i Nortonov (R_N, I_N) ekvivalent za krug prema slici. (15 %)

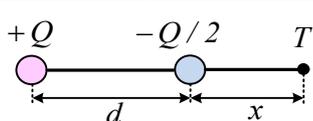


- ❺ Kroz vodič savijen prema slici teče struja $I = 12,56 \text{ A}$. Odredite jakost i smjer magnetskoga polja H_A u točki A ako je $a = 10 \text{ cm}$, a $\varphi = 30^\circ$. (15 %)



- ❻ Elastična kružna petlja nalazi se u homogenom magnetskom polju $B = 0,6 \text{ T}$. Ako se u intervalu $\Delta t = 0,5 \text{ s}$ polumjer petlje promijeni s $R_1 = 10 \text{ cm}$ na $R_2 = 5 \text{ cm}$, odredite srednju vrijednost induciranoeg EMS-a te smjer i srednju vrijednost inducirane struje ako je otpor petlje 2Ω . (20 %)

26. PISMENI ISPIT IZ OSNOVA ELEKTROTEHNIKE I

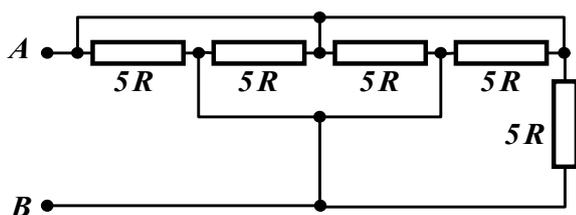


1 Na kojoj se udaljenosti x od negativnog naboja $-Q/2$ mora nalaziti točka T da bi jakost električnog polja u njoj bila jednaka nuli? Kolika je udaljenost točke T od naboja $+Q$? Postoji li bilo koja točka izvan x osi u kojoj je električno polje jednako nuli?

(20 %)

2 Pločasti kondenzator nabijen je na napon U , a zatim isključen s izvora. Što se događa s naponom između ploča kondenzatora ako se razmak između ploča utrostruči?

(12 %)

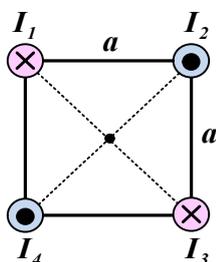


3 Koliki je nadomjesni otpor između točaka A i B ?

(15 %)

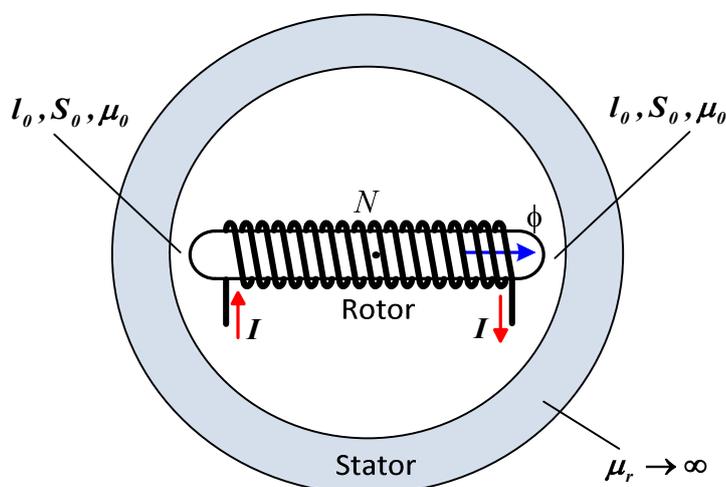
4 Na kojoj će vrijednosti otpora R izvor od 100 V unutarnjeg otpora $R_u=2\ \Omega$ dati korisnu snagu od 800 W i uz koji faktor korisnosti η ? Koliki treba biti otpor R da bi se na njemu dobila maksimalna snaga? Kolika je ta snaga i pripadni η ?

(20 %)



5 Četiri ravna duga vodiča protjecana strujama $I_1=I_2=I_3=I_4=I$ nalaze se u vrhovima kvadrata stranice a . Smjer protjecanja struje naznačen je na slici. Kolika je magnetska indukcija B u središtu kvadrata? Obrazložite dobiveni rezultat analitički i grafički.

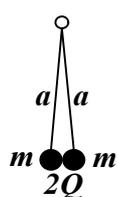
(13 %)



6 Na slici je shematski prikaz presjeka sinkronog motora. Magnetski tok Φ stvara se u svitku rotora protjecanjem struje $I=10\text{ A}$. Rasipanje toka je zanemarivo, kao i magnetski otpor magnetske strukture rotora i statora ($\mu_r \rightarrow \infty$). Ako je $N=1000$ zavoja, $l_0=0,01\text{ m}$, $S_0=0,1\text{ m}^2$, odredite magnetski tok Φ_0 i gustoću magnetskog toka B_0 u zračnom rasporu između rotora i statora.

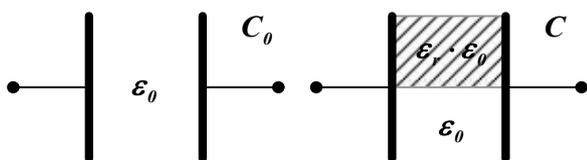
(20 %)

27. PISMENI ISPIT IZ OSNOVA ELEKTROTEHNIKE I



- 1 Dvije jednake kuglice, svaka mase $m=1\text{ g}$, vise u zraku o koncima duljine $a=10\text{ cm}$. Kada se kuglice nabiju ukupnim nabojem $2Q$, one se razmaknu tako da se svaki konac, u odnosu na početni položaj, razmakne za kut $\alpha = \frac{\pi}{36}$. Odredite naboj kuglice. Zemljino ubrzanje je $g=9,81\text{ ms}^{-2}$.

(20 %)

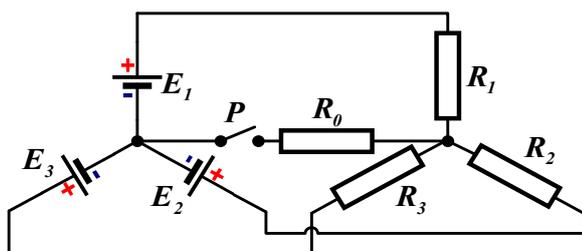


- 2 Za koliko se puta promijeni (poveća ili smanji) kapacitivnost kondenzatora površine ploča S , razmaka d sa zračnim dielektrikom, ako se između ploča ubaci dielektrik s $\epsilon_r=5$, prema slici.

(15 %)

- 3 Da bi se volframova žica promjera $0,1\text{ mm}$ zagrijala na $3000\text{ }^\circ\text{C}$, potrebna je struja od $2,072\text{ A}$. Potrebni napon je $2,43\text{ V}$ po centimetru duljine žice. Koliki je otpor žice duljine 3 cm ?

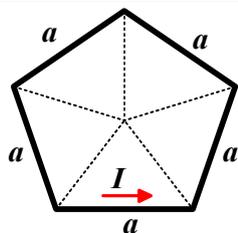
(15 %)



- 4 Naponi svih izvora u mreži prema slici jednaki su i iznose 50 V . Zadani su otpori: $R_1=20\ \Omega$, $R_2=10\ \Omega$, $R_3=5\ \Omega$, $R_0=3\ \Omega$. Odredite struje u svim granama kruga kada je:

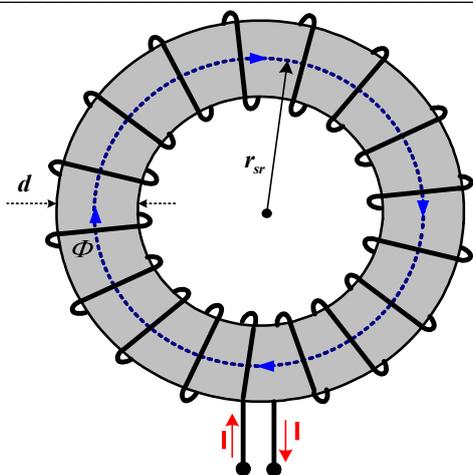
- sklopka P otvorena
- sklopka P zatvorena.

(20 %)



- 5 Kolika je magnetska indukcija B u težištu vodljive petlje oblika jednakostraničnog peterokuta stranice $a=0,5\text{ m}$ ako petljom teče struja $I=30\text{ A}$?

(15 %)

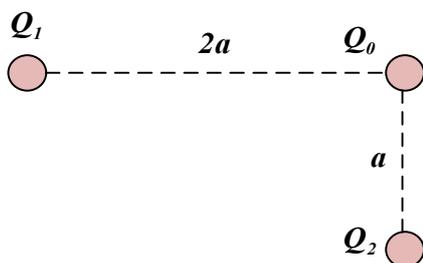


- 6 Torusni svitak kružnog presjeka promjera $d=2\text{ cm}$ ima $N=3000$ zavoja ravnomjerno namotanih na željeznu jezgru ($\mu_r=70$). Ako je srednji polumjer svitka $r_s=5\text{ cm}$, odredite:

- magnetsku indukciju B ako svitkom teče struja $I=20\text{ mA}$
- magnetski tok kroz svitak
- kolika bi struja trebala protjecati kroz zavoje kako bi se nakon odstranjivanja željezne jezgre dobila magnetska indukcija u zraku $B_0=1\text{ T}$.

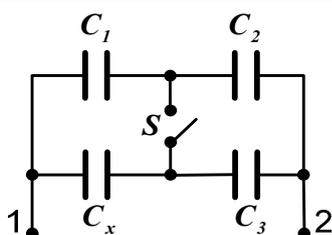
(15 %)

28. PISMENI ISPIT IZ OSNOVA ELEKTROTEHNIKE I



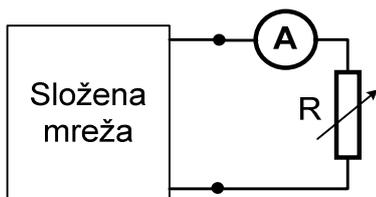
1 Odredite silu na naboj $Q_0=2 \cdot 10^{-6} \text{ As}$ ako je $Q_1=Q_2=3 \cdot 10^{-6} \text{ As}$, a $a=1 \text{ m}$. Grafički prikažite postupak određivanja ukupne sile na naboj Q_0 .

(15 %)



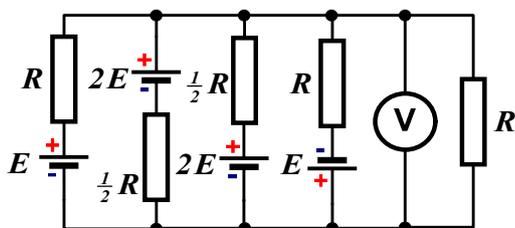
2 Kolika treba biti kapacitivnost C_x da bi nadomjesna kapacitivnost između točaka 1 i 2 bila jednaka pri otvorenoj i pri zatvorenoj sklopki S ? Zadano je: $C_1=2 \mu\text{F}$, $C_2=3 \mu\text{F}$, $C_3=6 \mu\text{F}$.

(20 %)



3 Na stezaljkama neke mreže nepoznate unutarnje strukture priključen je promjenljivi otpor R . Kada je $R_1=1 \Omega$, ampermetar mjeri struju $I_1=5 \text{ A}$, a za $R_2=4 \Omega$ ampermetar mjeri struju $I_2=2 \text{ A}$. S kolikim se nadomjesnim vrijednostima unutarnjeg otpora R_u i EMS-a E može zamijeniti nepoznata mreža?

(20 %)



4 Koliki napon pokazuje idealni voltmetar ako je $E=7 \text{ V}$?

(15 %)

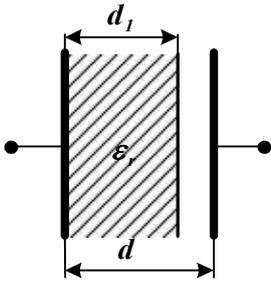
5 Kroz svitak otpora $R=10 \Omega$, induktivnosti $L=0,25 \text{ H}$, teče struja $I=2 \text{ A}$. Koliki će biti napon na krajevima svitka ako struja u jednom trenutku počne rasti brzinom od $\frac{di}{dt} = 1000 \text{ A/s}$?

(15 %)

6 Na torusnu feromagnetsku jezgru $l=20 \text{ cm}$, $S=5 \text{ cm}^2$ ravnomjerno su namotana dva odvojena svitka s $N=10$ zavoja i $N=100$ zavoja. Ako se prvi svitak pobudi konstantnom strujom I , međuiduktivnost između svitaka je $M=3,14 \text{ mH}$. Kolika je relativna permeabilnost feromagnetskog materijala?

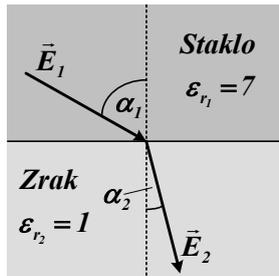
(15 %)

29. PISMENI ISPIT IZ OSNOVA ELEKTROTEHNIKE I



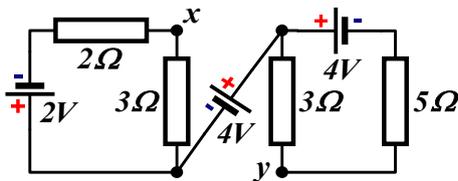
❶ U zračni pločasti kondenzator s $d=5\text{ mm}$ ubačen je papir debljine $d_1=4\text{ mm}$, s $\epsilon_r=3$. Odredite najveći napon na koji se smije priključiti kondenzator ako su dielektrične čvrstoće (maksimalno dopuštene jakosti polja) papira $E_{1max}=30\text{ kV/cm}$ i zraka $E_{2max}=200\text{ kV/cm}$.

(15 %)



❷ Vektor električnog polja jakosti $E_1=2\text{ kV/cm}$ u staklu upada pod kutom $\alpha_1=60^\circ$ na graničnu plohu staklo-zrak. Odredite jakost električnog polja u zraku E_2 i kut α_2 pod kojim se polje lomi u zraku.

(20 %)

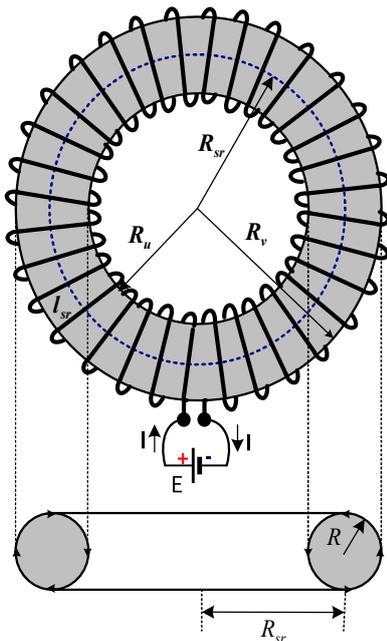


❸ Odredite razliku potencijala između točaka x i y.

(15 %)

❹ Izvor EMS-a E priključen je okruglim bakrenim dvožičnim vodom ($l=2 \times 200\text{ m}$) na trošilo snage $P_T=5\text{ kW}$, na kojem je izmjereno napon $U_T=500\text{ V}$. Promjer voda je $d=2,11\text{ mm}$, a specifični otpor bakra $\rho=0,0175\text{ }\Omega\text{mm}^2/\text{m}$. Odredite EMS izvora E , rad utrošen na trošilu za 1 sat rada i koeficijent korisnosti prijenosa energije od izvora do trošila η .

(15 %)



❺ Na bakelitnom torusu dimenzija $R_u=10\text{ cm}$, $R_v=13\text{ cm}$ ravnomjerno je namotan svitak s $N=1000$ zavoja bakrene žice ($\rho=0,0175\text{ }\Omega\text{mm}^2/\text{m}$) poprečnog presjeka $S_z=1,5\text{ mm}^2$. Kolika je jakost magnetskog polja H što ga stvara stalna struja I , kada je svitak priključen na izvor $E=12\text{ V}$?

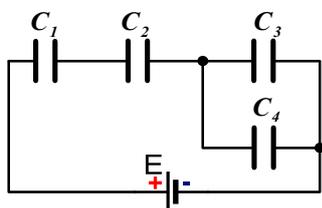
(15 %)

❻ Svitak s $N=500$ zavoja ukupnog otpora $R=5\text{ }\Omega$ premošten je otpornikom $R_l=15\text{ }\Omega$. Ako se magnetski tok $\Phi=3 \cdot 10^{-3}\text{ Vs}$ po zavoju obrne u intervalu $\Delta t=0,3\text{ s}$, odredite prosječnu vrijednost inducirano napona i prosječnu jakost struje u svitku.

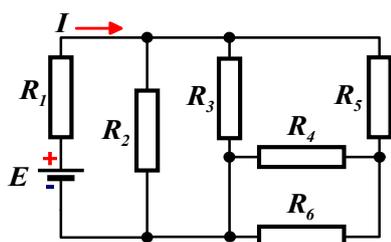
(20 %)

30. PISMENI ISPIT IZ OSNOVA ELEKTROTEHNIKE I

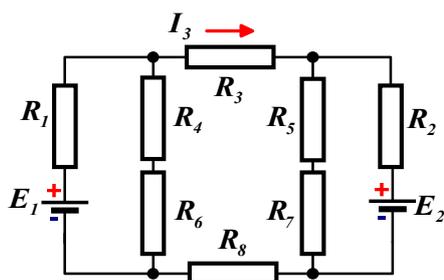
- ❶ Zračni kondenzator kapacitivnosti $C_0=400 \text{ pF}$ nabijen je na napon $U_0=500 \text{ V}$. Kada se ovako nabijeni kondenzator uroni u ulje, napon mu padne na $U=200 \text{ V}$. Kolika je relativna dielektričnost ulja ϵ_r i kapacitivnost kondenzatora C u ulju? (15 %)



- ❷ Za mrežu kondenzatora zadano je: $C_1=12 \text{ nF}$, $C_2=6 \text{ nF}$, $C_3=8 \text{ nF}$, $E=20 \text{ V}$. Kolika treba biti kapacitivnost C_4 ako napon na kondenzatoru C_2 iznosi $U_2=10 \text{ V}$? (15 %)

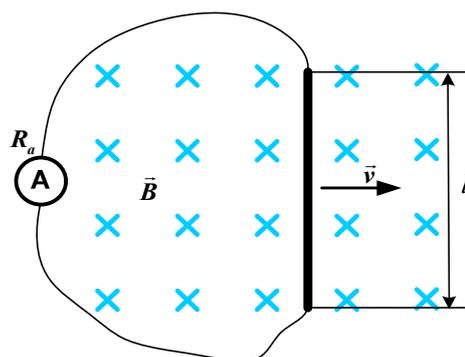
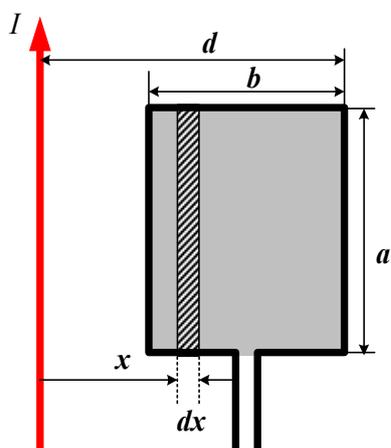


- ❸ Odredite EMS E i struje kroz pojedine otpore. Zadano je: $I=2 \text{ A}$, $R_1=2,25 \ \Omega$, $R_2=7,5 \ \Omega$, $R_3=15 \ \Omega$, $R_4=20 \ \Omega$, $R_5=5 \ \Omega$, $R_6=20 \ \Omega$. (15 %)



- ❹ Uporabom Theveninova teorema odredite struju kroz otpor R_3 . Zadano je: $E_1=12 \text{ V}$, $E_2=24 \text{ V}$, $R_1=R_2=5 \ \Omega$, $R_3=R_4=R_5=15 \ \Omega$, $R_6=R_7=20 \ \Omega$, $R_8=10 \ \Omega$. (20 %)

- ❺ Pravokutni vodljivi okvir zadanih dimenzija nalazi se u polju vrlo dugog vodiča protjecanog strujom I . Odredite koeficijent međuindukcije M zadanog sustava ($M=\Phi_{12}/I$). (15 %)



- ❻ Vodič se kreće brzinom $v=1 \text{ m/s}$ između polova magneta širine $l=12,5 \text{ cm}$. Vodič je spojen na ampermetar unutarnjeg otpora $R_a=3,14 \ \Omega$. Otpor vodiča i spojnih vodova je zanemariv. Ako ampermetar pokazuje $I=50 \ \mu\text{A}$, kolika je jakost magnetskog polja H , uz pretpostavku da je polje homogeno? (20 %)

Završna rješenja zadataka

OE I - Pismeni ispit br. 1

- ① $F=446 \text{ nN}$
- ② $U_{AB}=-880 \text{ V}$
- ③ $\varphi_A=-8 \text{ V}$
- ④ $E_2=12 \text{ V}$
- ⑤ $H_A=50 \text{ A/m}$
- ⑥ $s=25 \text{ m}$

OE I - Pismeni ispit br. 2

- ① $\frac{E_A}{E_B} = \frac{1}{8}$
- ② $U_2=26,67 \text{ V}$
- ③ $R=2 \text{ k}\Omega$
- ④ $\frac{U_1}{U_2} = \frac{2}{5}$
- ⑤ $F=800 \text{ N/m}$
- ⑥ $W_m=5 \text{ mJ}$

OE I - Pismeni ispit br. 3

- ① $E_B=20 \text{ V/m}$
- ② $U=13,5 \text{ kV}$
- ③ $R=4 \text{ }\Omega$
- ④ $I_1=I_5=1,7 \text{ A}; I_3=I_6=1,5 \text{ A}; I_4=0,2 \text{ A}; I_2=0 \text{ A};$
- ⑤ $H_A=1 \text{ A/m}$
- ⑥ $U_{AB}=6 \text{ V}$

OE I - Pismeni ispit br. 4

- ① $\lambda=10 \text{ nC/m}$
- ② $U_D=54 \text{ V}$
- ③ $I'_A = \frac{2}{3} I$
- ④ $I_{R2}=3 \text{ A}$
- ⑤ $e=-183,63 \text{ } \mu\text{V}$
- ⑥ $\Phi=40 \text{ mVs}$

OE I - Pismeni ispit br. 5

- ① $\sigma=-0,04 \text{ } \mu\text{C/m}^2$
- ② $d=18,6 \text{ cm}$
- ③ $U_1=15 \text{ V} ; U_2=20 \text{ V}$
- ④ $R_a=150 \text{ } \Omega ; R_b=255 \text{ k}\Omega ; R_c=35,49 \text{ k}\Omega$
- ⑤ $B = \frac{\mu_0 I}{4\pi R} (2 + \pi)$
- ⑥ $M=4,394 \text{ } \mu\text{H}$

OE I - Pismeni ispit br. 6

- ① $E=452 \text{ V/m} ; \alpha=-4,76^\circ$
- ② $\varepsilon_r=2,4$
- ③ $\frac{I_1}{I_2} = 1$
- ④ $n=20$
- ⑤ $e=-16 \text{ V}$
- ⑥ $B_0=0,942 \text{ T}$

OE I - Pismeni ispit br. 7

- ① $\sigma=1,1505 \text{ nAs/m}^2$
- ② $F=1,44 \text{ N}$
- ③ $t_2=212,14 \text{ }^\circ\text{C}$
- ④ $I_{A2}=9 \text{ A}$
- ⑤ $e=0,5 \text{ V} ; i=0,5 \text{ A}$
- ⑥ $H = 5 \cdot 10^6 \text{ A/m}$

OE I - Pismeni ispit br. 8

- ① $\varphi=10 \text{ kV}$
- ② $E_1=5 \text{ kV/m}$
- ③ $I_1=4,545 \text{ A}; I_2=3,03 \text{ A}; I_3=1,515 \text{ A}$
- ④ 45 minuta
- ⑤ $e = -\frac{\mu_0 k a \ln 2}{\pi}$
- ⑥ $I=2 \text{ A}$

OE I - Pismeni ispit br. 9

- ① $\varphi=2 \text{ V}$
- ② $C=70,8 \text{ pF} ; C'=190,45 \text{ pF} ; Q=70,8 \text{ nAs} ; D=1,77 \text{ } \mu\text{As/m}^2 ; E=200 \text{ kV/m} ; C''=35,4 \text{ pF} ; U''=2 \text{ kV}$
- ③ $R_{AB}=0,75 \text{ R}$
- ④ $U_{34}=11 \text{ V}$
- ⑤ $H_{uk}=12,59 \text{ A/m} ; \varphi=180^\circ+18,43^\circ$
- ⑥ $L=4,44 \text{ mH} ; e=20 \text{ mV}$

OE I - Pismeni ispit br. 10

- ① $U_1=U_2=80 V$
- ② $U=10 kV$
- ③ $U_{AF}=4 V$
- ④ $E=109,98 V$
- ⑤ $B=0,5 T$
- ⑥ $L=20 mH$

OE I - Pismeni ispit br. 11

- ① $x = \frac{\sqrt{2}}{2} d$
- ② $C_{eq}=3C$
- ③ $R=100 \Omega$
- ④ $I_{AB}=0,333 A$
- ⑤ $H_{uk} = \frac{I}{4R} \left(\frac{1}{\pi} + \frac{3}{2} \right)$
- ⑥ $I=1,247 A$

OE I - Pismeni ispit br. 12

- ① $U'=2000 V$
- ② $C_{AB}=1,2C$
- ③ $R_T=10 \Omega$
a) $I_S=0,6 A, I_P=0,1485 A$ b) $n=10, m=2, I_{max}=0,75 A$ c) $I_S=0,75 A, I_P=15 A$
- ④ $E_T=123,78 V, R_T=18,95 \Omega$
- ⑤ $\Phi_1: \Phi_2: \Phi_3=1:4:16$
- ⑥ $d=1 m$

OE I - Pismeni ispit br. 13

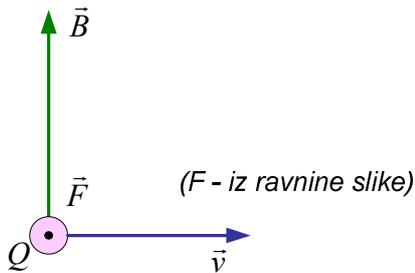
- ① $C_1/C_2=2/3$
- ② $W=17,7 \mu J$
- ③ $R_{Mn}=620 \Omega$
- ④ $U_{RT}=0,6 V, I=15 A, P_{max}=9 W$
- ⑤ $x=9,55 cm$
- ⑥ $F_{uk}=80 \mu N$

OE I - Pismeni ispit br. 14

- ① $F_{uk}=-1,5 N$
- ② $E_A=42,37 kV/m$ (desno) ; $E_B=-42,37 kV/m$ (lijevo)
- ③ $89,1 kuna$
- ④ a) $P=3,76 W$ b) $P=72 W$
- ⑤ $B_C = \mu_0 I \frac{R_1 + R_2}{4R_1 R_2}$
- ⑥ $e=1 V$

OE I - Pismeni ispit br. 15

- ① $U_{BA} = \frac{Q}{2\pi\epsilon_0} \frac{2b-d}{b(d-b)}$
- ② a) $W_a=4W_0$ b) $W_b=4W_0$ c) $W_c=1/2W_0$
- ③ $d=2,07 mm; U=0,4 V$
- ④ $I_A=0,854 mA$ $U_V=4,312 V$
- ⑤ $F=9,3 \cdot 10^{-6} N$



⑥ $\Delta\Phi = -5 \cdot 10^{-3} \text{ Vs}$; $e = 5 \text{ V}$; $i = 50 \text{ mA}$; $W = 25 \text{ mW}$; $F = 0,25 \text{ N}$

OE I - Pismeni ispit br. 16

① $F_3 = 261,53 \text{ N}$; $\beta = 66,6^\circ$

② $Q_1 = U \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}$; $Q_2 = U \frac{C_2^2}{C_1 + C_2}$

③ $U = 3 \text{ mV}$; ptica neće stradati

④ 3 paralelna spoja od po 125 ćelija, ukupno 375 ćelija površine $375 \times 9 \text{ cm}^2$

⑤ $L = 3,2 \text{ H}$

⑥ $w_m = 2,83 \text{ J/m}^3$

OE I - Pismeni ispit br. 17

① $E = 9,9 \cdot 10^8 \text{ V/m}$; $a = 1,74 \cdot 10^{20} \text{ m/s}^2$

② $C = 8,85 \text{ nF}$; $Q = 0,885 \text{ } \mu\text{C}$; $E = 25 \text{ kV/m}$; $W = 4,425 \cdot 10^{-5} \text{ J}$
 $C' = 2,2125 \text{ nF}$; $U_0 = 400 \text{ V}$; $E_0 = 100 \text{ kV/m}$; $W_0 = 17,7 \cdot 10^{-5} \text{ J}$

③ $I = 5,22 \text{ mA}$; $\Delta I = 0,22 \text{ A}$

④ $W_{el} = 10^{-14} \text{ J/m}^3$

⑤ $B_{uk} = \frac{\mu_0 I}{8R}$

⑥ $F = 2 \cdot 10^{-5} \text{ N}$ prema gore

OE I - Pismeni ispit br. 18

- ① $E=50,76 \cdot 10^{5V/m}$, prema gore
- ② $Q=5,33 \cdot 10^{-11} C$, negativni naboj ravnomjerno raspoređen na površini kugle
- ③ $I_1=1,1$, $I_2=0,8 A$, $I_3=0,3 A$
- ④ $I_1=1,125 A$
- ⑤ $L'=3L$
- ⑥ $B=2,2 \cdot 10^{-4} T$, $B=4B_z$

OE I - Pismeni ispit br. 19

- ① $E=8,256 \cdot 10^{-10} N/C$, prema jugu
- ② $C_1=10^{-6} F$
- ③ $I_1=1,1 A$, $I_2=0,8 A$, $I_3=0,3 A$
- ④ $E=60 V$
- ⑤ $B=5 \cdot 10^{-5} T$
- ⑥ $N'=64$ zavoja

OE I - Pismeni ispit br. 20

- ① $x=0,366l$, $Q=0,402Q_0$
- ② $C=26,55 pF$; $Q=318,6 pC$; $E=12 kV$; $S'=113 m^2$
- ③ $Q=20 C$; $I=111,11 A$; $P=5,55 GW$
- ④ 6 sati
- ⑤ $F=10,24 \cdot 10^{-12} N$ smjer prema sjeveru
- ⑥
$$B_{uk} = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \cdot \frac{d-2x}{x(d-x)}$$

OE I - Pismeni ispit br. 21

- ① $r=2,25 \text{ cm}$
- ② $E_1=8,57 \text{ kV/m}$; $E_2=5,72 \text{ kV/m}$; $U_1=42,8 \text{ V}$; $U_2=57,2 \text{ V}$
- ③ $R_1=5 \Omega$
- ④ $I_g=0,333 \text{ A}$
- ⑤ $H_{uk} = \frac{4\sqrt{3}I}{a\pi}$
- ⑥ a) $e=0,444 \text{ mV}$ b) $e=0$

OE I - Pismeni ispit br. 22

- ① $\varepsilon_{rp}=2,2$
- ② $U_1=15 \text{ V}$
- ③ $n=8$
- ④ $I_1=0,24 \text{ A}$; $I_2=0,36 \text{ A}$; $I_3=-0,6 \text{ A}$
- ⑤ $F=2 \text{ N}$
- ⑥ $\Delta t=24,65 \text{ ms}$

OE I - Pismeni ispit br. 23

- ① *Maksimalna sila: $Q_1=Q_2=0,5 \text{ Q}$; Minimalna sila: Q_1 ili $Q_2=0$*
- ② $C_{eq}=56,6 \text{ pF}$; $E_1=E_2=200 \text{ kV/m}$, $Q=56,6 \text{ nC}$, $D_1=8,85 \mu\text{As/m}^2$; $D_2=3,54 \mu\text{As/m}^2$
- ③ $E=20 \text{ V}$
- ④ $R_7=8 \Omega$
- ⑤ $H_{uk}=269,26 \text{ A/m}$
- ⑥ $r_1/r_2=4$

OE I - Pismeni ispit br. 24

- ① $U_1 = U \frac{C_2}{C_1 + C_2}$, $U_2 = U \frac{C_1}{C_1 + C_2}$
- ② $U_{max} = 1564,44 \text{ V}$
- ③ $P_1 = 23,44 \text{ W}$; $P_2 = 14,06 \text{ W}$
- ④ $I = -0 \text{ A}$
- ⑤ $I = 50 \text{ A}$
- ⑥ $F = 40 \text{ N}$

OE I - Pismeni ispit br. 25

- ① $E = 7,2 \cdot 10^4 \text{ V/m}$
- ② $C_{eq} = 1,6C$ u oba slučaja
- ③ $I_{A1} = 0,4 \text{ mA}$; $I_{A2} = 0,333 \text{ mA}$
- ④ $R_T = R_N = 1 \text{ k}\Omega$; $E_T = 25 \text{ V}$; $I_N = 25 \text{ mA}$
- ⑤ $H = 5 \text{ A/m}$
- ⑥ $E = 28,26 \text{ mV}$; $I = 14,13 \text{ mA}$ u smjeru kazaljke sata

OE I - Pismeni ispit br. 26

- ① $x = d(1 + \sqrt{2})$ od neg. naboja, $x = d(2 + \sqrt{2})$ od poz. naboja, nema druge točke s $E=0$
- ② $U' = 3U$
- ③ $R_{AB} = R$
- ④ $R_1 = 8 \Omega$, $R_2 = 0,5 \Omega$; $\eta_1 = 80 \%$; $\eta_2 = 20 \%$
 $\eta_{max} = 50 \%$, $R = 2 \Omega$, $P_{max} = 1250 \text{ W}$
- ⑤ $B = 0$
- ⑥ $B_0 = 0,628 \text{ T}$; $\Phi_0 = 0,0628 \text{ Vs}$

OE I - Pismeni ispit br. 27

- ① $Q = \pm 58,84 \cdot 10^{-10} \text{ As}$
- ② $C = 3C_0$
- ③ $R = 3,5184 \Omega$
- ④ $I_1 = 1,2195 \text{ A} ; I_2 = 2,439 \text{ A} ; I_3 = 4,878 \text{ A} ; I_0 = 8,5365 \text{ A}$
- ⑤ $B = 51,25 \mu\text{T}$
- ⑥ $B = 16,8 \text{ mT} ; \Phi = 5275,2 \text{ nWb} ; I = 83,33 \text{ A}$

OE I - Pismeni ispit br. 28

- ① $F_{uk} = 60,37 \text{ mN}$
- ② $C_x = 4 \mu\text{F}$
- ③ $R_u = 1 \Omega ; E = 10 \text{ V}$
- ④ $U_V = 8 \text{ V}$
- ⑤ $U = 270 \text{ V}$
- ⑥ $\mu_r = 1000$

OE I - Pismeni ispit br. 29

- ① $U_{max} = 7 \text{ kV}$
- ② $\alpha_2 = 13,9^\circ ; E_2 = 7,21 \text{ kV/cm}$
- ③ $U_{xy} = 3,7 \text{ V}$
- ④ $E = 520 \text{ V} ; W = 5 \text{ kWh} ; \eta = -0,9615$
- ⑤ $H = 15100 \text{ A/m}$
- ⑥ $e = 10 \text{ V} ; i = 0,5 \text{ A}$

OE I - Pismeni ispit br. 30

① $C=1000 \text{ pF}, \quad \varepsilon_r=2,5$

② $C_4=4 \text{ nF}$

③ $E=12 \text{ V} ; I_2=1 \text{ A} ; I_3=0,5 \text{ A} ; I_4=0,25 \text{ A} ; I_5=0,5 \text{ A} ; I_6=0,25 \text{ A} ;$

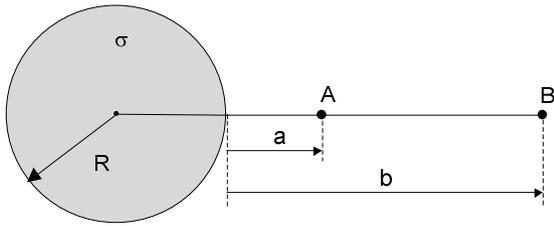
④ $I_3=-0,3111 \text{ A}$

⑤ $H=1000 \text{ A/m}$

⑥ $M = \frac{\mu_0 a}{2\pi} \ln \frac{d}{d-b}$

Primjeri potpunih rješenja zadataka

Primjer prvi



1 Metalna kugla radijusa $R=10\text{ cm}$ nabijena je nabojem površinske gustoće σ . Odredite iznos i predznak od σ ako je razlika potencijala $U_{BA}=75\text{ V}$. Zadano je: $a=20\text{ cm}$, $b=50\text{ cm}$.

(20 %)

Rješenje:

$$U_{BA} = \varphi_B - \varphi_A \rightarrow U_{BA} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0(R+b)} - \frac{Q}{4\pi\epsilon_0(R+a)}$$

$$U_{BA} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{R+a-R-b}{4\pi\epsilon_0(R+a)\cdot(R+b)} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{a-b}{(R+a)\cdot(R+b)}$$

$$Q = U_{BA} \cdot \frac{4\pi\epsilon_0(R+a)\cdot(R+b)}{a-b}$$

$$\sigma = \frac{Q}{S} = \frac{Q}{4R^2\pi} = U_{BA} \cdot \frac{\epsilon_0(R+a)\cdot(R+b)}{(a-b)\cdot R^2}$$

$$\sigma = 75 \cdot \frac{8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 30 \cdot 10^{-2} \cdot 60 \cdot 10^{-2}}{-30 \cdot 10^{-2} \cdot 10^{-2}} = -39825 \cdot 10^{-12}$$

$$\sigma \approx -0,04 \frac{\mu\text{C}}{\text{m}^2}$$

2 Kondenzator bljeskalice fotografskog aparata ima kapacitet $C=120\ \mu\text{F}$. U kondenzatoru je pohranjena energija $W=60\text{ J}$. Koliki naboj prođe kroz bljeskalicu ako se kroz nju kondenzator potpuno isprazni?

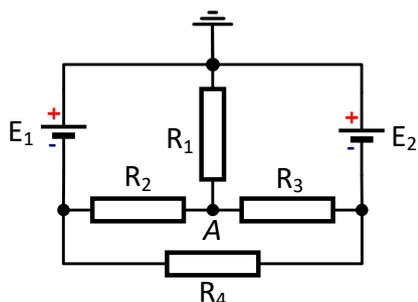
(15 %)

Rješenje:

$$W = \frac{C \cdot U^2}{2} = \frac{Q \cdot U}{2} = \frac{Q^2}{2C}$$

$$Q = \sqrt{2C \cdot W} = \sqrt{2 \cdot 120 \cdot 10^{-6} \cdot 60} = \sqrt{24,6 \cdot 10^{-2}} = 0,12\text{ As}$$

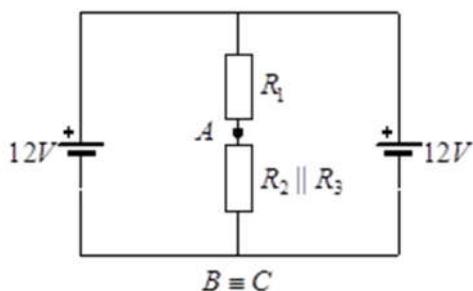
$$Q = 120\text{ mAs}$$



3 Odredite potencijal čvora A u mreži prema slici. Zadano je $E_1=E_2=12\text{ V}$, $R_1=R_2=R_3=6\ \Omega$, $R_4=2\ \Omega$.

20 %

Rješenje:



$$\varphi_B = \varphi_C = -12V$$

$$R_2 \parallel R_3 = 3\Omega$$

$$R_1 = 6\Omega$$

$$U_{R_1} = \frac{2}{3}U = 8V$$

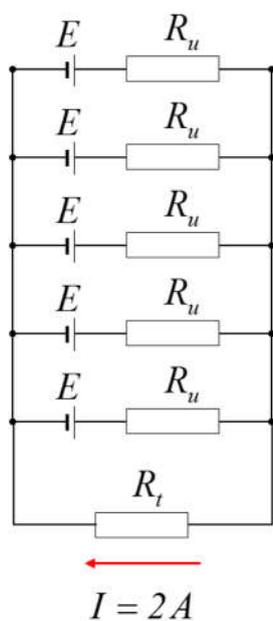
$$\varphi_A = 0 - U_{R_1} = -8V$$

$$\varphi_A = -8V$$

4 Pet članaka, svaki elektromotorne sile $1,5\text{ V}$ i unutarnjeg otpora $0,5\ \Omega$, spojeni su paralelno u bateriju i priključeni na vanjski otpor. Kolika je snaga na vanjskom otporu ako kroz njega teče struja jakosti 2 A ?

(15 %)

Rješenje:



Pomoću Millmannova teorema:

$$U_{R_t} = \frac{\frac{E}{R_u} + \frac{E}{R_u} + \frac{E}{R_u} + \frac{E}{R_u} + \frac{E}{R_u}}{\frac{1}{R_u} + \frac{1}{R_u} + \frac{1}{R_u} + \frac{1}{R_u} + \frac{1}{R_u} + \frac{1}{R_t}}$$

$$U_{R_t} = \frac{\frac{5E}{R_u}}{\frac{5}{R_u} + \frac{1}{R_t}} = \frac{5ER_t}{5R_t + R_u} = I \cdot R_t$$

$$5E = I(5R_t + R_u) \Rightarrow R_t = \frac{\frac{5E}{I} - R_u}{5}$$

$$R_t = \frac{3,75 - 0,5}{5} = 0,65 \Omega$$

$$P_{R_t} = I^2 R_t = 4 \cdot 0,65 = 2,6 W$$

Ili (poglavlje Paralelno spajanje izvora):

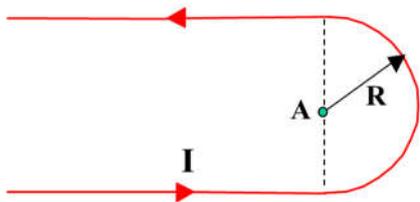
$$I = \frac{E}{\frac{R_u}{m} + R_t} \Rightarrow I \left(\frac{R_u}{m} + R_t \right) = E \Rightarrow R_t = \frac{E}{I} - \frac{R_u}{m} = 0,75 - 0,1 = 0,65 \Omega$$

$$P_{R_t} = I^2 R_t = 4 \cdot 0,65 = 2,6 W$$

Ili (korištenje jednakosti svih izvora):

$$I_{izv} = \frac{I}{5} = 0,4 A \Rightarrow U_{R_t} = E - I_{izv} R_u = 1,5 - 0,4 \cdot 0,5 = 1,3 V$$

$$P_{R_t} = U_{R_t} \cdot I = 1,3 \cdot 2 = 2,6 W$$



5 Vrlo dugi ravni vodič protječan strujom I savijen je kao na slici. Odredite smjer i iznos magnetske indukcije u točki A .

(15 %)

Rješenje:

$$H_1 = H_3 = \frac{I}{4\pi R} \quad H_1 + H_3 = \frac{I}{2\pi R} \quad H_2 = \frac{I}{4R}$$

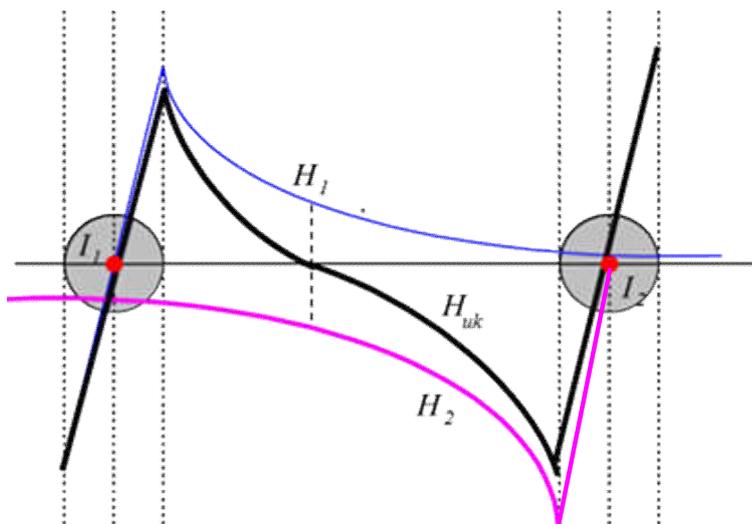
$$B_{uk} = B_1 + B_2 + B_3 = \frac{\mu_0 I}{2\pi R} + \frac{\mu_0 I}{4R}$$

$$B_{uk} = \frac{\mu_0 I}{4\pi R} (2 + \pi)$$

6 Struje $I_1 = 5 A$ i $I_2 = 7 A$ teku kroz dva duga paralelna pravocrtna vodiča udaljena međusobno $20 cm$. Na kolikoj udaljenosti od prvog vodiča iščezava magnetsko polje?

(15 %)

Rješenje:



Magnetsko polje paralelnih vodiča protjecanih različitim strujama istog smjera

Uvjet: $H_{uk} = H_1 - H_2 = 0$

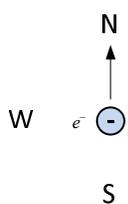
$$\frac{I_1}{2\pi X} - \frac{I_2}{2\pi(20-X)} = 0$$

$$(20-X) \cdot I_1 = X \cdot I_2$$

$$X = \frac{20I_1}{I_1 + I_2} = \frac{20 \cdot 5}{12}$$

$$X = 8,33 \text{ cm}$$

Primjer drugi



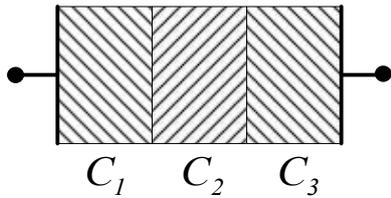
● Pod djelovanjem jednolikog električnog polja elektron se iz stanja mirovanja ubrzava akceleracijom $a = 145 \text{ m/s}^2$ u smjeru sjevera. Odredite iznos i smjer električnog polja. Masa i naboj elektrona su:

$$m_e = 9,11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}, q_e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ As.}$$

(17 %)

Rješenje:

$$E = \frac{F}{Q} = \frac{m \cdot a}{Q} = 8,256 \cdot 10^{-10} \text{ V/m} \left[\frac{\text{N}}{\text{C}} \right]$$



2 Troslojni pločasti kondenzator prema slici ima kapacitivnost slojeva $C_1=18 \text{ nF}$, $C_2=10 \text{ nF}$ i $C_3=25 \text{ nF}$. Maksimalno dopušten napon za svaki od slojeva iznosi $U_d=800 \text{ V}$. Koliki je maksimalni napon koji se smije priključiti na kondenzator da ne dođe do proboja?

(18 %)

Rješenje:

$$Q_1 = Q_2 = Q_3 = Q$$

Maksimalno dopušteni napon određen je kondenzatorom najmanje kapacitivnosti.

$$U_d = U_{C_2} = 800 \text{ V} \Rightarrow Q = C U_{C_2} = 10 \cdot 10^{-9} \cdot 8000 = 8 \mu\text{C}$$

$$U_{C_1} = \frac{Q}{C_1} = \frac{8000}{18} = 444.44 \text{ V}$$

$$U_{C_3} = \frac{Q}{C_3} = \frac{8000}{25} = 320 \text{ V}$$

$$U_{\max} = U_1 + U_2 + U_3 = 1564.44 \text{ V}$$

3 Kojim se otporima moraju nadopuniti otpori a) $4,85 \text{ k}\Omega$, b) $5,1 \text{ k}\Omega$, c) $5,82 \text{ k}\Omega$ da se dobije otpor od $5 \text{ k}\Omega$?

15 %

Rješenje:

a) u seriju

$$R = 4,85 \text{ k} + R_a$$

$$R_a = R - 4,85 \text{ k} = 5 \text{ k} - 4,85 \text{ k} = 0,15 \text{ k}$$

$$R_a = 150 \Omega$$

b) da bismo dobili otpor od 5 k otporu od $5,10 \text{ k}$ treba paralelno vezati otpor R_o

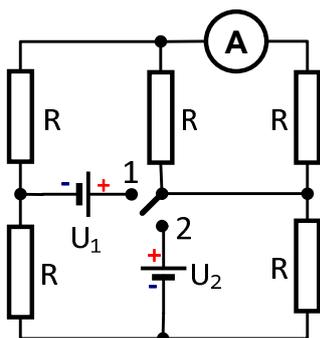
$$R = \frac{R_b \cdot 5,1}{R_b + 5,1} \Rightarrow R(R_b + 5,1) = 5,1R_b$$

$$R_b(R - 5,1) = -5,1R$$

$$R_b = \frac{5,1R}{5,1 - R} = \frac{5,1 \cdot 5}{5,1 - 5} = \frac{25,5}{0,1} = 255 \text{ k}\Omega$$

c)

$$R = \frac{R_c \cdot 5,82}{R_c + 5,82} \Rightarrow R_c = \frac{5,82R}{5,82 - R} = \frac{5,82 \cdot 5}{5,82 - 5} = \frac{20,10}{0,82} = 35,49 \text{ k}\Omega$$

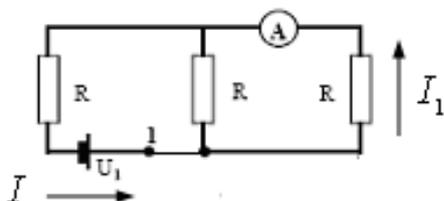


4 Za sklopku u položaju "1" struja kroz ampermetar je I_1 , a u položaju "2" struja je I_2 . Odredite omjer napona U_1/U_2 ako je zadan omjer struja $I_1/I_2=2/3$.

(20 %)

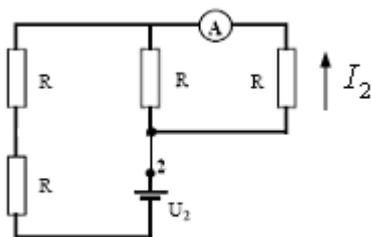
Rješenje:

sklopka u položaju 1



$$I_1 = \frac{I}{2} = \frac{1}{2} \frac{U_1}{R + \frac{R}{2}} = \frac{U_1}{3R}$$

sklopka u položaju 2



$$I_2 = \frac{I}{2} = \frac{1}{2} \frac{U_2}{2R + \frac{R}{2}} = \frac{U_2}{4R + R} = \frac{U_2}{5R}$$

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{2}{3} = \frac{\frac{U_1}{3R}}{\frac{U_2}{5R}} = \frac{5 U_1}{3 U_2} \quad \frac{U_1}{U_2} = \frac{2 \cdot 3}{3 \cdot 5} = \frac{2}{5}$$

5 Vodiči dvožičnog voda razmaknuti su 10 cm . Ako kroz njih u slučaju kratkog spoja poteku struje od 20 kA , odredite odbojnu silu po metru duljine (F/l).

(15 %)

Rješenje:

$$d = 10 \text{ cm}$$

$$I = 20 \text{ kA}$$

$$\frac{F}{l} = ?$$

$$F = \frac{\mu_0 \cdot I^2 \cdot l}{2\pi \cdot d}$$

$$\frac{F}{l} = \frac{\mu_0 \cdot I^2}{2\pi \cdot d} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 20^2 \cdot 10^6}{2\pi \cdot 10^{-1}} = 800 \text{ N/m}$$

6 Izolirani ravni cilindrični vodič ($\mu_r=1$) duljine 2 km ima polumjer $R=1 \text{ mm}$. Ako kroz vodič teče struja od 10 A , odredite magnetsku energiju akumuliranu u vodiču.

Rješenje:

$$l = 2 \text{ km}$$

$$\mu_r = 1$$

$$R = 1 \text{ mm}$$

$$I = 10 \text{ A}$$

$$W_m = ?$$

$$dW_m = \frac{1}{2} BHdV = \frac{1}{2} \mu_0 H^2 dV$$

$$H = \frac{I}{2\pi \cdot R^2} \cdot r$$

$$dV = 2r\pi dr \cdot l$$

$$dW_m = \frac{1}{2} \mu_0 \left(\frac{I}{2\pi R^2} \cdot r \right)^2 \cdot 2r\pi dr \cdot l = \frac{\mu_0 I^2 \cdot l}{4\pi \cdot R^4} \cdot r^3 dr$$

$$W_m = \frac{\mu_0 I^2 \cdot l}{4\pi \cdot R^4} \int_0^R r^3 dr = \frac{\mu_0 I^2 \cdot l}{4\pi \cdot R^4} \cdot \frac{R^4}{4} = \frac{\mu_0 I^2 \cdot l}{16\pi} = \frac{1}{2} \cdot 10^{-2} = 5 \text{ mJ}$$

Primjer treći

❶ Zračni kondenzator kapacitivnosti $C_0 = 400 \text{ pF}$ nabijen je na napon $U_0 = 500 \text{ V}$. Kada se ovako nabijeni kondenzator uroni u ulje, napon mu padne na $U = 200 \text{ V}$. Kolika je relativna dielektričnost ulja ε_r i kapacitivnost kondenzatora C u ulju? (15 %)

Rješenje:

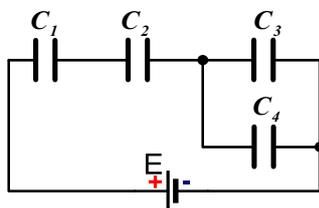
$$\left. \begin{array}{l} C_0 = \varepsilon_0 \frac{S}{d} \\ C = \varepsilon_0 \varepsilon_r \frac{S}{d} \end{array} \right\} \Rightarrow \varepsilon_r = \frac{C}{C_0}$$

$$Q_0 = Q$$

$$C_0 U_0 = CU$$

$$C = C_0 \frac{U_0}{U} = 400 \cdot \frac{500}{200} = 1000 \text{ pF} \text{ ili } C = \frac{Q_0}{U}$$

$$\varepsilon_r = \frac{1000}{400} = 2.5$$



❷ Za mrežu kondenzatora zadano je: $C_1 = 12 \text{ nF}$, $C_2 = 6 \text{ nF}$, $C_3 = 8 \text{ nF}$, $E = 20 \text{ V}$. Kolika treba biti kapacitivnost C_4 ako napon na kondenzatoru C_2 iznosi $U_2 = 10 \text{ V}$?

(15 %)

Rješenje:

$$Q_2 = C_2 U_2 = 6 \cdot 10^{-9} \cdot 10 = 60 \text{ nAs}$$

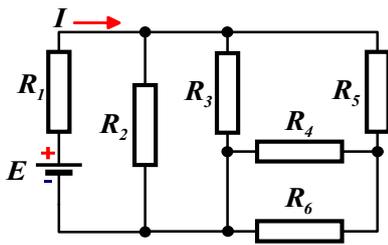
$$Q_1 = C_1 U_1 \Rightarrow U_1 = \frac{Q_1}{C_1} = \frac{60 \cdot 10^{-9}}{12 \cdot 10^{-9}} = 5 \text{ V}$$

$$U_{34} = E - (U_1 + U_2) = 20 - (5 + 10) = 5 \text{ V}$$

$$Q_3 = C_3 U_{34} = 8 \cdot 10^{-9} \cdot 5 = 40 \cdot 10^{-9}$$

$$Q_4 = Q - Q_3 = 60 \cdot 10^{-9} - 40 \cdot 10^{-9} = 20 \text{ nAs}$$

$$C_4 = \frac{Q_4}{U_{34}} = \frac{20 \cdot 10^{-9}}{5} = 4 \text{ nF}$$



3 Odredite EMS E i struje kroz pojedine otpore. Zadano je: $I=2 \text{ A}$, $R_1=2,25 \ \Omega$, $R_2=7,5 \ \Omega$, $R_3=15 \ \Omega$, $R_4=20 \ \Omega$, $R_5=5 \ \Omega$, $R_6=20 \ \Omega$. (15 %)

Rješenje:

$$R_{46} = R_4 \parallel R_6 = \frac{20 \cdot 20}{20 + 20} = 10 \Omega$$

$$R_{546} = R_5 + R_{46} = 5 + 10 = 15 \Omega$$

$$R_{3546} = R_3 \parallel R_{546} = \frac{15 \cdot 15}{15 + 15} = 7.5 \Omega$$

$$R_{23546} = R_2 \parallel R_{3546} = \frac{7.5 \cdot 7.5}{7.5 + 7.5} = 3.75 \Omega$$

$$R_{uk} = R_1 + R_{23546} = 2.25 + 3.75 = 6 \Omega$$

$$E = I \cdot R_{uk} = 2 \cdot 6 = 12 \text{ V}$$

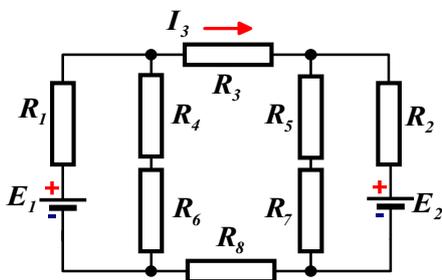
$$U_2 = E - I \cdot R_1 = 12 - 2 \cdot 2.25 = 12 - 4.5 = 7.5 \text{ V}$$

$$I_2 = \frac{U_2}{R_2} = \frac{7.5}{7.5} = 1 \text{ A}$$

$$I_3 = \frac{U_2}{R_3} = \frac{7.5}{15} = 0.5 \text{ A}$$

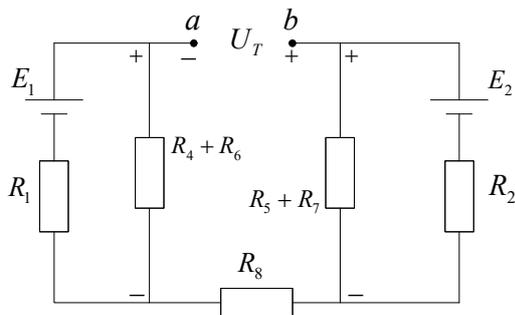
$$I_5 = \frac{U_2}{R_{564}} = \frac{7.5}{15} = 0.5 \text{ A}$$

$$I_6 = I_4 = \frac{I_5}{2} = 0.25 \text{ A}$$



4 Uporabom Theveninova teorema odredite struju kroz otpor R_3 . Zadano je: $E_1=12 \text{ V}$, $E_2=24 \text{ V}$, $R_1=R_2=5 \ \Omega$, $R_3=R_4=R_5=15 \ \Omega$, $R_6=R_7=20 \ \Omega$, $R_8=10 \ \Omega$. (20 %)

Rješenje:



$$E_1 = 12V$$

$$E_2 = 24V$$

$$R_1 = R_2 = 5\Omega$$

$$R_3 = R_4 = R_5 = 15\Omega$$

$$R_6 = R_7 = 20\Omega$$

$$R_8 = 10\Omega$$

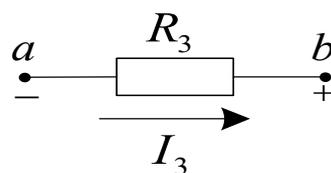
$$I_3 = ?$$

$$R_e = R_1 \parallel ((R_4 + R_6) + R_8 + (R_5 + R_7)) \parallel R_2$$

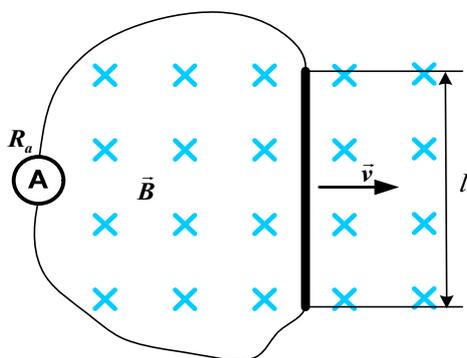
$$R_e = \frac{5 \cdot 35}{5 + 35} + 10 + \frac{5 \cdot 35}{5 + 35} = 4.375 + 10 + 4.375 = 18.75\Omega$$

$$U_a = E_1 \cdot \frac{R_4 + R_6}{R_1 + R_4 + R_6} = 12 \cdot \frac{35}{40} = 10.5V$$

$$U_b = E_2 \cdot \frac{R_5 + R_7}{R_2 + R_5 + R_7} = 24 \cdot \frac{35}{40} = 21V$$



$$I_3 = \frac{-10.5}{18.75 + 15} = -0.31111111A$$



5 Vodič se kreće brzinom $v=1 \text{ m/s}$ između polova magneta širine $l=12,5 \text{ cm}$. Vodič je spojen na ampermetar unutarnjeg otpora $R_a=3,14 \Omega$. Otpor vodiča i spojnih vodova je zanemariv. Ako ampermetar pokazuje $I=50 \mu A$, kolika je jakost magnetskog polja H , uz pretpostavku da je polje homogeno?

(20 %)

Rješenje:

$$I = 50 \mu A$$

$$R_a = 3.14 \Omega$$

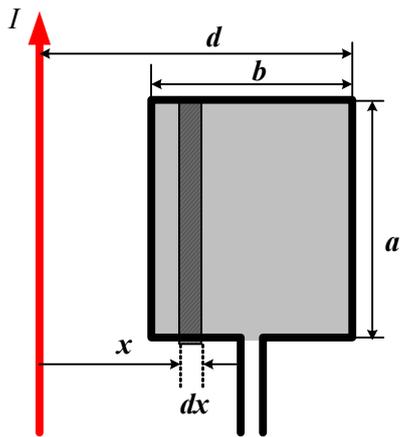
$$l = 12.5 \text{ cm}$$

$$\vec{B} \perp \vec{v}$$

$$e = \vec{l} \cdot (\vec{v} \times \vec{B})$$

$$i = \frac{e}{R} \quad \left. \vphantom{i = \frac{e}{R}} \right\} i \cdot R_a = lvB = lv\mu_0 H$$

$$H = \frac{i \cdot R_a}{l \cdot v \cdot \mu_0} = \frac{50 \cdot 10^{-6} \pi}{12.5 \cdot 10^{-2} \cdot 1.4 \pi \cdot 10^{-7}} = 1000 \text{ A/m}$$



⑥ Pravokutni vodljivi okvir zadanih dimenzija nalazi se u polju vrlo dugog vodiča protjecanog strujom I . Odredite koeficijent međuindukcije M zadanog sustava ($M = \Phi_{12}/I$).

(15 %)

Rješenje:

$$M = \frac{\Phi_{12}}{I}$$

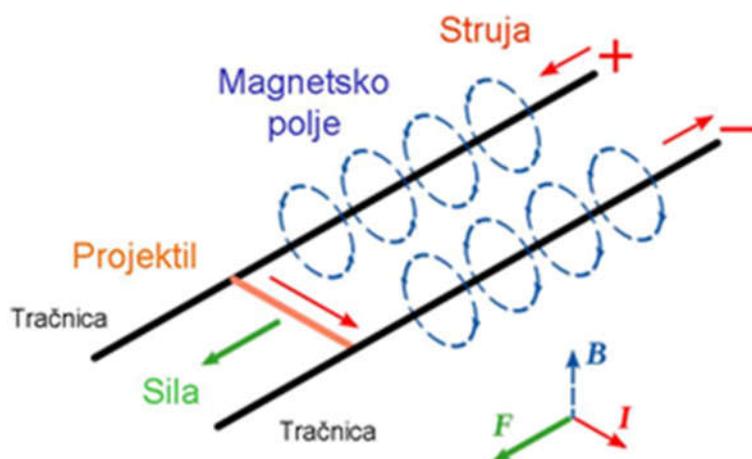
$$d\Phi_{12} = B \cdot dS = \frac{\mu_0 I}{2\pi x} \cdot a dx$$

$$\Phi_{12} = \frac{\mu_0 I a}{2\pi} \int_{d-b}^d \frac{dx}{x} = \frac{\mu_0 I \cdot a}{2\pi} \ln \frac{d}{d-b}$$

$$M = \frac{\mu_0 a}{2\pi} \ln \frac{d}{d-b}$$

Ljubomir Malešević

3. ZBIRKA PITANJA I ZADATAKA S USMENIH ISPITA IZ OSNOVA ELEKTROTEHNIKE I



STUDIJI ELEKTRONIKE I ELEKTROENERGETIKE

Split, 2018.

PREDGOVOR

Zbirka s primjerima usmenih ispita dio je nastavnih materijala iz kolegija Osnove elektrotehnike I. Izrađena je za studente stručnih studija elektroenergetike i elektronike na Odsjeku za elektrotehniku Sveučilišnog odjela za stručne studije Sveučilišta u Splitu.

Zbirka sadrži trideset (30) primjera usmenih ispita što su se održavali na stručnim studijima elektronike i elektroenergetike. Ukupan je broj pitanja i zadataka 270. Za svaki ispit u drugom dijelu zbirke navedena su odgovarajuća završna rješenja. Na kraju zbirke dana su dva primjera usmenih ispita s potpunim rješenjima zadataka.

Usmeni (teorijski) dio ispita sastoji se od devet (9) pitanja i zadataka. Po tri su zadatka iz područja elektrostatike, istosmjernih struja i elektromagnetizma. Svako područje može sadržavati i neki praktičan primjer. Za pozitivnu ocjenu potrebno je riješiti, odnosno odgovoriti na najmanje 50 % od ponuđenih pitanja. Dodatni je uvjet da pozitivno ocijenjeni odgovori i rješenja moraju biti ravnomjerno raspoređeni po nastavnim područjima, tj. rezultat od 0 % u pojedinom području znači i negativnu ocjenu cjelokupnog ispita. U prvoj fazi na pitanja se odgovara u pisanom obliku. Nakon objavljivanja rezultata predmetni nastavnik može tražiti naknadna pojašnjenja i postavljati dodatna pitanja (u slučaju da je student opravdano nezadovoljan postignutim rezultatom ili se radi o graničnom rezultatu potrebnom za pozitivnu ili višu ocjenu).

Ispit se održava u zimskim i jesenskim ispitnim rokovima/terminima u trajanju od dva sata (120 minuta). Ispitu mogu pristupiti samo studenti koji su položili pismeni ispit.

Sastavni je dio ovog ispita i teorijski dio iznesen u repertoriju za laboratorijske vježbe, kao i same vježbe. Plan predavanja služi studentima kao vodič za pripremu usmenog ispita. Nakon usvajanja cjelokupnog gradiva predviđenoga planom student može provjeriti razinu znanja odgovarajući na pitanja iz do sada održanih ispita.

Ispitu mogu pristupiti samo studenti koji imaju zadovoljenu kvotu prethodnih aktivnosti (nazočnost nastavi, laboratorijske vježbe...).

Sastavni su dio ovih nastavnih materijala skripta koja sadrže gradivo s predavanja iz Osnova elektrotehnike I (OE I) i slajdovi s PowerPoint prezentacijom gradiva koje se studentima iznosi na predavanjima.

Kao dopuna za pripremu usmenog ispita preporučuje se:

- Lj. Malešević: *Zbirka pitanja s pismenih ispita iz OE II*, web-izdanje (Moodle), Sveučilišni odjel za stručne studije Sveučilišta u Splitu, Split, 2018.
- Lj. Malešević: *Zbirka pitanja i zadataka s kolokvija iz OE II*, web-izdanje (Moodle), Sveučilišni odjel za stručne studije Sveučilišta u Splitu, Split, 2018.

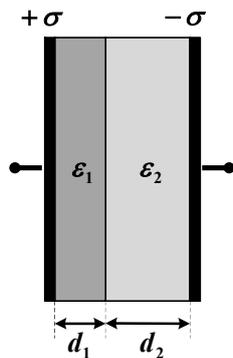
SADRŽAJ

1. USMENI ISPIT IZ OSNOVA ELEKTROTEHNIKE I	1
2. USMENI ISPIT IZ OSNOVA ELEKTROTEHNIKE I	2
3. USMENI ISPIT IZ OSNOVA ELEKTROTEHNIKE I	3
4. USMENI ISPIT IZ OSNOVA ELEKTROTEHNIKE I	4
5. USMENI ISPIT IZ OSNOVA ELEKTROTEHNIKE I	5
6. USMENI ISPIT IZ OSNOVA ELEKTROTEHNIKE I	6
7. USMENI ISPIT IZ OSNOVA ELEKTROTEHNIKE I	7
8. USMENI ISPIT IZ OSNOVA ELEKTROTEHNIKE I	8
9. USMENI ISPIT IZ OSNOVA ELEKTROTEHNIKE I	9
10. USMENI ISPIT IZ OSNOVA ELEKTROTEHNIKE I	10
11. USMENI ISPIT IZ OSNOVA ELEKTROTEHNIKE I	11
12. USMENI ISPIT IZ OSNOVA ELEKTROTEHNIKE I	12
13. USMENI ISPIT IZ OSNOVA ELEKTROTEHNIKE I	13
14. USMENI ISPIT IZ OSNOVA ELEKTROTEHNIKE I	14
15. USMENI ISPIT IZ OSNOVA ELEKTROTEHNIKE I	15
16. USMENI ISPIT IZ OSNOVA ELEKTROTEHNIKE I	16
17. USMENI ISPIT IZ OSNOVA ELEKTROTEHNIKE I	17
18. USMENI ISPIT IZ OSNOVA ELEKTROTEHNIKE I	18
19. USMENI ISPIT IZ OSNOVA ELEKTROTEHNIKE I	19
20. USMENI ISPIT IZ OSNOVA ELEKTROTEHNIKE I	20
21. USMENI ISPIT IZ OSNOVA ELEKTROTEHNIKE I	21
22. USMENI ISPIT IZ OSNOVA ELEKTROTEHNIKE I	22
23. USMENI ISPIT IZ OSNOVA ELEKTROTEHNIKE I	23
24. USMENI ISPIT IZ OSNOVA ELEKTROTEHNIKE I	24
25. USMENI ISPIT IZ OSNOVA ELEKTROTEHNIKE I	25
26. USMENI ISPIT IZ OSNOVA ELEKTROTEHNIKE I	26
27. USMENI ISPIT IZ OSNOVA ELEKTROTEHNIKE I	27
28. USMENI ISPIT IZ OSNOVA ELEKTROTEHNIKE I	28
29. USMENI ISPIT IZ OSNOVA ELEKTROTEHNIKE I	29
30. USMENI ISPIT IZ OSNOVA ELEKTROTEHNIKE I	30
Završna rješenja zadataka	31
Primjeri potpunih rješenja zadataka	41

1. USMENI ISPIT IZ OSNOVA ELEKTROTEHNIKE I

❶ Gaussov zakon za elektrostatiku (izvod i definicija), primjena na određivanje električnog polja točkastog naboja.

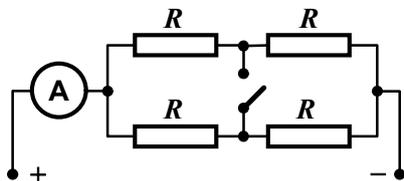
❷ Energija i sila u elektrostatičkom polju.



❸ Temeljem podataka zadanih na slici odredite relaciju za napon između dviju jednoliko nabijenih paralelnih ploča među kojima se nalazi dvoslojni dielektrik.

❹ Ovisnost električnog otpora o temperaturi.

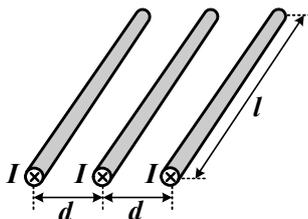
❺ Neopterećeno i opterećeno naponsko djelilo.



❻ Uz konstantan napon izvora U ampermetar mjeri struju I . Koliku će struju pokazivati ampermetar nakon zatvaranja sklopke?

❼ Biot-Savartov zakon (definicija) i primjena na određivanje jakosti magnetskog polja dugoga ravnog vodiča.

❽ Elektromagnetska indukcija – napon kretanja, napon transformacije, primjena.



❾ Tri paralelna vodiča protjecana jednakim strujama smještene su u istoj ravnini. Izvedite izraz za iznos i smjer sile koja djeluje na srednji vodič.

2. USMENI ISPIT IZ OSNOVA ELEKTROTEHNIKE I

1 Temeljem Gaussova zakona izvedite relaciju za jakost električnog polja između jednoliko nabijenih paralelnih ploča ($\pm\sigma$) ako se ploče nalaze u zraku.

2 Raspodjela naboja po vodičima (ovisnost o geometrijskom obliku i o načinu elektriziranja).

3 Kondenzator C_1 ima početni naboj Q_{10} . Kada mu se paralelno spoji nenabijeni kondenzator C_2 , naboj na C_1 smanji se tri puta. Koliki je omjer kapaciteta C_2/C_1 ?

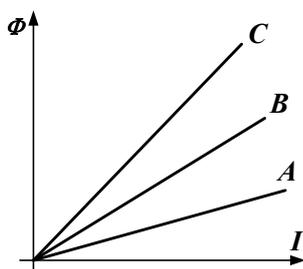
4 Režimi rada izvora EMS-a, karakteristike izvora i trošila, prilagodba, odnosi I/I_{KS} i U/U_{OK} , odnosi snaga, koeficijent korisnosti.

5 Pretvorba otpora trokut-zvijezda i obratno.

6 Žarulja \check{Z}_1 ima nominalne vrijednosti 12 V , 5 W , a žarulja \check{Z}_2 vrijednosti 6 V , 10 W . Što će se dogoditi ako žarulje serijski spojimo na naponski izvor od 18 V ?

7 Izvedite izraz za jakost magnetskog polja dugoga ravnog vodiča protjecanog strujom I temeljem Amperova i temeljem Biot-Savartova zakona.

8 Sila u magnetskom polju – sila u polju permanentnog magneta, sila na vodič protjecan strujom u magnetskom polju, sila između paralelnih vodiča protjecanih strujama, sila na naboj koji se kreće u magnetskom polju s opisom Hallova efekta.

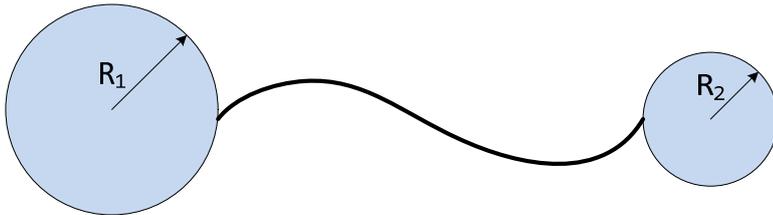


9 Zavisnost magnetskog toka Φ o struji I zadana je za tri torusna svitka (A , B , C) jednakih brojeva zavoja. Koji svitak ima najveću induktivnost? Obrazložite zašto.

3. USMENI ISPIT IZ OSNOVA ELEKTROTEHNIKE I

1 Nacrtajte silnice električnog polja pozitivnog i negativnog točkastog naboja te sustava dvaju naboja jednakog, odnosno različitog predznaka.

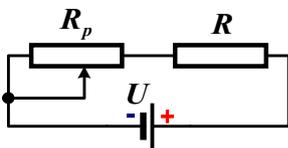
2 Polarizacija dielektrika, gustoća električnog toka pomaka, Maxwellov postulat.



3 Dvije metalne kugle polumjera $R_1 \neq R_2$ razmaknute za d ($d \gg R_1, R_2$) spojene su tankom metalnom niti i nabijene ukupnim nabojem $Q > 0$. Izvedite relaciju za odnos plošnih gustoća naboja na kuglama (σ_1/σ_2).

4 Svojstva naponskih i strujnih izvora (pretvorbe: naponski izvor \leftrightarrow strujni izvor).

5 Theveninov teorem (određivanje ekvivalentnog Theveninova izvora i otpora, primjer).



6 Koliki mora biti nazivni otpor i nazivna struja kliznog otpornika R_p da bi se napon trošila mogao regulirati u granicama od 50 do 150 V? Napon izvora je $U=200$ V, a otpor $R=10$ Ω .

7 Izvedite izraz za jakost magnetskog polja u svim točkama dugoga ravnog šupljeg vodiča protjecanog strujom I .

8 Međuindukcija i međuinduktivnost.

9 Kolikom se silom po metru duljine privlače 10 cm razmaknuti ravni vodiči protjecani jednakim strujama od 1 kA?

4. USMENI ISPIT IZ OSNOVA ELEKTROTEHNIKE I

❶ Temeljem Gaussova zakona izvedite jakost električnog polja u svim točkama nabijene vodljive kugle polumjera R . Nacrtajte grafičku ovisnost $E=f(r)$.

❷ Objasnite i ilustrirajte primjerom princip električne influencije na neutralnom vodljivom tijelu u elektrostatičkom polju.

❸ Između ploča kondenzatora kapaciteta C_1 razlika potencijala je 320 V , a između ploča kondenzatora kapaciteta C_2 razlika potencijala je 80 V . Odredite omjer kapaciteta C_1/C_2 ako je nakon paralelnog spajanja kondenzatora razlika potencijala 200 V .

❹ Kirchhoffovi zakoni. Primjena u određivanju relacija za strujni i naponski djelitelj.

❺ Spajanje izvora EMS -a (serijski, paralelni i mješoviti spoj).

❻ Na priključcima generatora izmjeren je napon od 92 V . Kolika se snaga rasipa u generatoru ako mu je $EMS\ E=100\text{ V}$, a unutarnji otpor $0,5\ \Omega$?

❼ Primjenom Biot-Savartova zakona odredite jakost magnetskog polja u središtu kvadratne petlje protjecane strujom I .

❽ Materija u magnetskom polju (krivulja magnetiziranja feromagnetskog materijala, rješavanje magnetskih krugova s feromagnetskim jezgrama).

❾ Elektron se u magnetskom polju indukcije $B=5\text{ mT}$ giba kružnom putanjom polumjera 2 cm . Kolika je kinetička energija elektrona? (Masa elektrona je $m=9,11\cdot 10^{-31}\text{ kg}$, a naboj elektrona $e=1,6\cdot 10^{-19}\text{ As}$.)

5. USMENI ISPIT IZ OSNOVA ELEKTROTEHNIKE I

❶ Temeljem Gaussova zakona izvedite jakost električnog polja u svim točkama kugle nabijene prostornom gustoćom naboja ρ . Nacrtajte grafičku ovisnost $E=f(r)$.

❷ Pločasti kondenzator (serijski, paralelni i mješoviti spoj).

❸ Kondenzator bljeskalice fotografskog aparata ima kapacitet $C=120 \mu F$. U kondenzatoru je pohranjena energija $W=60 J$. Koliki naboj prođe kroz bljeskalicu ako se kroz nju kondenzator potpuno isprazni?

❹ Mjerenje malih i velikih otpora $U-I$ metodom.

❺ Nortonov teorem.

❻ Pet članaka, svaki elektromotorne sile $1,5 V$ i unutarnjeg otpora $0,5 \Omega$, spojeni su paralelno i priključeni na vanjski otpor. Kolika je snaga na vanjskom otporu ako kroz njega teče struja jakosti $2 A$?

❼ Primjenom Biot-Savartova zakona izvedite jakost magnetskog polja u središtu kružne petlje protjecane strujom I .

❽ Izvedite i grafički prikažite ovisnost jakosti magnetskog polja u svim točkama koaksijalnog vodiča protjecanog strujama $\pm I$.

❾ Struje $I_1=5 A$ i $I_2=7 A$ teku kroz dva duga paralelna pravocrtna vodiča udaljena međusobno $20 cm$. Na kolikoj udaljenosti od prvog vodiča iščezava magnetsko polje?

6. USMENI ISPIT IZ OSNOVA ELEKTROTEHNIKE I

❶ Coulombov zakon (sila na naboj, sila u sustavu točkastih naboja). Grafički prikazi.

❷ Energija i sila u elektrostatickom polju.

❸ Elektroni u televizijskoj cijevi ubrzavaju se naponom od 20 kV . Koliku brzinu postignu elektroni ako je masa elektrona $m_e=9,11\cdot 10^{-31}\text{ kg}$, a naboj elektrona $e=1,6\cdot 10^{-19}\text{ As}$?

❹ Serijski, paralelni i mješoviti spoj otpora.

❺ Električni rad, snaga i energija.

❻ Kroz otpor $R=20\ \Omega$, koji je priključen na strujni izvor, teče struja $I=10\text{ A}$. Strujni izvor u kratkom spoju daje struju od 100 A . Koliki je unutarnji otpor strujnog izvora?

❼ Magnetski tok (primjer: tok kroz pravokutnu konturu u blizini vodiča protjecanog strujom).

❽ Lorentzova sila (sila na naboj u gibanju) i Hallov efekt.

❾ Struja od 1 A teče kroz svitak induktivnosti 5 mH . Ako struja linearno padne na nulu u vremenu od $0,1\text{ ms}$, kolika je inducirana elektromotorna sila na krajevima svitka?

7. USMENI ISPIT IZ OSNOVA ELEKTROTEHNIKE I

❶ Električno polje dvaju naboja različitog predznaka (prikaz polja silnicama i rezultatno polje).

❷ Primjena Gaussova zakona na određivanje električnog polja duge ravnomjerno nabijene ravnine.

❸ Kondenzator kapacitivnosti $C_1=C$ nabijen je nabojem Q . Kako će se promijeniti naboj na kondenzatoru C_1 ako mu se paralelno priključi kondenzator $C_2=0,5 C$?

❹ Električni otpornici (linearni, nelinearni, ovisnost o naponu, svjetlu...).

❺ Odnosi snaga u temeljnom strujnom krugu (prilagodba – dokaz, korisnost, grafički prikazi).

❻ Dva otpornika nazivnog napona $220 V$ imaju nazivne snage $150 W$ odnosno $300 W$. Ako se otpornici spoje serijski i priključe na napon $220 V$, kolika će se snaga razviti na serijskom spoju?

❼ Elektromagnetska indukcija (inducirani napon kretanja i napon transformacije).

❽ Materija u magnetskom polju (krivulja magnetiziranja, proračun feromagnetskog kruga).

❾ Dva duga ravna vodiča protjecana strujama od $I kA$ suprotnog smjera, međusobno su udaljena $20 cm$. Odredite iznos i smjer sile po metru duljine.

8. USMENI ISPIT IZ OSNOVA ELEKTROTEHNIKE I

❶ Potencijal točkastog naboja, sustava točkastih naboja i potencijal kugle (izvod, grafički prikaz).

❷ Kapacitivnost višeslojnog pločastog kondenzatora.

❸ Prostor između ploča pločastog kondenzatora ispunjen je dielektrikom od poliestera ($\epsilon_r > 1$). Kondenzator je trajno spojen na naponski izvor. Što će se dogoditi s nabojem na kondenzatoru ako se poliester izvuče (raste, pada, ostaje nepromijenjen)? Obrazložite rješenje odgovarajućim izrazima.

❹ Režimi rada izvora EMS-a (PH, KS, prilagodba, karakteristike izvora i trošila, normirani dijagrami).

❺ Teorem superpozicije – obrazložite na primjeru.

❻ Na otvorenim stezaljkama istosmjernog izvora izmjeren je napon $E=15\text{ V}$. Kada se na izvor priključi trošilo od $30\ \Omega$, napon na stezaljkama izvora opadne za 20% . Koliki je unutarnji otpor izvora?

❼ Izvedite izraz za jakost magnetskog polja u središtu kružne petlje protjecane strujom I .

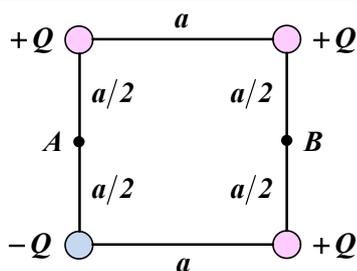
❽ Samoindukcija i induktivnost.

❾ Silnice vremenski promjenljivog magnetskog polja upadaju okomito na površinu dvaju vodljivih prstenova. Prstenovi su napravljeni od žice jednakog presjeka i od istog materijala s polumjerima $r_1=2r_2$. Odredite omjer i_1/i_2 induciranih struja u prstenovima. Obrazložite rezultat.

9. USMENI ISPIT IZ OSNOVA ELEKTROTEHNIKE I

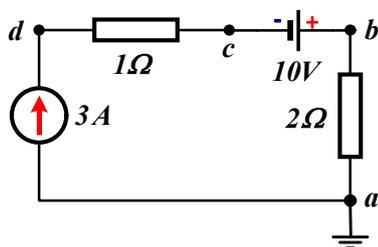
❶ Skicirajte sliku silnica električnog polja i pripadne ekvipotencijalne plohe za slučajeve pozitivnog točkastog naboja, negativnog točkastog naboja, sustava dvaju pozitivnih točkastih naboja i vodljive nabijene ravnine.

❷ Temeljem Gaussova zakona izvedite izraze za jakost električnog polja u svim točkama nabijenog cilindričnog vodiča kružnog presjeka i nacrtajte pripadni graf $E=f(r)$.



❸ Sustav točkastih naboja prema slici smješten je u vrhovima kvadrata. Kakav će biti napon između točaka A i B (pozitivan, negativan ili jednak nuli)? Obrazložite tvrdnju.

❹ Spajanje izvora EMS-a (serijski, paralelni i mješoviti spoj). Obrazložite pojavu struja izjednačenja.



❺ Odredite potencijale φ_a , φ_b , φ_c i φ_d u točkama a , b , c i d .

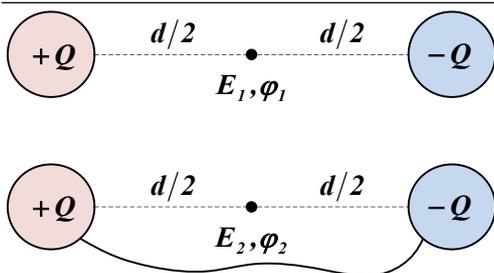
❻ Otpori dvaju otpornika linearno rastu s porastom temperature od jednake početne vrijednosti R_0 (pri 20°). Na temperaturi θ otpor prvog otpornika naraste na $4 R_0$, a drugoga na $3 R_0$. Odredite omjer temperaturnih koeficijenata α_1/α_2 .

❼ Izvedite izraz za silu koja djeluje na naboj u homogenom magnetskom polju. Kako se temeljem djelovanja te sile tumači induciranje napona u vodiču koji se kreće u magnetskom polju?

❽ Zakon elektromagnetske indukcije (Lentzovo pravilo, napon kretanja – translacijsko i rotacijsko, napon transformacije).

❾ Svitak s N zavoja namotan je na torusnu neferomagnetsku jezgru zanemariva omskog otpora. Kroz svitak teče struja I konstantnog iznosa. Kako će se promijeniti magnetska energija svitka ako se broj zavoja udvostruči, a svi ostali parametri ostanu nepromijenjeni? Obrazložite rezultat.

10. USMENI ISPIT IZ OSNOVA ELEKTROTEHNIKE I

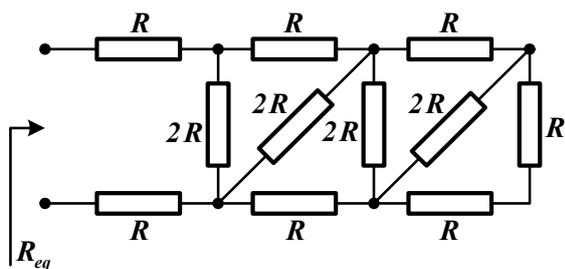


❶ Naboji jednakih iznosa Q , ali suprotnih predznaka, raspoređeni su na dvije vodljive kugle. Kugle se zatim međusobno spoje tankom vodljivom žicom. Koliki su jakost električnog polja i potencijal na sredini spojnice središta kugla prije (E_1, φ_1) i nakon (E_2, φ_2) spajanja žicom?

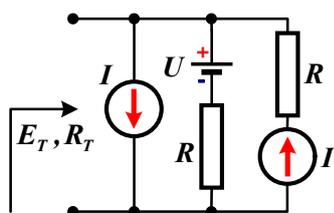
❷ Temeljem Gaussova zakona izvedite izraze za jakost električnog polja oko dugoga ravnog vodiča nabijenoga nabojem pravčaste gustoće λ .

❸ Dvoslojni pločasti kondenzator s dielektricima ε_1 i ε_2 ima graničnu površinu S paralelnu s pločama kondenzatora i smještena na polovici udaljenosti $d/2$ između ploča. Izrazite ukupnu kapacitivnost C kondenzatora temeljem gore zadanih parametara.

❹ Koji uvjet mora biti ispunjen da bi trošilo u istosmjernom krugu uzimalo maksimalnu snagu? Dokažite tvrdnju.



❺ Odredite ekvivalentni otpor R_{eq} zadane mreže otpornika.



❻ Odredite elemente nadomjesnog Theveninova izvora E_T i R_T .

❼ U smjeru $+x$ osi pravokutnoga koordinatnog sustava giba se brzinom v pozitivno nabijena čestica ($+Q$). Sila nastala djelovanjem magnetskog polja otklanja česticu u smjeru osi y . U kojoj osi i u kojem smjeru djeluje magnetsko polje? Primjer ilustrirajte odgovarajućom slikom.

❽ Zakon elektromagnetske indukcije – inducirani napon za slučajeve translacije i rotacije vodiča u magnetskom polju (izvod, grafički prikaz).

❾ Nacrtajte i opišite krivulju magnetiziranja feromagnetskog materijala.

11. USMENI ISPIT IZ OSNOVA ELEKTROTEHNIKE I

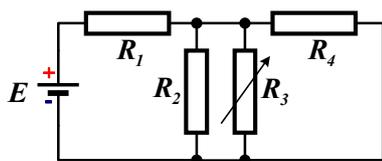
1 Tri točkasta naboja jednakih iznosa (dva pozitivna, jedan negativan) smještena su u vrhove istostraničnog trokuta. Nacrtajte pravac i smjer sile koja djeluje na negativni naboj.

2 Pločasti kondenzator sa zrakom kao izolatorom bio je spojen na izvor napona U , a zatim odspojen od njega. Nakon toga ploče se razmaknu na dvostruki iznos, a između ploča se ubaci dielektrik s $\epsilon_r=5$. Kako se promijenilo električno polje u odnosu na početno stanje?

3 Opišite i na primjeru objasnite pojmove električne influencije i električne polarizacije.

4 Temperaturna ovisnost otpornika.

5 Snage na serijskom spoju otpornika R_1 i R_2 odnose se kao $P_1 : P_2 = 4 : 3$. Kakav će biti odnos snaga kada otpornike spojimo paralelno?



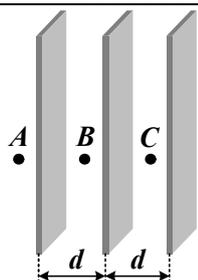
6 Otpor otpornika R_3 se smanjuje. Što se događa sa strujom kroz otpornik R_2 (raste, pada, ostaje nepromijenjena)? Obrazložite tvrdnju.

7 Temeljem Amperova zakona izvedite izraze za jakosti magnetskog polja u svim točkama šupljeg vodiča protjecanog strujom I .

8 Objasnite na primjeru djelovanje sile i odgovarajuće izraze za silu koja djeluje na vodič protjecan strujom u magnetskom polju, kao i silu između dvaju vodiča protjecanih strujama jednakog iznosa, a suprotnog smjera.

9 Dva torusna svitka jednakih dimenzija imaju odnos broja zavoja $N_1 : N_2 = 2$. Koliki je odnos induktivnosti tih svitaka?

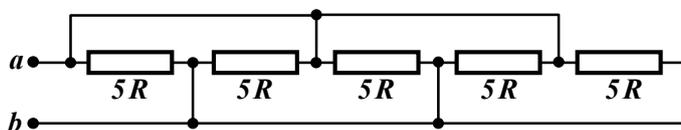
12. USMENI ISPIT IZ OSNOVA ELEKTROTEHNIKE I



❶ Tri beskonačno velike ravnine nabijene su jednakim plošnim gustoćama naboja $\sigma > 0$. U kojoj će od naznačenih točaka (A , B , C) jakost električnog polja biti najveća? Kako se međusobno odnose jakosti polja u točkama B i C ? Tvrđnje ilustrirajte silnicama električnog polja.

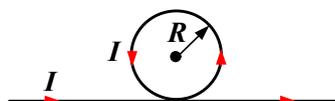
❷ Raspodjela naboja na površini vodiča (ovisnost o obliku površine i načinu elektriziranja).

❸ Energija i sila u elektrostatickom polju.



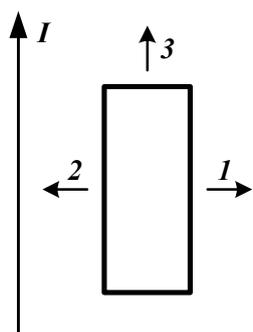
❹ Koliki je nadomjesni otpor između točaka a i b ?

❺ Tri jednaka izvora EMS-a E , unutarnjeg otpora R_u , spojena su paralelno. Odredite napon na stezaljkama izvora primjenom Millmannova teorema.



❻ Struja jakosti I teče kroz dugi ravni vodič i kroz kružnu petlju polumjera R . Odredite izraz za jakost magnetskog polja u središtu kružne petlje.

❼ Induktivnost i međuintuktivnost.



❽ U blizini dugoga ravnog vodiča protjecanoga strujom I nalazi se pravokutna vodljiva petlja. Nacrtajte smjerove induciranih struja u vodljivoj petlji za slučaj da se petlja giba u smjeru 1, 2, odnosno 3.

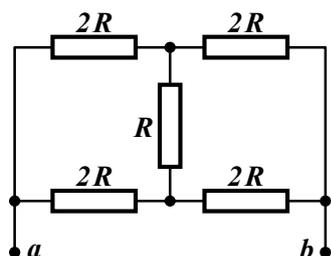
❾ Feromagnetski krugovi (Ohmov zakon te I. i II. Kirchhoffov zakon za magnetski krug, primjer prikaza feromagnetskog kruga).

13. USMENI ISPIT IZ OSNOVA ELEKTROTEHNIKE I

❶ Objasnite i ilustrirajte primjerom princip električne influencije na neutralnom vodljivom tijelu u elektrostatičkom polju. Navedite neke pozitivne/negativne posljedice pojave električne influencije.

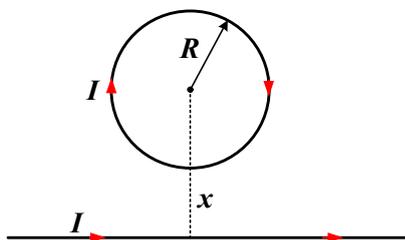
❷ Kada se dva kondenzatora kapaciteta C_1 i C_2 spoje paralelno, dobije se ekvivalentni kapacitet $C_P=C$, a kada se spoje serijski, ekvivalentni kapacitet je $C_S=0,25 C$. Odredite kapacitete C_1 i C_2 .

❸ Izvedite izraz za električno polje vrlo duge ravnomjerno nabijene ravnine i nacrtajte distribuciju silnica električnog polja.



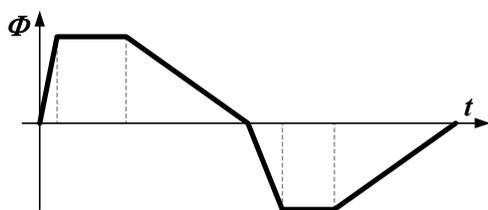
❹ Koliki je nadomjesni otpor između točaka a i b ?

❺ Naponski i strujni izvori. Pretvorbe: *naponski – strujni* i *strujni – naponski* izvor.



❻ Jednake struje teku u zadanim smjerovima kroz dugi ravni vodič i kroz kružnu petlju polumjera R . Odredite relaciju za udaljenost ravnog vodiča od središta kružne petlje ($X=?$), uz uvjet da jakost magnetskog polja u središtu kružne petlje bude jednaka nuli.

❼ Opća relacija za silu na vodič protjecan strujom u stranom homogenom magnetskom polju. Grafički obrazložite princip djelovanja sile.



❸ Magnetski tok kroz neki svitak mijenja se kao na slici. Odredite približan oblik grafičkog prikaza inducirane elektromotorne sile e u svitku.

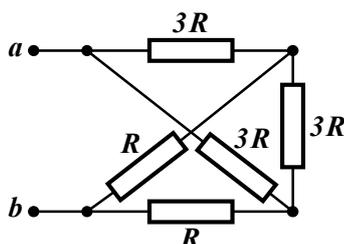
❾ Induktivnost ravnog i torusnog svitka.

14. USMENI ISPIT IZ OSNOVA ELEKTROTEHNIKE I

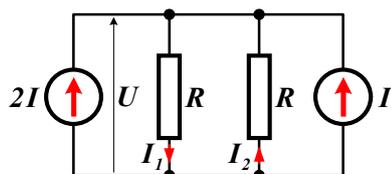
➊ Objasnite zašto su linije jakosti električnog polja uvijek okomite na ekvipotencijalnu plohu (uvjeti elektrostatičke ravnoteže).

➋ Objasnite i ilustrirajte primjerom princip električne polarizacije u dielektriku koji je smješten u elektrostatičko polje.

➌ Kapacitet ljudskog tijela izoliranog od zemlje je oko 200 pF . Energetsko izbijanje od 50 mJ mnogi ljudi osjete kao neugodan šok (električni udar). Odredite razliku potencijala između tijela i zemlje kada se takav udar dogodi. Što se može uraditi da se smanji pojava ovakvih udara?



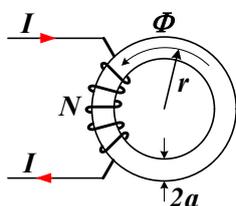
➍ Odredite nadomjesni otpor R_{ab} .



➎ U krugu prema slici poznate su vrijednosti I i R . Odredite relacije za naznačene varijable I_1, I_2, U .

➏ Temeljem Amperova zakona izvedite izraz za jakost magnetskog polja u području izvan dugoga ravnog vodiča polumjera a . Dokažite da se do iste relacije može doći i primjenom Biot-Savartova zakona.

➐ Izvedite relaciju za silu na naboj koji se kreće u homogenom magnetskom polju. Grafički obrazložite princip djelovanja sile (putanja naboja u magnetskom polju).



➑ U torusnom svitku od feromagnetskog materijala uspostavljen je magnetski tok ϕ . Svitak je kružnog poprečnog presjeka promjera $2a$, a srednji polumjer magnetskih silnica je r . Ako je na svitku namotano N namotaja, odredite relaciju za struju I potrebnu da u svitku stvori zadani tok ϕ .

➒ Energija u magnetskom polju (prikaz preko električnih, odnosno magnetskih veličina).

15. USMENI ISPIT IZ OSNOVA ELEKTROTEHNIKE I

1 Tok vektora električnog polja – Gaussov zakon (prikaz površine vektorom, tok vektora polja, Gaussov zakon za elektrostatiku i primjer izvoda električnog polja točkastog naboja).

2 Dvije izolirane nabijene metalne kugle nalaze se u zraku. Omjer naboja na kuglama je $\frac{Q_1}{Q_2} = n$, a omjer njihovih polumjera $\frac{R_1}{R_2} = m$. Odredite omjer plošnih gustoća naboja $\frac{\sigma_1}{\sigma_2}$.

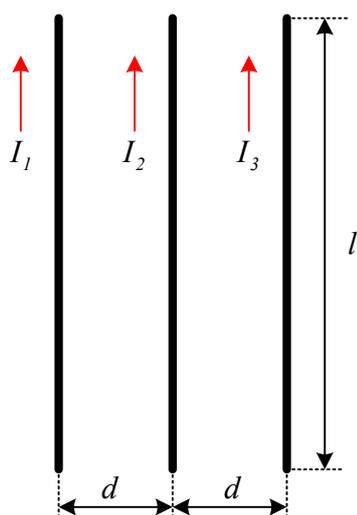
3 Električna polarizacija – vektor električnog pomaka \vec{D} , Maxwellov postulat.

4 Naponski i strujni izvori – pretvorbe.

5 Voltmetar unutarnjeg otpora R_u baždaren je tako da svaka podjela skale predstavlja neku vrijednost napona U_s . Koliki predotpor R_p treba spojiti serijski s voltmetrom da osjetljivost voltmetra padne na polovicu prijašnje vrijednosti? Napomena: Pad osjetljivosti voltmetra na polovicu vrijednosti znači da je svakoj podjeli skale voltmetra pridružena vrijednost $2 U_s$.

6 Theveninov teorem – određivanje parametara nadomjesnog Theveninova izvora E_T, R_T .

7 Izvedite jakost magnetskog polja H za dugi ravni šuplji vodič temeljem Amperova zakona.

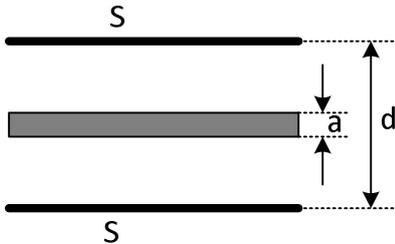


8 Kroz tri duga paralelna vodiča smještena u istoj ravnini teku struje $I_1=I_2=I_3=I$. Udaljenost između vodiča je d , a duljina vodiča l . Odredite izraz za iznos sile na lijevi vodič i na srednji vodič.

9 Induktivnost ravnog i prstenastog svitka, serijski i paralelni spoj induktivnosti.

16. USMENI ISPIT IZ OSNOVA ELEKTROTEHNIKE I

❶ Tok vektora električnog polja – Gaussov zakon (prikaz površine vektorom, tok vektora polja, Gaussov zakon za elektrostatiku i primjer izvoda električnog polja dugoga ravnog nabijenog vodiča).



❷ Između pločica zračnoga pločastog kondenzatora umetnuta je metalna ploča debljine a (vidi sliku). Površina ploča je S , a razmak među njima d . Odredite omjer kapacitivnosti kondenzatora $\frac{C_1}{C_2}$ prije i nakon umetanja pločice.

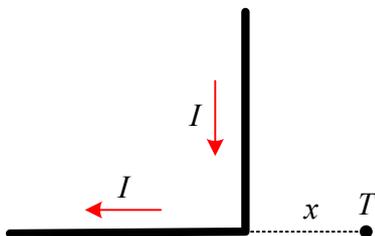
❸ Električna influencija – primjeri ponašanja vodiča u elektrostatičkom polju.

❹ Naponski i strujni djelitelj (primjeri).

❺ Ampermetar pri punom otklonu kazaljke pokazuje struju I_{max} . Unutarnji otpor ampermetra je R_A . Koliki otpor (shunt) R_S (izražen pomoću R_A) treba spojiti paralelno ampermetru da bi se mogla mjeriti 50 puta veća struja?

❻ Nortonov teorem – određivanje parametara nadomjesnog Nortonova izvora I_N, R_N .

❼ Izvedite jakost magnetskog polja H za dugi ravni vodič temeljem Biot-Savartova zakona.



❸ Struja I teče kroz vrlo dugi ravni vodič savijen pod pravim kutom. Kolika je jakost i koji je smjer magnetskog polja H u točki T ako je zadana udaljenost x ?

❾ Energija magnetskog polja.

17. USMENI ISPIT IZ OSNOVA ELEKTROTEHNIKE I

❶ Coulombov zakon – eksperiment s torzijskom vagom, elektrostatička sila na točkasti naboj i u sustavu točkastih naboja.

❷ Dva vodljiva tijela nabijena nabojima Q_1 i Q_2 imaju kapacitivnosti C_1 i C_2 . Izvedite relacije za naboje Q_1' i Q_2' kojima će biti nabijena tijela nakon dodira.

❸ Energija u elektrostatičkom polju.

❹ Serijski i paralelni spoj otpora. Pretvorbe $\Delta \rightarrow \blacktriangle$ i $\blacktriangle \rightarrow \Delta$.

❺ Miliampermetar pri punom odklonu kazaljke pokazuje struju I_{max} . Unutarnji otpor ampermetra je R_A . Ako se želi miliampermetar upotrijebiti kao voltmeter koji će mjeriti napon U , potrebno je u seriju spojiti predotpor R_p . Odredite izraz za traženu vrijednost predotpora.

❻ Izvedite i obrazložite uvjet za postizanje maksimalne snage na trošilu.

❼ Izvedite jakost magnetskog polja H u svim točkama unutar koaksijalnog vodiča i izvan njega. Nacrtajte graf ovisnosti $H=f(r)$.

❽ Kroz homogeno magnetsko polje indukcije $B=1\text{ T}$ prolazi snop α čestica. Čestice se kreću okomito na pravac magnetskog polja brzinom $v=15 \cdot 10^6\text{ m/s}$. Odredite silu koja djeluje na pojedinu česticu ako je naboj jedne čestice $Q=3,2 \cdot 10^{-19}\text{ C}$. Nacrtajte približnu putanju kretanja čestice u magnetskome polju.

❾ Relacije za proračun magnetskog polja u feromagnetskom materijalu. Primjer serijskoga magnetskog kruga.

18. USMENI ISPIT IZ OSNOVA ELEKTROTEHNIKE I

❶ Izvedite izraz za jakost elektrostatičkog polja vrlo duge nabijene ravne plohe. Primijenite dobivenu relaciju na slučaj polja dviju paralelnih ravnina nabijenih s $\pm\sigma$ i prikažite grafički raspodjelu silnica polja.

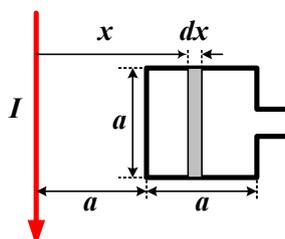
❷ Vodljiva kugla polumjera R ima plošnu gustoću naboja σ . Odredite izraz za potencijal na površini kugle $\varphi = f(\sigma, R)$.

❸ Spojevi s višeslojnim dielektricima – uvjeti na granici.

❹ Temperaturna ovisnost otpora.

❺ Pad napona na krajevima nekog otpornika otpora $R=2\ \Omega$ iznosi $10\ V$. Za koliko mora porasti struja kroz vodič ($\Delta I = I' - I$) da bi pad napona porastao za $40\ \%$?

❻ Millmannov teorem (izvod i primjer).



❼ Odredite izraz za iznos i smjer magnetskoga toka Φ kroz petlju dimenzija prema slici.

❽ Elektromagnetska indukcija (Lentzov zakon, napon kretanja i napon transformacije).

❾ Opišite sve vrste elektromagnetske sile koje se javljaju u magnetskom polju.

19. USMENI ISPIT IZ OSNOVA ELEKTROTEHNIKE I

① Četiri jednaka točkasta naboja Q (tri pozitivna, jedan negativan) nalaze se u vrhovima kvadrata stranice a . Potrebno je odrediti vektor ukupne sile (iznos i smjer) koja djeluje na naboj u središtu kvadrata. Kako se mijenja iznos i smjer vektora ukupne sile ako je u središtu kvadrata naboj $-Q$?

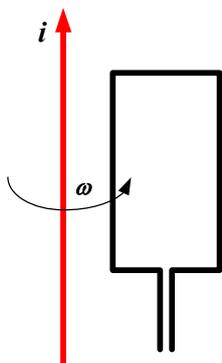
② Gaussov zakon (integralni oblik zakona, definicija, zaključci koji su važni za primjenu zakona i postupak koji se provodi pri primjeni Gaussova zakona).

③ Električna polarizacija – opis pojave kod dielektrika s polarnim i nepolarnim atomima ili molekulama, električni dipol i dipolni moment.

④ Električni čajnik ima dvije spirale. Kada se uključi prva spirala, neka količina vode proključa za 15 minuta, a kada je uključena samo druga spirala, ista količina vode proključa za 30 minuta. Za koliko će vremena proključati ista količina vode ako se spirale spoje paralelno?

⑤ Električni otpornici – temeljna svojstva i primjena linearnih i nelinearnih (NTC, PTC, varistori, fotootpornici) otpornika.

⑥ Naponsko djelilo.



⑦ Pravokutna vodljiva kontura nalazi se u blizini vrlo dugoga ravnog vodiča. Kroz vodič teče promjenljiva struja i , pa se u konturi inducira EMS e . Kako će se mijenjati inducirani napon ako kontura rotira oko ravnog vodiča kutnom brzinom ω ? Obrazložite zaključak.

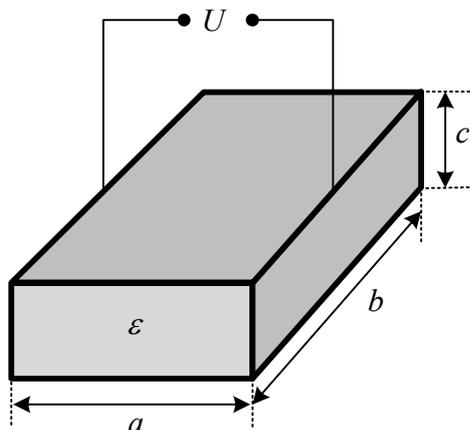
⑧ Primjena Biot-Savartova zakona na primjeru određivanja magnetskog polja segmenta tankoga ravnog vodiča.

⑨ Sila na nabijenu česticu u magnetskom polju.

20. USMENI ISPIT IZ OSNOVA ELEKTROTEHNIKE I

❶ U vrhovima A, B, C istostraničnog trokuta stranice a smješteni su naboji $Q_A=Q_C=Q, Q_B=-Q$. Odredite grafički i analitički vektor električnog polja na polovištu stranice AB .

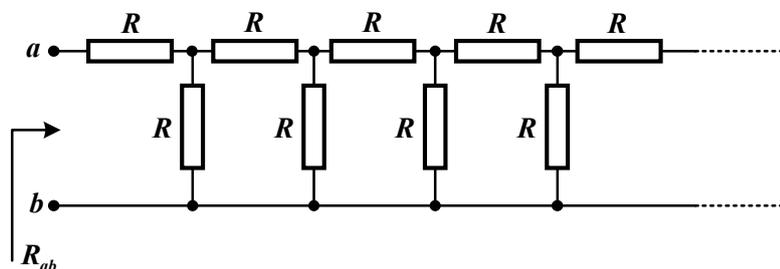
❷ Izvedite odgovarajuće jednačbe za serijski, paralelni i mješoviti spoj kondenzatora.



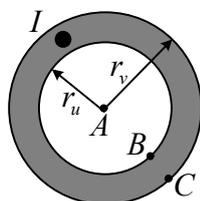
❸ Dielektrik pločastog kondenzatora zadanih dimenzija (a, b, c) i relativne dielektrične konstante ϵ_r spojen je na napon U . Pomoću zadanih parametara odredite izraz za energiju sadržanu u dielektriku.

❹ Kirchhoffovi zakoni – opći prikaz zakona i njihova primjena u rješavanju mreža istosmjerne struje.

❺ Nadomjesni naponski izvor (modovi rada izvora).



❻ Neizmjerne mnogo otpornika spojeno je u niz prema slici. Odredite nadomjesni otpor između točaka a i b .

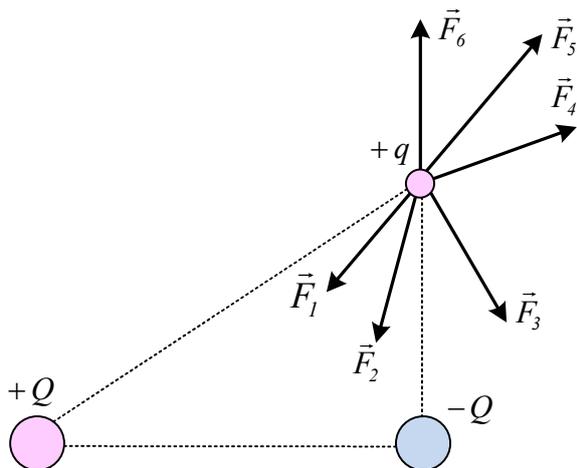


❼ Šupljim metalnim cilindrom teče struja I . Odredite jakosti magnetskoga polja u točkama A, B i C . Objasnite dobivene rezultate.

❽ Elektrodinamička sila između vodiča protjecanih strujama suprotnog smjera.

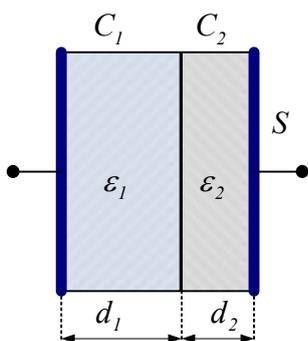
❾ Izračun feromagnetskog kruga – jednačbe, prikaz preko analognoga električnog kruga, uporaba podataka iz krivulje prvog magnetiziranja.

21. USMENI ISPIT IZ OSNOVA ELEKTROTEHNIKE I



- ❶ Točkasti naboj $+q$ nalazi se u električnom polju dvaju kuglastih naboja $+Q$ i $-Q$. Koji od vektora na slici predstavlja ukupnu silu na naboj $+q$? Rezultat obrazložite grafički.

- ❷ Temeljem Gaussova zakona izvedite izraze za električno polje unutar i izvan nabijene vodljive kugle polumjera R te nacrtajte pripadni grafički prikaz $E = f(r)$.



- ❸ Za pločasti kondenzator s dvoslojnim dielektrikom nacrtajte raspodjelu silnica E i D te izvedite zaključak za njihove normalne komponente. Izvedite relacije za padove napona u svakom sloju dielektrika i nadomjesnu kapacitivnost.

- ❹ Na naponski izvor E unutarnjeg otpora R_u spojeno je trošilo promjenljivog otpora R_t . Kada je $R_{t1}=2 \Omega$, na njemu se disipira snaga $P_1=2 W$, a za $R_{t2}=12 \Omega$ disipira se snaga $P_2=3 W$. Koliki je unutarnji otpor izvora?

- ❺ Strujno djelilo – shema i pripadne jednačbe parcijalnih struja kroz grane djelila.

- ❻ Korisnost električne snage i energije. Uvjet za postizanje maksimalne korisnosti.

- ❼ Pomoću Biot-Savartova zakona odredite jakost magnetskog polja H u središtu kružnog zavoja polumjera R .

- ❽ Objasnite (grafički i analitički) princip generiranja sile na vodič koji se nalazi u homogenom magnetskom polju, a protječan je strujom I .

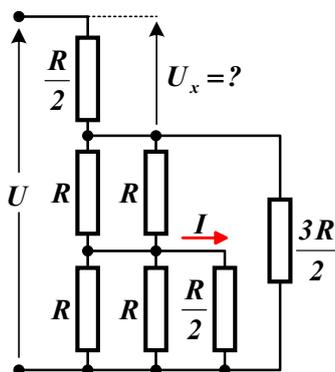
- ❾ Dva svitka (primarni i sekundarni) s $L_1=L_2=0,4 H$ induktivno su spregnuta. Pri promjeni struje primarnog svitka s $I_1'=3 A$ na $I_1'=7 A'$ u intervalu $\Delta t=10 ms$ u sekundarnom svitku inducira se napon $e_2=60 V$. Odredite međuinduktivnost svitaka M i faktor sprege k .

22. USMENI ISPIT IZ OSNOVA ELEKTROTEHNIKE I

❶ Temeljem Gaussova zakona izvedite izraze za električno polje unutar i izvan kugle polumjera R s prostorno raspoređenim nabojem te nacrtajte pripadni grafički prikaz $E = f(r)$.

❷ Kapacitivnost nekog pločastog kondenzatora je C . Ako se, pri konstantnom ε , razmak između ploča trostruko poveća, a površina ploča smanji na polovicu prijašnje vrijednosti, dobije se kondenzator kapacitivnosti C' . Koliki je omjer C'/C ?

❸ Izvedite izraze za silu između ploča i površinski električni tlak koji djeluje na ploče pločastog kondenzatora.

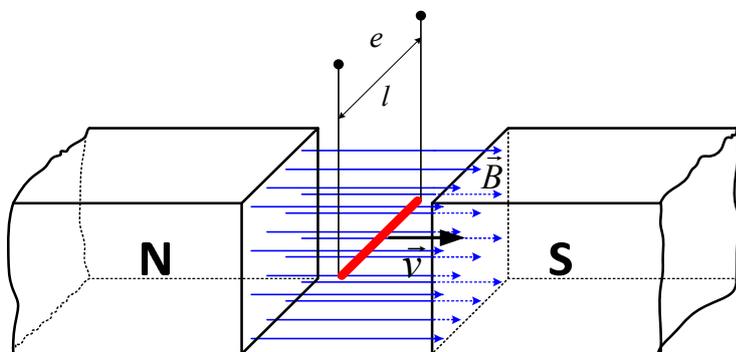


❹ Izrazite napon U_x ako je poznat otpor R i struja I prema slici.

❺ Neopterećeno naponsko djelilo (shema i pripadne jednadžbe parcijalnih napona na otporima djelila, djelilo s naponima različitog polariteta, potencijometrijski spoj).

❻ Paralelni spoj naponskih izvora (shema, struje izjednačenja, nadomjesni unutarnji otpor, struja trošila i napon na stezaljkama ekvivalentnoga naponskog izvora).

❼ Pomoću Biot-Savartova zakona odredite magnetsko polje u središtu kvadratne petlje stranice a protjecane strujom I .



❸ Između polova magneta širine l i gustoće toka \vec{B} giba se vodič brzinom \vec{v} . Koliki je inducirani napon na krajevima vodiča? Obrazložite rješenje.

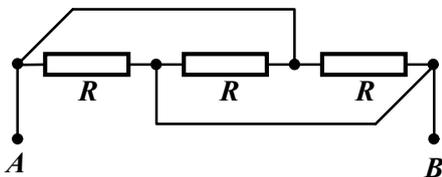
❾ Induktivnost dugog ravnog i toroidnog svitka.

23. USMENI ISPIT IZ OSNOVA ELEKTROTEHNIKE I

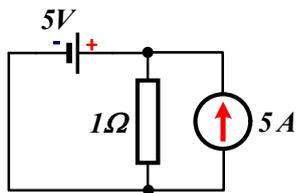
❶ Izvedite izraz za električno polje vrlo dugoga nabijenog cilindričnog vodiča. Prikažite ovisnost polja o udaljenosti od osi vodiča.

❷ Dva kondenzatora kapacitivnosti $C_2 = 2 C_1$ spojena su serijski i priključena na napon U . Odredite naboj Q_1 i omjer naboja na kondenzatorima Q_1/Q_2 .

❸ Raspodjela naboja na površini vodiča (ovisnost o geometrijskom obliku površine vodiča i ovisnost o načinu elektriziranja).



❹ Odredite nadomjesni otpor između točaka A i B (R_{AB}).



❺ Kolika struja teče u grani s naponskim izvorom?

❻ Nortonov teorem – prikažite primjenu teorema na primjeru rješavanja nekog složenog kruga.

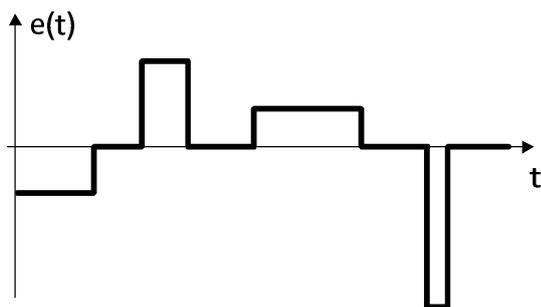
❼ Izvedite izraze za magnetsko polje u svim točkama unutar koaksijalnog vodiča i izvan njega te grafički prikažite ovisnost polja o udaljenosti od osi vodiča.

❽ Elektromagnet s otporom namota $R=10 \Omega$, induktivnosti $L=10 H$, priključen je na izvor $U=30 V$. Koliki će se napon inducirati na krajevima namota ako dođe do jednolikog prekida struje u intervalu $\Delta t=0,05 s$?

❾ Sila na magnetski materijal (nosiva sila elektromagneta, sila u polju permanentnog magneta).

24. USMENI ISPIT IZ OSNOVA ELEKTROTEHNIKE I

- ① Gaussov zakon (definicija); primjena pri određivanju električnog polja pune metalne kugle.
- ② Dvije vodljive kugle ($R_1 \neq R_2$) spojene su tankom metalnom niti i nabijene ukupnim nabojem $Q > 0$. Izvedite izraz za omjer plošnih gustoća naboja na kuglama σ_1/σ_2 .
- ③ Objasnite principe električne influencije i električne polarizacije.
- ④ Električni otpor i otpornici, ovisnost o temperaturi.
- ⑤ Dva izvora jednakih EMS-ova ($E_1 = E_2$), a različitih unutarnjih otpora $R_{u2} > R_{u1}$ spojena su serijski. Odredite koliki mora biti vanjski otpor R da bi razlika potencijala na terminalima jednoga od izvora bila jednaka nuli. Koji je to izvor (E_1 ili E_2)?
- ⑥ Režimi rada izvora istosmjerne struje (PH, KS, prilagodba, karakteristike izvora i trošila, normirani dijagrami).
- ⑦ Primijenite Amperov zakon na izračun jakosti magnetskog polja u svim točkama šupljeg vodiča protjecanoga strujom I .



- ⑧ Skicirajte valni oblik promjene magnetskog toka Φ koji je uzrokovao pojavu induciranog napona prema slici.

- ⑨ Energija magnetskog polja.

25. USMENI ISPIT IZ OSNOVA ELEKTROTEHNIKE I

① Gaussov zakon (definicija); primjena pri određivanju električnog polja duge ravnine nabijene plošnom gustoćom naboja σ .

② Pločasti kondenzator spoji se na napon U . Nakon završetka prijelazne pojave odspoji se od izvora i razmak mu se između ploča utrostruči. Koliki će tada biti napon na kondenzatoru?

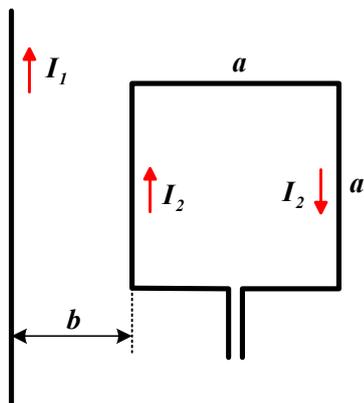
③ Što je polarizacija dielektrika i kako ona nastaje? Koje veličine opisuju mjeru polarizacije?

④ Opterećeno naponsko djelilo.

⑤ Za koliko se puta poveća otpor volframove žarne niti u žarulji ako je temperatura niti prije ukapčanja bila 15°C , a nakon ukapčanja 2100°C ? Temperaturni koeficijent volframa je $0,0048^{\circ}\text{C}^{-1}$.

⑥ Objasnite na primjeru određivanje parametara nadomjesnog Nortonova generatora (I_N , R_N).

⑦ Primijenite Amperov zakon na izračun jakosti magnetskog polja unutar dugoga ravnog vodiča i izvan njega.

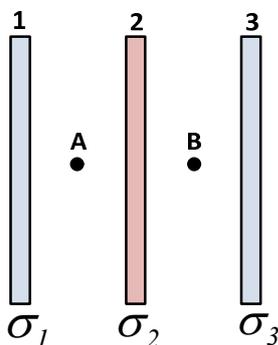


⑧ Kroz vrlo dugi ravni vodič teče struja I_1 . Na udaljenosti b nalazi se bliža stranica vodljive kvadratne petlje stranice a . Ako kroz petlju teče struja I_2 , odredite iznose i smjerove sile koja djeluje na pojedine stranice kvadratne petlje. Kako bi se gibala petlja pod djelovanjem sile?

⑨ Izvedite izraz za inducirani napon koji nastaje rotacijom vodljive petlje u homogenom magnetskom polju.

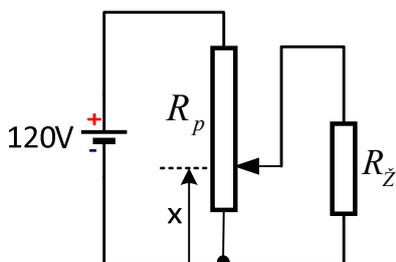
26. USMENI ISPIT IZ OSNOVA ELEKTROTEHNIKE I

❶ Gaussov zakon (definicija); primjer primjene pri određivanju električnog polja pune dielektrične kugle ravnomjerno nabijene prostornom gustoćom naboja ρ .



❷ Tri vrlo velike kvadratne ploče nabijene su plošnim gustoćama naboja $\sigma_1 = -0,5 \mu\text{C}/\text{m}^2$, $\sigma_2 = +0,1 \mu\text{C}/\text{m}^2$, $\sigma_3 = -0,35 \mu\text{C}/\text{m}^2$. Odredite ukupno električno polje po iznosu i smjeru (lijevo ili desno) u točkama A i B.

❸ Spojevi s kondenzatorima (serijski, paralelni, mješoviti spoj, trokut-zvijezda pretvorbe).



❹ Potencijometar od $R_p = 100 \Omega$ upotrijebljen je za prigušivanje svjetla žarulje otpora $R_z = 200 \Omega$. Klizač potencijometra može zauzimati položaje od $x=0$ (donji položaj) do $x=1$ (gornji položaj). Kolika je snaga žarulje ako je $x=0,5$?

❺ Jednadžba $P=U^2/R$ pokazuje da snaga disipirana na otporu opada s porastom otpora, a temeljem jednadžbe $P=I^2R$ moglo bi se zaključiti obratno (da snaga raste s porastom otpora). Postoji li kontradikcija? Objasnite.

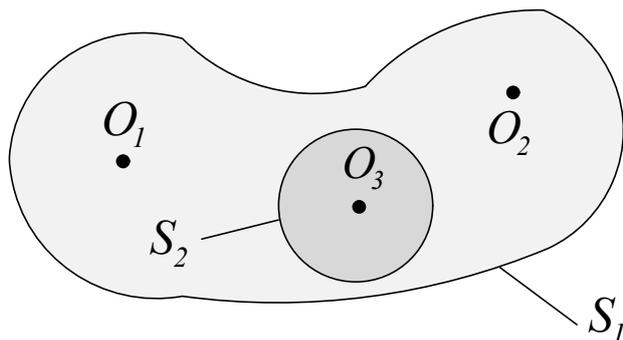
❻ Objasnite na primjeru neke složene mreže primjenu metode konturnih struja.

❼ Primijenite Biot-Savartov zakon na izračun jakosti magnetskog polja u središtu kružne petlje protjecane strujom.

❽ Dva vrlo duga vodiča smještena su jedan iznad drugoga horizontalno u odnosu na površinu Zemlje. Vodičima teku struje vrlo velikog iznosa. Može li gornji vodič neutralizirati djelovanje sile gravitacije na donji vodič? Pod kojim se uvjetom uspostavlja stanje ravnoteže (jednadžba za ravnotežno stanje i smjer struje donjega u odnosu na gornji vodič)?

❾ Objasnite različite slučajeve stvaranja inducirano napona (translacijsko i rotacijsko gibanje vodljive petlje u homogenom magnetskom polju, mirujuća petlja u promjenljivom polju).

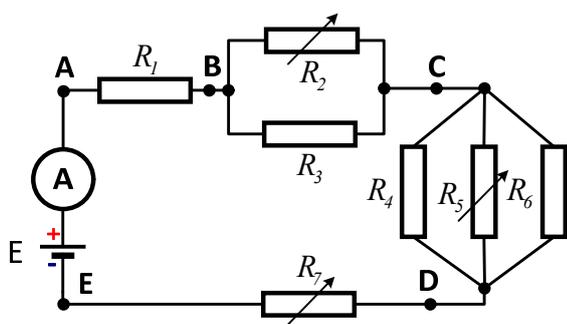
27. USMENI ISPIT IZ OSNOVA ELEKTROTEHNIKE I



❶ Dva objekta, O_1 i O_2 , nabijena su nabojima $Q_1=2 \mu\text{C}$, $Q_2=-3 \mu\text{C}$. Treći objekt O_3 električki je neutralan. Odredite električni tok Ψ_1 kroz zatvorenu površinu S_1 i električni tok Ψ_2 kroz zatvorenu površinu S_2 .

❷ Nacrtajte metalno tijelo oblika lopte za ragbi. Ako je tijelo nabijeno ukupnim nabojem $+Q$, označite točke u kojima će biti najveća, odnosno najmanja plošna gustoća naboja σ . Objasnite i dokažite svoje tvrdnje. Nacrtajte približnu raspodjelu silnica električnog polja. Koliki je iznos električnog polja neposredno uz površinu tijela?

❸ Energija i sila u elektrostatičkom polju.



❹ Na pitanja odgovorite s *raste*, *pada* ili *ne mijenja se* i obrazložite svaki odgovor.

- a) Ako se povećava otpor R_7 , razlika potencijala između točaka A i E _____.
- b) Ako se povećava otpor R_7 , a uzmu se u obzir unutarnji otpori izvora i ampermetra, razlika potencijala između točaka A i E _____.
- c) Ako se smanjuje otpor R_2 , struja kroz R_1 _____.

R_4 _____.

- e) Ako se smanjuje otpor R_2 , struja kroz R_6 _____.
- f) Ako se smanjuje otpor R_2 , struja kroz R_3 _____.
- g) Ako se povećava otpor R_5 , pad napona na R_3 _____.
- h) Ako se povećava otpor R_5 , pad napona na R_6 _____.
- i) Ako se povećavaju R_2 , R_5 i R_7 , napon izvora E _____.

❺ Objasnite na primjeru neke složene mreže primjenu metode superpozicije.

❻ Opišite primjerom rad strujnog i naponskog djelila.

❼ Primijenite Biot-Savartov zakon na izračun jakosti magnetskog polja dugoga ravnog vodiča.

❸ Na ekvatoru je magnetsko polje Zemlje $B_z=0,5 \cdot 10^{-4} \text{ T}$ i približno je vodoravno, a usmjereno prema sjeveru. Odredite veličinu i smjer (istok, zapad, sjever ili jug) brzine kojom bi se trebao kretati elektron, uz uvjet da njegova težina bude u ravnoteži s magnetskom silom. ($m_e=9,11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$, $e=1,6 \cdot 10^{-19} \text{ As}$)

❹ Elektromagnetska sila: sila na vodič, sila između vodiča, sila elektromagneta, sila na naboj u gibanju.

28. USMENI ISPIT IZ OSNOVA ELEKTROTEHNIKE I

❶ Kako glasi Gaussov zakon? Primijenite Gaussov zakon na određivanje električnog polja u svim točkama metalnog cilindričnog vodiča. Nacrtajte graf raspodjele električnog polja $E = f(r)$.

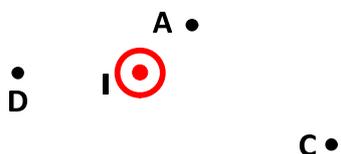
❷ Matematička i fizikalna interpretacija principa rada gromobrana (efekt šiljka).

❸ Pločasti kondenzator površine ploča $S=1 \text{ m}^2$, razmaka između ploča $d=4 \text{ mm}$, ispunjen je dielektrikom s $\epsilon_r=4$ i spojen na izvor napona $U=100 \text{ V}$. Ako se izvor isključi, a zatim pažljivo izvuče dielektrik, odredite koliki je rad trebalo uložiti za izvlačenje dielektrika. Zbog djelovanja koje sile treba uložiti rad?

❹ Živina baterijska ćelija napona $1,35 \text{ V}$ ima unutarnji otpor $0,03 \Omega$, a suha ćelija napon $1,5 \text{ V}$ i unutarnji otpor $0,35 \Omega$. Objasnite zašto je bolje uporabiti tri živine umjesto tri suhe ćelije za napajanje slušnog aparata snage 2 W koji radi na naponu od 4 V .

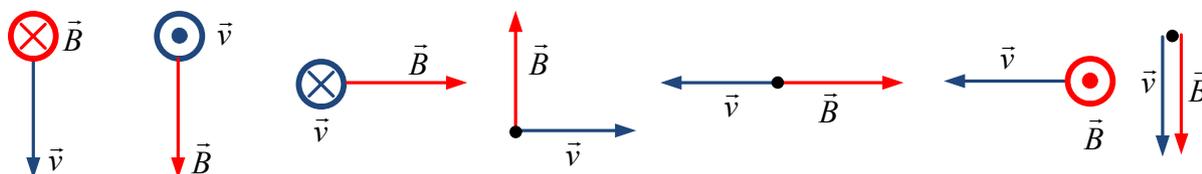
❺ Objasnite na primjeru neke složene mreže primjenu metode konturnih struja.

❻ Serijski, paralelni i mješoviti spoj otpornika. Transformacije zvijezda \Leftrightarrow trokut.



❷ Dugim ravnim vodičem teče struja I . Odredite približan iznos i smjer vektora magnetske indukcije B u točkama A , B , C i D .

❸ Za svaki od sedam navedenih primjera nacrtajte vektor sile koja bi djelovala na **negativni** naboj koji se brzinom v giba u magnetskom polju indukcije B . O kojoj se sili radi? Napišite vektorsku jednadžbu za tu silu.



❹ Elektromagnetska indukcija (zakon elektromagnetske indukcije, inducirani napon kretanja – translacije i rotacije, napon mirovanja – transformacije). Napišite odgovarajuće jednadžbe i potkrijepite ih grafičkim primjerima.

29. USMENI ISPIT IZ OSNOVA ELEKTROTEHNIKE I

1 Kako glasi Gaussov zakon? Primijenite Gaussov zakon na određivanje električnog polja u svim točkama pune dielektrične kugle. Nacrtajte graf raspodjele električnog polja $E = f(r)$.

2 Opišite pojave električne influencije i polarizacije dielektrika. Navedite primjere primjene i štetnih posljedica koje prate te pojave.

3 U bolje opremljenim laboratorijima mogu se postići sljedeće vrijednosti električnog i magnetskog polja: $E=10^4 \text{ V/m}$, $B=2 \text{ T}$. Odredite pripadne gustoće energije za oba polja ($w=W/V$). Usporedite dobivene vrijednosti. Kolika bi trebala biti jakost električnog polja da proizvede jednaku gustoću energije kao što je proizvede magnetsko polje indukcije $B=2 \text{ T}$?

4 Serijski spoj dvaju otpornika od po $8,4 \text{ k}\Omega$ spojen je na bateriju E . Kada se voltmetar spoji na krajeve jednog od otpornika, pokazuje napon od 2 V . Voltmetar je postavljen na područje (skalu) od 3 V , za koje je na kućištu instrumenta navedena osjetljivost $1000 \Omega/V$. Koliki je EMS baterije?

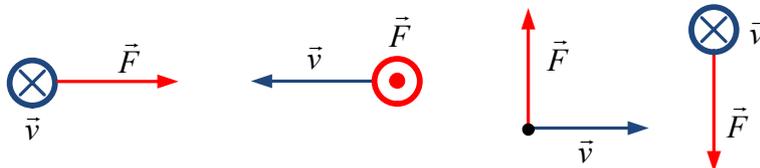
Napomena: Osjetljivost instrumenta odnosi se na broj oma po voltu za puno očitavanje skale. Primjerice, ako je osjetljivost $30 \text{ k}\Omega/V$, tada će na području (skali) od 10 V instrument imati unutarnji otpor od $300 \text{ k}\Omega$.

5 Objasnite na primjeru neke složene mreže primjenu Theveninova teorema.

6 Izvedite uvjet koji treba biti zadovoljen za postizanje maksimalne snage na trošilu. Prikažite grafički oblik krivulje snage ako se otpor trošila mijenja u granicama od 0 do ∞ .

7 Dugim ravnim vodičem polumjera R teče struja I . Izvedite izraz za magnetsku indukciju B unutar vodiča i izvan njega te nacrtajte pripadni grafički prikaz $B = f(r)$.

8 Sila F je sila na pozitivno nabijenu česticu koja se brzinom v giba u magnetskom polju indukcije B . Odredite vektor magnetske indukcije za četiri primjera prema slici. O kojoj se sili radi? Napišite vektorsku jednadžbu za tu silu.

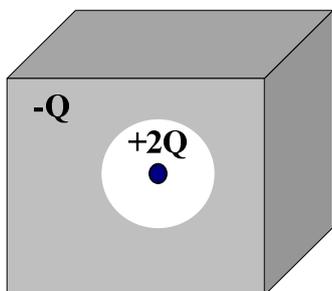


9 Elektromagnetska indukcija (zakon elektromagnetske indukcije, inducirani napon kretanja – translacije i rotacije, napon mirovanja – transformacije). Napišite odgovarajuće jednadžbe i potkrijepite ih grafičkim primjerima.

30. USMENI ISPIT IZ OSNOVA ELEKTROTEHNIKE I

❶ Kako glasi Gaussov zakon? Primijenite Gaussov zakon na određivanje električnog polja u svim točkama nabijenog metalnog cilindra. Nacrtajte graf raspodjele električnog polja $E = f(r)$.

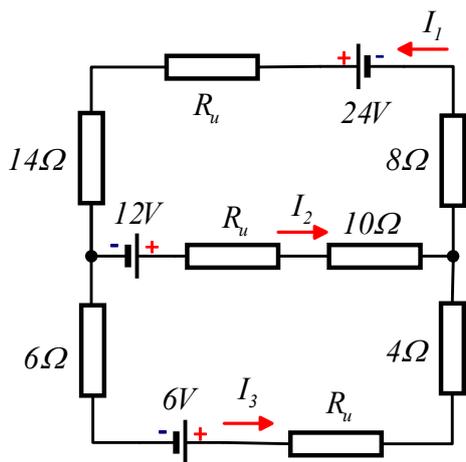
❷ Sveza potencijalne energije i potencijala, razlika potencijala (električni napon), potencijal točkastog naboja.



❸ U središtu pune metalne kocke na kojoj je raspoređen naboj $-Q$ nalazi se kuglasta šupljina. Ako se u središte kocke smjesti točkasti naboj $+2Q$, odredite koliki je naboj na površini šupljine i ukupni naboj na vanjskoj površini kocke. Objasnite dobivenu raspodjelu naboja i prikažite ju grafički.

❹ Vrste i uporaba električnih otpornika.

❺ Serijski, paralelni i mješoviti spoj izvora EMS-a.



❻ Odredite vrijednost struje I_2 uporabom Theveninova teorema. ($R_u = 2 \Omega$)

❼ Izvedite relacije za jakost magnetskog polja dugoga ravnog vodiča i jakost magnetskog polja u središtu kružne petlje uporabom Biot-Savartova zakona.

❽ Za izvlačenje aluminijske ploče smještene između polova štapićastog magneta potrebna je neka sila. U većini slučajeva ona je zanemariva, ali ipak postoji. Objasnite uzrok stvaranja i smjer djelovanja te sile, premda je ploča od neferomagnetskog materijala i ne dodiruje polove magneta.

❾ Elektromagnetska indukcija (zakon elektromagnetske indukcije, inducirani napon kretanja – translacije i rotacije, napon mirovanja – transformacije). Napišite odgovarajuće jednadžbe i potkrijepite ih grafičkim primjerima.

Završna rješenja zadataka

OE I - Usmeni ispit br. 1

3 $u = \sigma \left(\frac{d_1}{\epsilon_1} + \frac{d_2}{\epsilon_2} \right)$

6 $I_A = I$ (nema promjene)

8 $F = 0$

OE I - Usmeni ispit br. 2

1 $\frac{C_2}{C_1} = 2$

6 pregori žarulja \check{Z}_1

9 c

OE I - Usmeni ispit br. 3

3 $\frac{\sigma_1}{\sigma_2} = \frac{R_2}{R_1}$

5 $I_n = 15 \text{ A} ; R_{pn} = 30 \text{ } \Omega$

9 $\frac{F}{l} = 2 \frac{N}{m}$

OE I - Usmeni ispit br. 4

3 $\frac{C_1}{C_2} = 1$

6 $P = 128 \text{ W}$

9 $W_k = 1,405 \cdot 10^{-16} \text{ J}$

OE I - Usmeni ispit br. 5

5 $Q=0,12 \text{ As}$

6 $P_R=2,6 \text{ W}$

9 $x=8,33 \text{ cm}$

OE I - Usmeni ispit br. 6

5 $v = 8,382 \cdot 10^7 \text{ m / s}$

6 $R_u=2,22 \Omega$

9 $e=-50 \text{ V}$

OE I - Usmeni ispit br. 7

5 $Q_I=2/3 Q$

6 $P_{uk}=100 \text{ W}$

9 $F/l=1 \text{ N/m}$

OE I - Usmeni ispit br. 8

6 $R_u=7,5 \Omega$

9 $\frac{i_1}{i_2} = \frac{r_1}{r_2} = 2$

OE I - Usmeni ispit br. 9

3 *negativan*

5 $\varphi_a=0 V ; \varphi_b=6 V ; \varphi_c=-4 V ; \varphi_d=-1 V$

6 $\frac{\alpha_1}{\alpha_2} = \frac{3}{2}$

9 $W_m'=4 W_m$

OE I - Usmeni ispit br. 10

1 $\varphi'=\varphi=0 ; E_{uk}=2E ; E'=0$

5 $R_{eq}=3R$

6 $R_T=R ; E_T=U$

7 *-Z os*

OE I - Usmeni ispit br. 11

2 $E'=0,2E$

5 $\frac{P_1'}{P_2'} = \frac{3}{4}$

6 *pada*

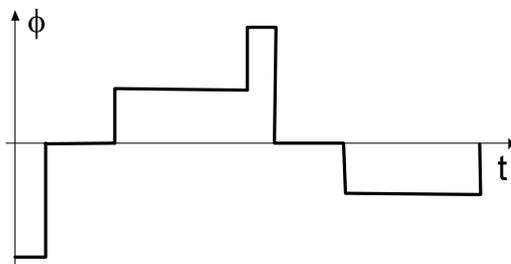
9 $\frac{L_1}{L_2} = 4$

OE I - Usmeni ispit br. 12

- 1 $E_A > E_B = E_C$
- 4 $R_{eq} = R$
- 5 $U_{AB} = E$
- 6 $H = \frac{I}{2R} \left(1 + \frac{1}{\pi} \right)$
- 8 smjer 1: \uparrow smjer 2: \leftarrow smjer 3: $i_3 = 0$

OE I - Usmeni ispit br. 13

- 2 $C_1 = C_2 = C/2$
- 4 $R_{AB} = 2R$
- 6 $X = R/\pi$
- 8



OE I - Usmeni ispit br. 14

- 3 $U = 22,36 \text{ kV}$
- 4 $R_{ad} = 2R$
- 5 $I_1 = \frac{3}{2} I$; $I_2 = -\frac{3}{2} I$
- 8 $I = \frac{2r\Phi}{\mu_0\mu_r N a^2}$

OE I - Usmeni ispit br. 15

$$\textcircled{2} \quad \frac{\sigma_1}{\sigma_2} = \frac{n}{m^2}$$

$$\textcircled{5} \quad R_p = R_u$$

$$\textcircled{8} \quad F_l = \frac{3\mu_0 I^2 l}{4\pi d} ; \quad F_{sr} = 0$$

OE I - Usmeni ispit br. 16

$$\textcircled{2} \quad \frac{C_1}{C_2} = \frac{d-a}{d}$$

$$\textcircled{5} \quad R_s = \frac{1}{49} R_A$$

$$\textcircled{8} \quad H_l = \frac{I}{4\pi x}$$

OE I - Usmeni ispit br. 17

$$\textcircled{2} \quad Q'_1 = \frac{C_1(Q_1 + Q_2)}{C_1 + C_2} ; \quad Q'_2 = \frac{C_2(Q_1 + Q_2)}{C_1 + C_2}$$

$$\textcircled{5} \quad R_p = \frac{U}{I_{max}} - R_A$$

$$\textcircled{8} \quad F = 4,8 \text{ pN}$$

OE I - Usmeni ispit br. 18

$$\textcircled{2} \quad \varphi = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R} = \frac{\sigma R}{\epsilon_0}$$

$$\textcircled{5} \quad \Delta I = 2 \text{ A}$$

$$\textcircled{7} \quad \varphi = \frac{\mu_0 I a}{2\pi} \ln 2$$

OE I - Usmeni ispit br. 19

2 $F_{uk} = \frac{Q^2}{\pi\epsilon_0 a^2}$

4 10 minuta

7 EMS se ne mijenja

OE I - Usmeni ispit br. 20

1 $E_{uk} = \frac{\sqrt{37}Q}{3\pi\epsilon_0 a^2}$; $\alpha = \arctg \frac{1}{6}$

3 $W = \frac{\epsilon_0 \epsilon_r b c U^2}{2a}$

6 $R_{eq} = \frac{R}{2}(1 + \sqrt{5})$

7 $H_A = H_B = 0$; $H_C = \frac{I}{2R_V \pi}$

OE I - Usmeni ispit br. 21

1 \vec{F}_3

4 $R_u = 8 \Omega$

9 $M = 0,15 H$, $k = 0,375$

OE I - Usmeni ispit br. 22

2 $\frac{C'}{C} = \frac{1}{6}$

3 $U_x = 1,5RI$

9 $e = 0$

OE I - Usmeni ispit br. 23

② $Q = Q_1 = Q_2 = \frac{2}{3} C_1 U$; $\frac{Q_1}{Q_2} = 1$

⑤ $I=0$

⑧ $U_L=600 V$

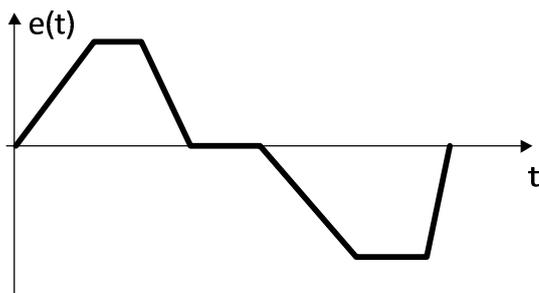
OE I - Usmeni ispit br. 24

② $\frac{\sigma_1}{\sigma_2} = \frac{R_2}{R_1}$

1

⑤ $R=R_{u2}-R_{u1}$; napon na terminalima izvora E_2 jednak je nuli

⑧

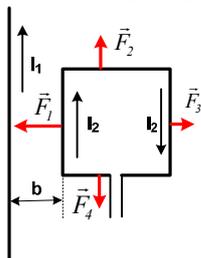


OE I - Usmeni ispit br. 25

② $U'=3U$

⑤ $R_t=11R_0$

⑧ *Petlja se giba prema ravnom vodiču.*



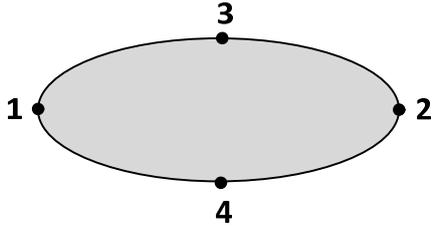
$$F_{uk} = F_1 - F_3 = \frac{\mu_0 I_1 I_2 a}{2\pi b} - \frac{\mu_0 I_1 I_2 a}{2\pi(a+b)}$$

OE I - Usmeni ispit br. 26

- 1 $E_A = -14,12 \text{ kV/m}$ (lijevo) ; $E_B = -2,82 \text{ kV/m}$ (lijevo)
- 4 $P = 14,22 \text{ W}$
- 8 $F_{\text{magn}} = F_{\text{grav}} \quad \frac{\mu_0 I_1 I_2 l}{2\pi d} = mg$ (struje istog smjera)

OE I - Usmeni ispit br. 27

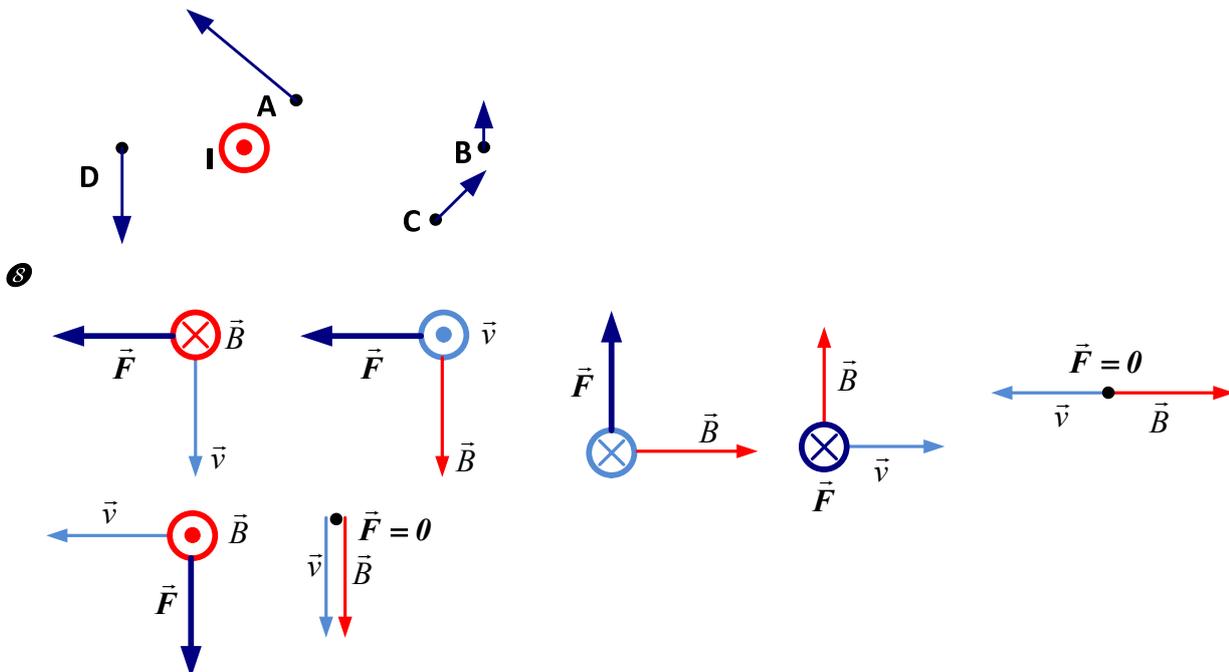
- 1 $\Psi_a = 113 \cdot 10^3 \text{ Vm}$; $\Psi_b = 0$
- 2 $\frac{\sigma_1}{\sigma_2} = \frac{R_2}{R_1}$; $E = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$; Najveća gustoća na poziciji 1 i 2, najmanja na 3 i 4.



- 4 a) N b) P c) R d) P e) R f) R g) P h) p i) N
- 8 $v = 1,11 \cdot 10^{-6} \text{ m/s}$; (prema zapadu)

OE I - Usmeni ispit br. 28

- 3 $A = 13,285 \cdot 10^{-5} \text{ J}$, rad potreban zbog privlačne sile polariziranog naboja u dielektriku i naboja na pločama
- 4 $U_z = 4,005 \text{ V}$; $U_s = 3,978 \text{ V}$; živina baterija daje tačniji napon
- 7

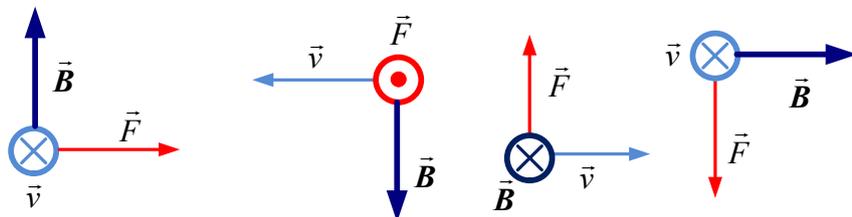


OE I - Usmeni ispit br. 29

3 $W_{EL}=4,425 \cdot 10^{-4} \text{ J/m}^3$, $W_M=1,59 \cdot 10^6 \text{ J/m}^3$; $W_{EL} \ll W_M$; $E=6 \cdot 10^8 \text{ V/m}$

4 $E=9,6 \text{ V}$

8



OE I - Usmeni ispit br. 30

3 Na površini kugle je influencirani naboj $-2Q$. Na površini kocke je naboj $-Q$ i influencirani naboj $+2Q$: $-Q+2Q=Q$

6 $I_2=0,8 \text{ A}$

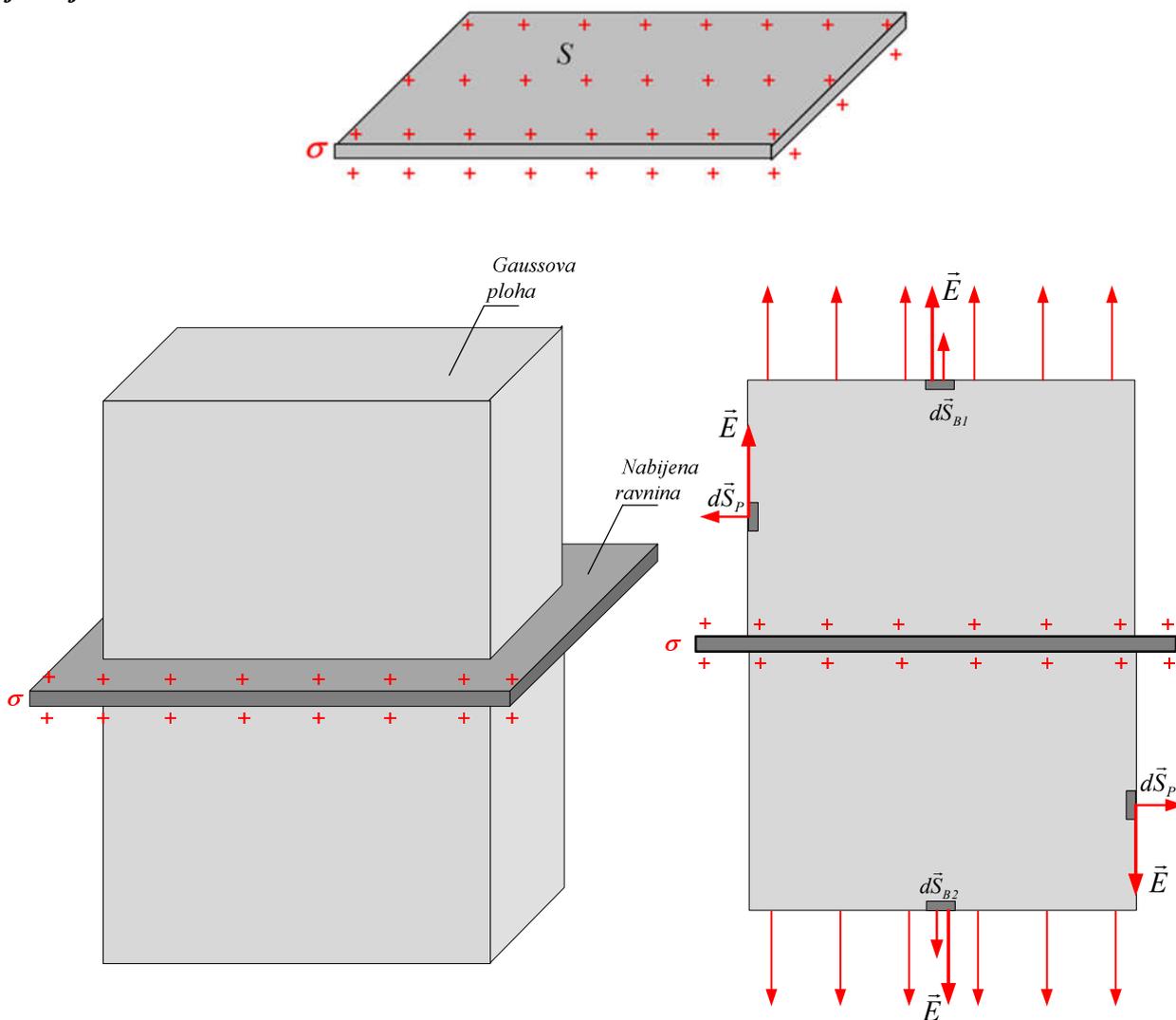
8 Pomiču se slobodni elektroni vodljive ploče, pa na njih djeluje Lorentzova sila.

Primjeri potpunih rješenja zadataka

Primjer prvi

1 Izvedite izraz za jakost elektrostatičkog polja vrlo duge nabijene ravne plohe. Primijenite dobivenu relaciju na slučaj polja dviju paralelnih ravnina nabijenih s $\pm\sigma$ i prikažite grafički raspodjelu silnica polja.

Rješenje:



$$\oint_{S_G} \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{Q_{uk}}{\epsilon_0} = \frac{1}{\epsilon_0} \int_{S_\sigma} \sigma dS$$

$$\int_{B1} \vec{E} \cdot d\vec{S}_{B1} + \int_{B2} \vec{E} \cdot d\vec{S}_{B2} = \frac{1}{\epsilon_0} \int_{S_\sigma} \sigma dS$$

$$E \int_{B1} dS_{B1} + E \int_{B2} dS_{B2} = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \int_{S_\sigma} dS$$

$$E \cdot S + E \cdot S = \frac{\sigma}{\epsilon_0} S$$

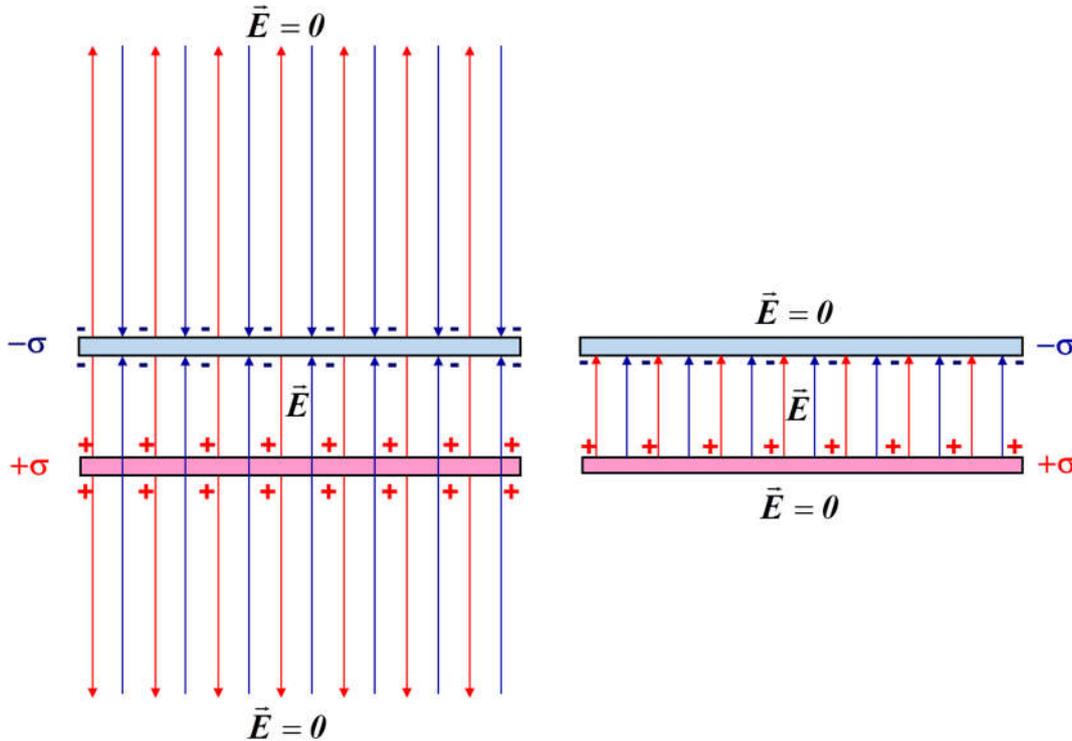
Polje vrlo velike nabijene ravnine:

$$E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$$

Polje između dviju ravnina nabijenih plošnom gustoćom $\pm\sigma$:

$$E_+ = E_- = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$$

$$E = E_+ + E_- = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$$



❷ Vodljiva kugla polumjera R ima plošnu gustoću naboja σ . Odredite izraz za potencijal na površini kugle $\varphi = f(\sigma, R)$.

Rješenje:

$$\varphi = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R} = \frac{\sigma \cdot 4R^2\pi}{4\pi\epsilon_0 R} = \frac{\sigma R}{\epsilon_0}$$

❸ Spojevi s višeslojnim dielektricima – uvjeti na granici – poprečni i uzdužni spoj.

Rješenje:

Poprečni spoj

$$E_1 = E_{1n}, E_2 = E_{2n}, D_1 = D_{1n}, D_2 = D_{2n}$$

$$D_{1n} = D_{2n}$$

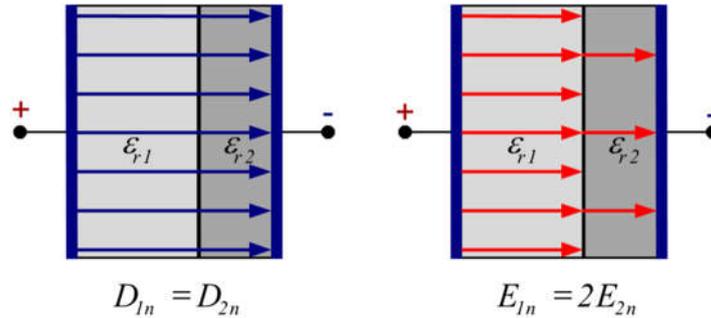
Normalne komponente vektora električnog pomaka \vec{D} kroz poprečnu graničnu plohu dvaju dielektrika prolaze kontinuirano.

$$\epsilon_0 \epsilon_{r1} E_{1n} = \epsilon_0 \epsilon_{r2} E_{2n}$$

$$\frac{E_{1n}}{E_{2n}} = \frac{\epsilon_{r2}}{\epsilon_{r1}}$$

Normalne komponente vektora električnog polja \vec{E} kroz poprečnu graničnu plohu dvaju dielektrika prolaze skokovito i to kao recipročna vrijednost njihovih dielektričnosti.

Raspodjela silnica \vec{E} i \vec{D} kada je $\epsilon_{r2} = 2\epsilon_{r1}$:



Uzdužni spoj

$$E_1 = E_{1t}, E_2 = E_{2t}, D_1 = D_{1t}, D_2 = D_{2t}$$

$$E_{1t} = E_{2t}$$

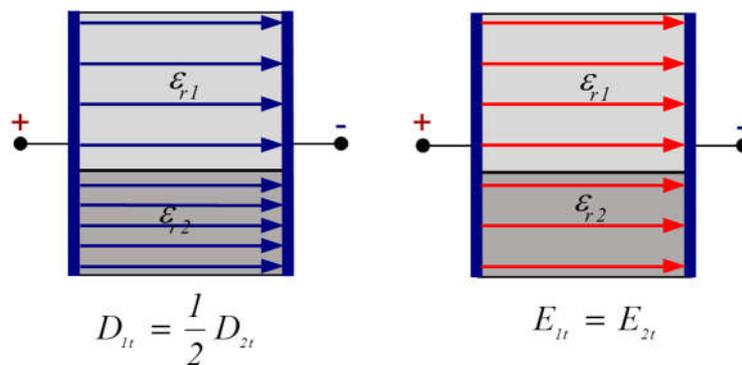
Tangencijalne komponente vektora električnoga polja \vec{E} preko uzdužne granične plohe dvaju dielektrika prolaze kontinuirano.

$$\frac{D_{1t}}{\epsilon_0 \epsilon_{r1}} = \frac{D_{2t}}{\epsilon_0 \epsilon_{r2}}$$

$$\frac{D_{1t}}{D_{2t}} = \frac{\epsilon_{r1}}{\epsilon_{r2}}$$

Tangencijalne komponente vektora električnoga pomaka \vec{D} preko uzdužne granične plohe dvaju dielektrika prolaze skokovito – proporcionalno omjeru njihovih dielektričnosti.

Raspodjela silnica u slojevima za slučaj $\epsilon_{r2} = 2\epsilon_{r1}$:



④ Temperaturna ovisnost otpora.

Rješenje:

Promjena otpora nastala zbog zagrijavanja/hlađenja vodiča jest:

$$\Delta R = R_{20} \alpha \Delta \vartheta,$$

gdje su:

$\Delta R = R_t - R_{20}$ – promjena otpora

α – temperaturni koeficijent otpora u K^{-1}

$\Delta \vartheta = \vartheta_t - 20^\circ$ – promjena temperature.

Električni otpor vodiča na nekoj temperaturi različitoj od sobne može se prema gornjoj jednadžbi izraziti izrazom:

$$R_t = R_{20}(1 + \alpha \Delta \vartheta).$$

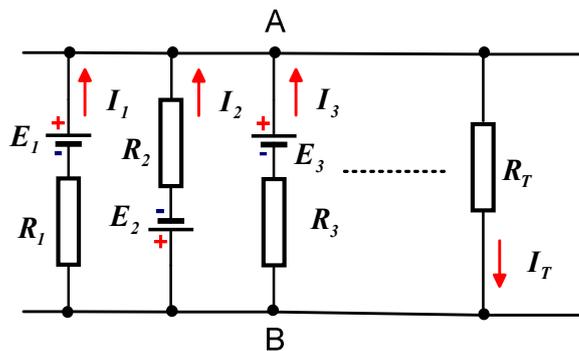
⑤ Pad napona na krajevima nekog otpornika otpora $R=2 \Omega$ iznosi $10 V$. Za koliko mora porasti struja kroz vodič ($\Delta I = I' - I$) da bi pad napona porastao za 40% ?

Rješenje:

$$\Delta I = I' - I = 1,4 \frac{U}{R} - \frac{U}{R} = 0,4 \frac{U}{R} = 0,4 \cdot 5 = 2 A$$

⑥ Millmannov teorem (izvod i primjer).

Rješenje:



Primjer kruga za primjenu Millmannova teorema

Napon na svakoj od paralelnih grana je općenito:

$$U_{AB} = E_i - I_i R_i.$$

Pojedinačne struje u granama su:

$$I_i = \frac{E_i - U_{AB}}{R_i} = (E_i - U_{AB}) \cdot G_i.$$

Primijenimo li $I. KZ$ na jedan od čvorova: $\sum I_i = 0$, dobije se:

$$\sum_{i=1}^{i=n} (E_i - U_{AB}) \cdot G_i = \sum_{i=1}^{i=n} E_i \cdot G_i - U_{AB} \sum_{i=1}^{i=n} G_i = 0.$$

Traženi napon U_{AB} prema Millmannovu teoremu je:

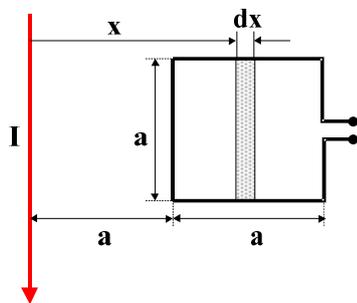
$$U_{AB} = \frac{\sum_{i=1}^{i=n} E_i \cdot G_i}{\sum_{i=1}^{i=n} G_i}.$$

Ako se krug sastoji od triju paralelnih grana s izvorima i grane s trošilom, dobije se:

$$U_{AB} = \frac{\frac{E_1}{R_1} - \frac{E_2}{R_2} + \frac{E_3}{R_3}}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_T}}.$$

Struje u prvim trima granama su:

$$I_1 = \frac{E_1 - U_{AB}}{R_1}; \quad I_2 = \frac{-E_2 - U_{AB}}{R_2}; \quad I_3 = \frac{E_3 - U_{AB}}{R_3}; \quad I_T = \frac{U_{AB}}{R_T}.$$



● Odredite relaciju za magnetski tok φ kroz petlju dimenzija prema slici.

Rješenje:

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi x}; \quad dS = a dx$$

$$d\varphi = B \cdot dS = \frac{\mu_0 I a}{2\pi} \frac{dx}{x}$$

$$\varphi = \frac{\mu_0 I a}{2\pi} \int_a^{2a} \frac{dx}{x} = \frac{\mu_0 I a}{2\pi} \ln 2$$

③ Faradayev zakon elektromagnetske indukcije (Lentzov zakon, napon transformacije).

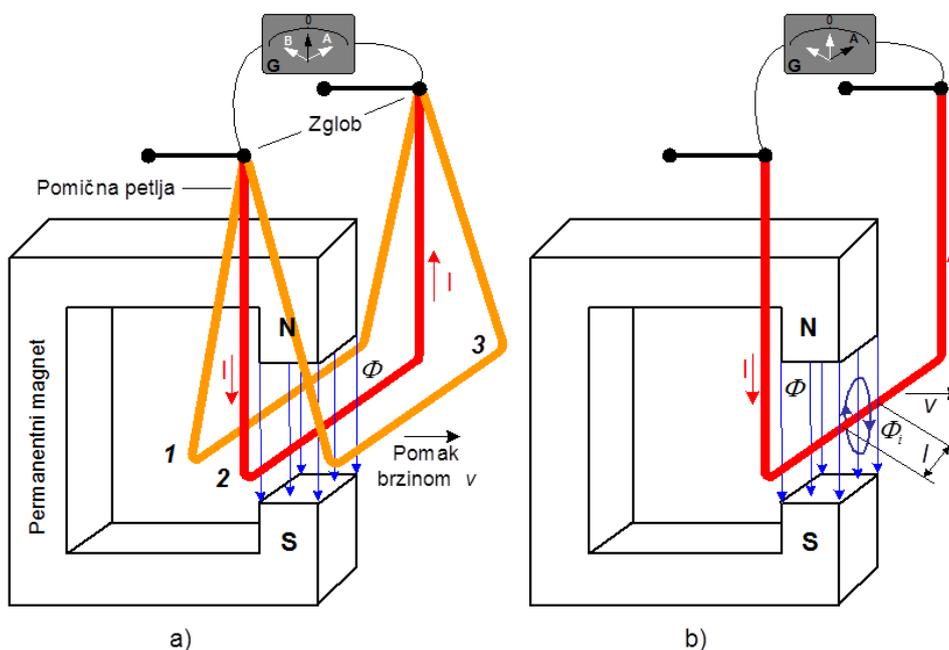
Rješenje:

Faradayev zakon elektromagnetske indukcije:

$$e_{ind} = -N \frac{d\Phi}{dt}$$

Inducirana elektromotorna sila (EMS) u bilo kojem zatvorenom krugu jednaka je brzini promjene obuhvaćenoga magnetskog toka.

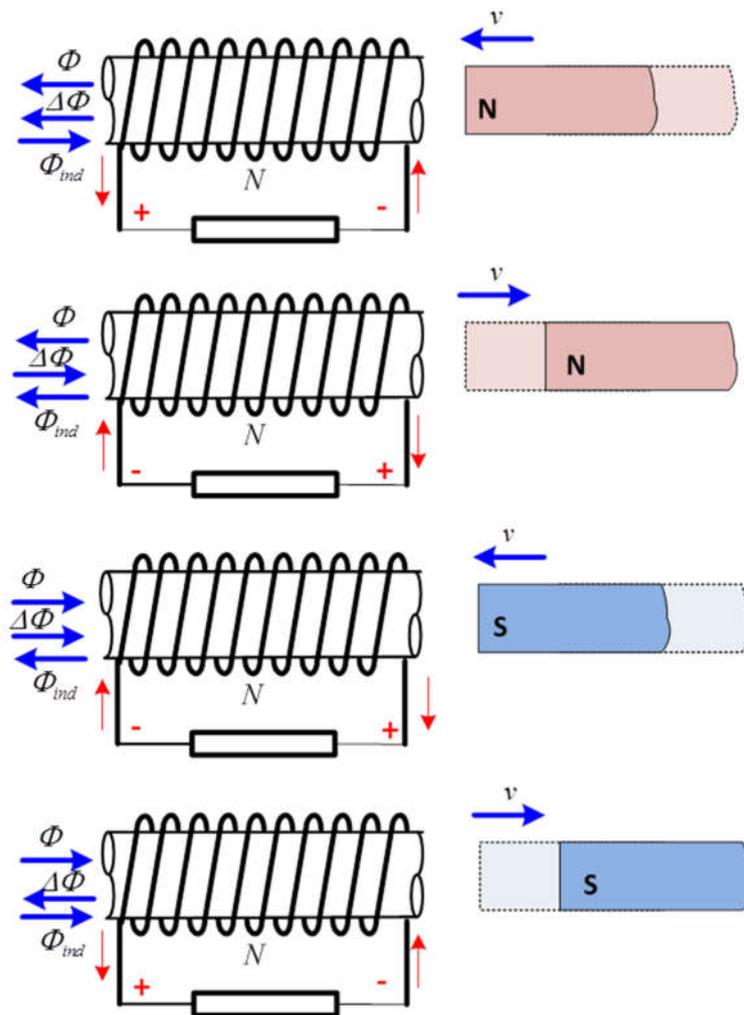
Ilustracija Faradayeva zakona:



Lentzov zakon

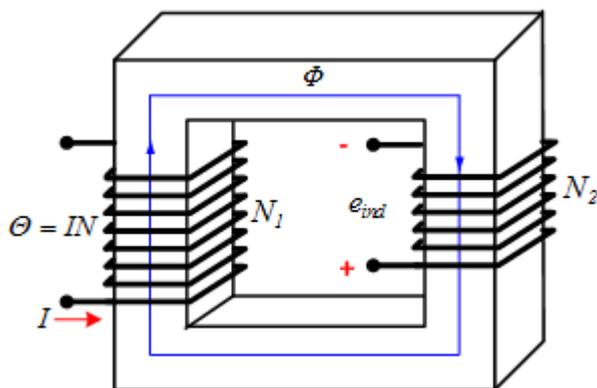
Negativan predznak u gornjoj jednadžbi pokazuje kako inducirani napon djeluje u smislu opiranja toku koji ga je proizveo. Ta je tvrdnja poznata kao **Lentzov zakon**, čime se naglašava činjenica kako je smjer protjecanja struje u krugu takav da se magnetsko polje stvoreno induciranom strujom opire izvornomu polju.

Ilustracija Lentzova zakona:

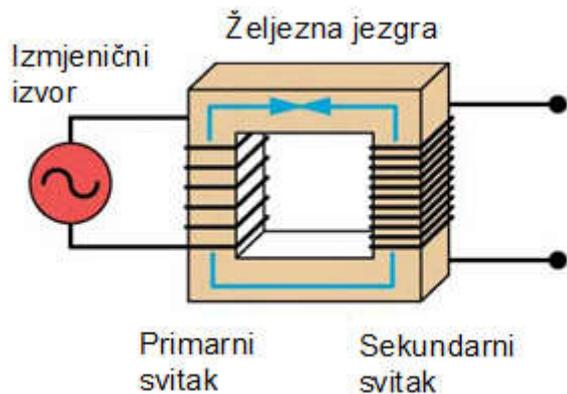


EMS induciran promjenama magnetskog polja u stacionarnom krugu – napon transformacije:

$$e_{ind} = -N \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = -N \cdot S \frac{\Delta B}{\Delta t}$$

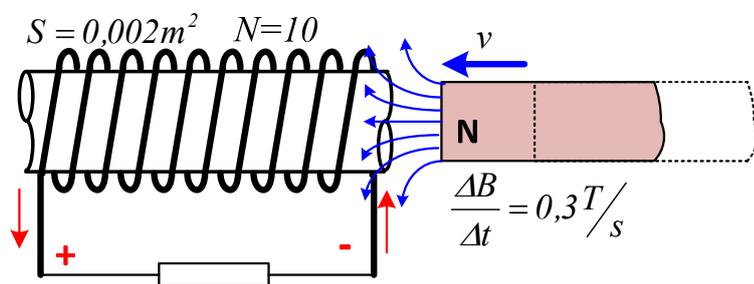


Inducirani napon transformacije – s visokog na niski napon



Inducirani napon transformacije – s niskog na visoki napon

Magnet se giba prema svitku



Primjer induciranog napona transformacije (promjena toka zbog gibanja magnetu)

$$e_{ind} = -10 \cdot 0,002m^2 \cdot 0,3T/s = -0,006V$$

⊙ Sile između vodiča protjecanih strujama istog ili suprotnog smjera, definicija jedinice 1 amper.

Rješenje:

Između dvaju paralelnih vodiča protjecanih strujama I_1 i I_2 ($I_1 > I_2$) djeluje elektrodinamička sila.

Ako su vodiči međusobno bliski, njihova se magnetska polja prožimaju. Neka su vodiči jednake duljine $l_1 = l_2 = l$, koja je znatno veća od njihove međusobne udaljenosti d .

Vodič 2 protjecan strujom I_2 nalazi se u magnetskome polju B_1 vodiča I_1 i obratno.

Vodič 2 protjecan strujom I_2 nalazi se u magnetskome polju B_1 vodiča I_1 . Elektrodinamička sila na drugi vodič je:

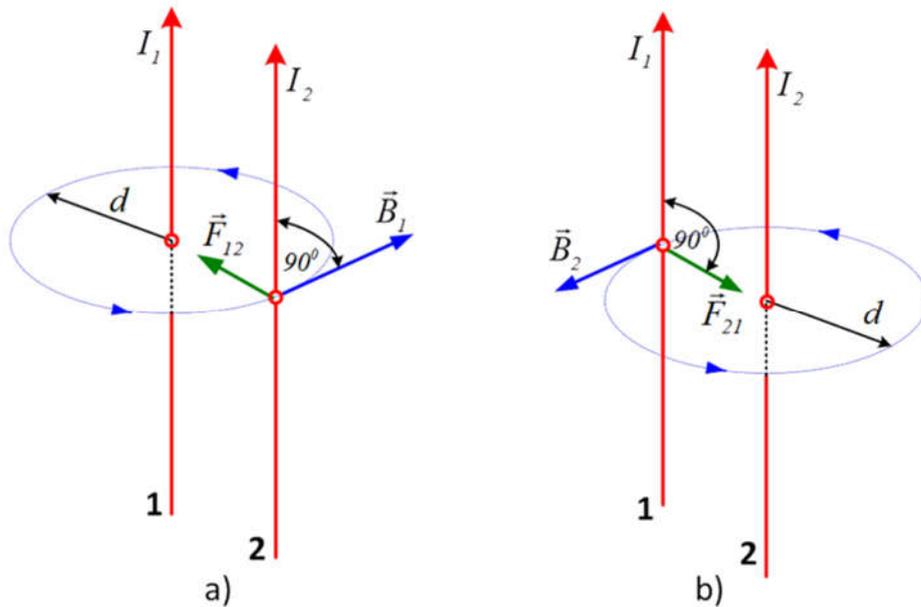
$$F_{12} = I_2 l B_1.$$

Magnetska indukcija koju stvara prvi vodič u drugom vodiču, udaljenom za d , jest:

$$B_1 = \mu_0 H_1 = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi d},$$

pa je sila:

$$F_{12} = \frac{\mu_0 I_1 I_2 l}{2\pi d}$$



Na isti način (Slika b)) dobije se sila kojom vodič 2 djeluje na vodič 1:

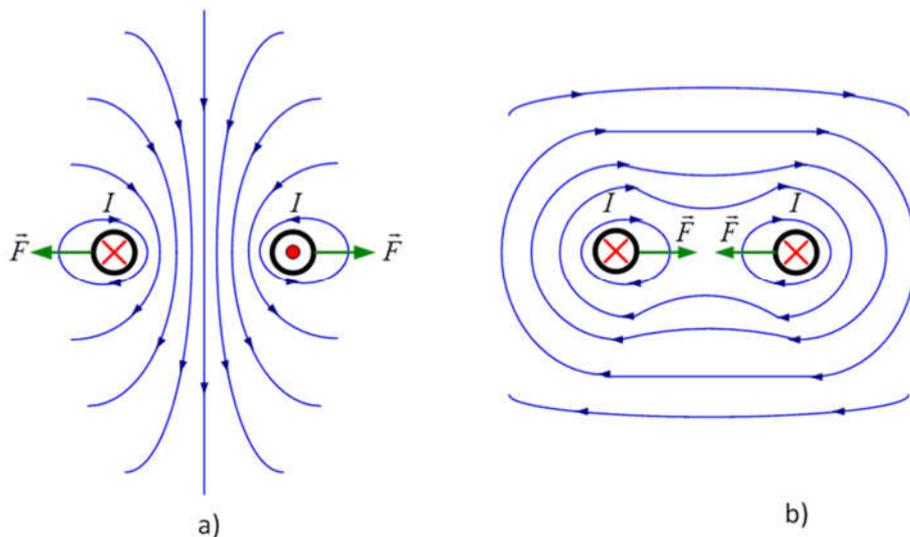
$$F_{21} = I_1 l B_2 \quad ; \quad B_2 = \frac{\mu_0 I_2}{2\pi d} \quad \Rightarrow \quad F_{21} = \frac{\mu_0 I_1 I_2 l}{2\pi d}$$

Sile \vec{F}_{12} i \vec{F}_{21} zadovoljavaju III. Newtonov zakon akcije i reakcije, tj. jednake su po iznosu i suprotnoga su smjera: $\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$. Obje sile u gornjem primjeru djeluju istovremeno i usmjerene su tako da teže približiti vodiče.

Općenito se smjer djelovanja sile utvrđuje pravilom lijeve ruke ili pravilom vektorskog produkta. Pri tomu se mogu analizirati dva slučaja:

- paralelni vodiči protjecani strujama istoga smjera međusobno se privlače
- paralelni vodiči protjecani strujama suprotnoga smjera međusobno se odbijaju.

Približna raspodjela silnica ukupnoga magnetskog polja za navedena dva slučaja:



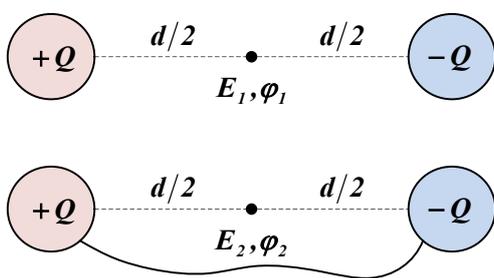
Za $I_1=I_2=I$ iznos sile po jedinici duljine je:

$$\frac{F}{l} = \frac{\mu_0 I^2}{2\pi d}.$$

Primjenom te jednadžbe definira se u SI sustavu jedinica za jakost električne struje 1 A kao četvrta jedinica MKSA sustava. Naime, ako je $l=1\text{ m}$, $I_1=I_2=1\text{ A}$, $d=1\text{ m}$, dobije se $F=2\cdot 10^{-7}\text{ N}$. Dakle:

1 amper je jakost konstantne struje koja protjecanjem kroz dva paralelna ravna beskonačno duga vodiča zanemarivo malog kružnog presjeka, smještena u vakuumu na međusobnoj udaljenosti od 1 m , izaziva silu između vodiča od $2\cdot 10^{-7}\text{ N}$ po svakom metru duljine vodiča.

Primjer drugi



❶ Naboji jednakih iznosa Q , ali suprotnih predznaka, raspoređeni su na dvije vodljive kugle. Kugle se zatim međusobno spoje tankom vodljivom žicom. Koliki su jakost električnog polja i potencijal na sredini spojnice središta kugla prije (E_1, φ_1) i nakon (E_2, φ_2) spajanja žicom?

Rješenje:

Prije spajanja žicom:

$$\varphi\left(r = \frac{d}{2}\right) = \frac{Q}{4\pi\epsilon \frac{d}{2}} - \frac{Q}{4\pi\epsilon \frac{d}{2}} = 0 \quad E_{uk} = \frac{2Q}{4\pi\epsilon \left(\frac{d}{2}\right)^2} = \frac{2Q}{\pi\epsilon d^2}$$

Nakon spajanja žicom:

$$Q=0 ; \varphi'=0 ; E'=0$$

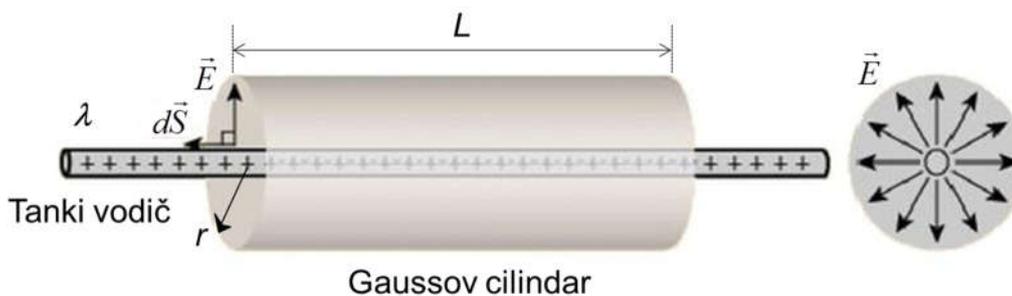
❷ Temeljem Gaussova zakona izvedite izraze za jakost električnog polja oko dugoga ravnog vodiča nabijenoga nabojem pravčaste gustoće λ .

Rješenje:

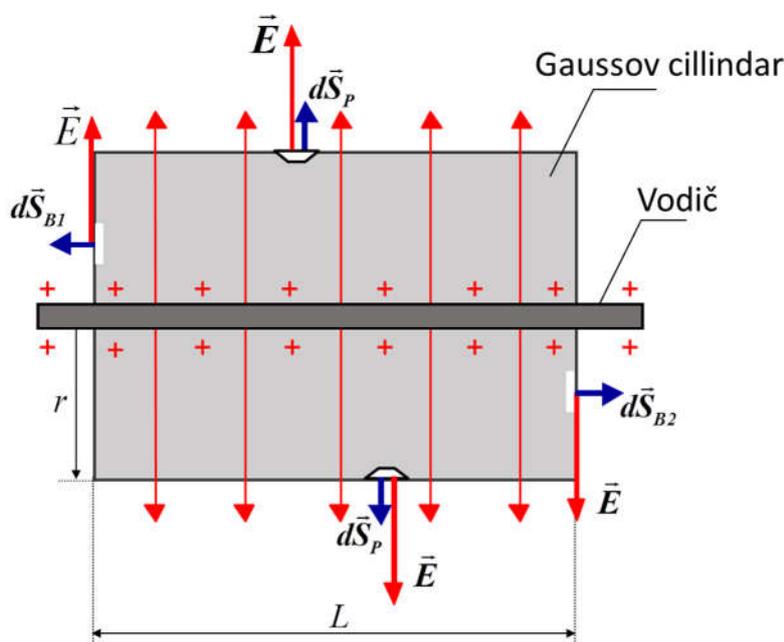
Vodič je nabijen konstantnom linijskom gustoćom naboja:

$$\lambda = \frac{Q}{L}$$

Polje je aksijalno simetrično u odnosu na os vodiča – silnice su radijalne zrake s ishodištem u osi nabijenog vodiča:



Uvažavajući simetriju, Gaussova ploha je valjkasta ploha, odnosno koncentrični cilindar koji u potpunosti obuhvaća vodič. Duljina plohe je L , a polumjer r . Os cilindra i nabijenog pravčastog vodiča poklapaju se, a baze su cilindra okomite na vodič:



Gaussov zakon:

$$\oint_{S_G} \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{Q_{uk}}{\epsilon_0} = \frac{1}{\epsilon_0} \int \lambda dl$$

Ukupni se tok kroz zatvorenu plohu može razložiti na tokove kroz baze (B_1 , B_2) i plašt (P) valjkaste plohe:

$$\oint_{S_G} \vec{E} \cdot d\vec{S} = \int_{B_1} \vec{E} \cdot d\vec{S}_{B_1} + \int_{B_2} \vec{E} \cdot d\vec{S}_{B_2} + \int_P \vec{E} \cdot d\vec{S}_P.$$

Vektori elemenata površine obiju baza, $d\vec{S}_{B_1}$ i $d\vec{S}_{B_2}$, okomiti su na vektor polja \vec{E} . Silnice polja tangiraju baze, pa u njih tok ne ulazi niti iz njih izlazi. Doprinos toka kroz obje baze jednak je nuli:

$$\int_P \vec{E} \cdot d\vec{S}_P = \frac{1}{\epsilon_0} \int \lambda dl.$$

Polje \vec{E} i element površine plašta $d\vec{S}_p$ kolinearni su u svakoj točki plašta ($\cos\alpha=1$). Uz to je polje plašta konstantnog iznosa, pa se može izvući ispred integrala. Kako je i gustoća λ konstantna, vrijedi:

$$E \int_P dS_p = \frac{\lambda}{\varepsilon_0} \int dl$$

$$E \cdot 2r\pi L = \frac{\lambda}{\varepsilon_0} L.$$

Polje vrlo dugoga ravnog nabijenog vodiča je:

$$E = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r}$$

ili izraženo preko ukupnog naboja Q :

$$E = \frac{Q}{2\pi\varepsilon_0 Lr}.$$

Polje je razmjerno recipročnoj vrijednosti udaljenosti od vodiča. Smjer polja je radijalno usmjeren u odnosu na vodič i to od vodiča za $+\lambda$, odnosno prema vodiču za $-\lambda$.

❸ Dvoslojni pločasti kondenzator s dielektricima ε_1 i ε_2 ima graničnu površinu S paralelnu s pločama kondenzatora i smještena na polovici udaljenosti $d/2$ između ploča. Izrazite ukupnu kapacitivnost C kondenzatora temeljem gore zadanih parametara.

Rješenje:

$$C_1 = \varepsilon_0 \varepsilon_{r1} \frac{2S}{d} \quad C_2 = \varepsilon_0 \varepsilon_{r2} \frac{2S}{d}$$

$$C = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} \rightarrow C = \frac{2S \varepsilon_0 \varepsilon_{r1} \varepsilon_{r2}}{d(\varepsilon_{r1} + \varepsilon_{r2})}$$

❹ Koji uvjet mora biti ispunjen da bi trošilo u istosmjernom krugu uzimalo maksimalnu snagu? Dokažite tvrdnju.

Rješenje:

Korisna snaga je snaga na otporu trošila:

$$P_k = P_t = I^2 R_t = \left(\frac{E}{R_u + R_t} \right)^2 R_t = \frac{E^2 R_t}{(R_u + R_t)^2}.$$

Uvjet maksimalne snage može se odrediti primjenom matematičkog pravila za određivanje maksimalne vrijednosti funkcije. Derivacija funkcije $P_T = f(R_T)$ mora se izjednačiti s nulom:

$$\frac{\partial P_t}{\partial R_t} = 0.$$

Primjenom pravila za deriviranje kvocijenta dobije se:

$$\frac{E^2(R_u + R_t)^2 - 2E^2R_t(R_u + R_t)}{(R_u + R_t)^4} = 0.$$

Nakon kraćenja i sređivanja gornje relacije ostaje:

$$R_u + R_t - 2R_t = 0,$$

pa je konačni uvjet za prilagođenje snage:

$$R_t = R_u.$$

Zaključak: Korisna snaga koja se predaje trošilu postiže maksimum kada je otpor trošila jednak unutarnjem otporu izvora.

Tada je:

$$I = \frac{E}{2R_u} = \frac{E}{2R_t} = \frac{I_{KS}}{2}, \quad U_{12} = \frac{E}{2} = \frac{U_{PH}}{2},$$

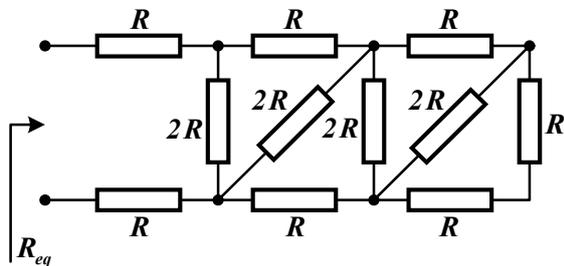
a maksimalna snaga iznosi:

$$P_{t_{max}} = \frac{E^2}{4R_t}.$$

Korisnost kruga u modu prilagođenog opterećenja je:

$$\eta = \frac{R_t}{R_u + R_t} = 0,5,$$

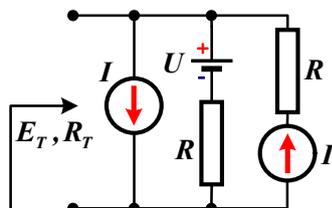
odnosno u %-tcima samo 50 %, jer se polovica snage gubi na unutarnjem otporu izvora.



5 Odredite ekvivalentni otpor R_{eq} zadane mreže otpornika.

Rješenje:

$$\{[(R+R)||2R+R]||2R\} + \{[(R+R)||2R+R]||2R\} + \{[(R+R)||2R+R]||2R\} = R+R+R=3R$$



6 Odredite elemente nadomjesnog Theveninova izvora E_T i R_T .

Rješenje:

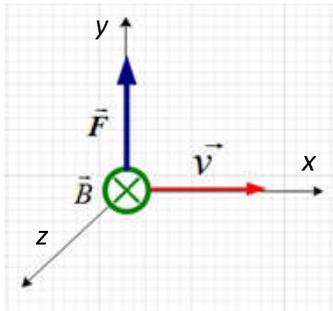
$$R_T = R$$

Metoda superpozicije za određivanje E_T :

$$E_T = -IR + U + IR = U$$

7 U smjeru $+x$ osi pravokutnoga koordinatnog sustava giba se brzinom v pozitivno nabijena čestica ($+Q$). Sila nastala djelovanjem magnetskog polja otklanja česticu u smjeru osi y . U kojoj osi i u kojem smjeru djeluje magnetsko polje? Primjer ilustrirajte odgovarajućom slikom.

Rješenje:

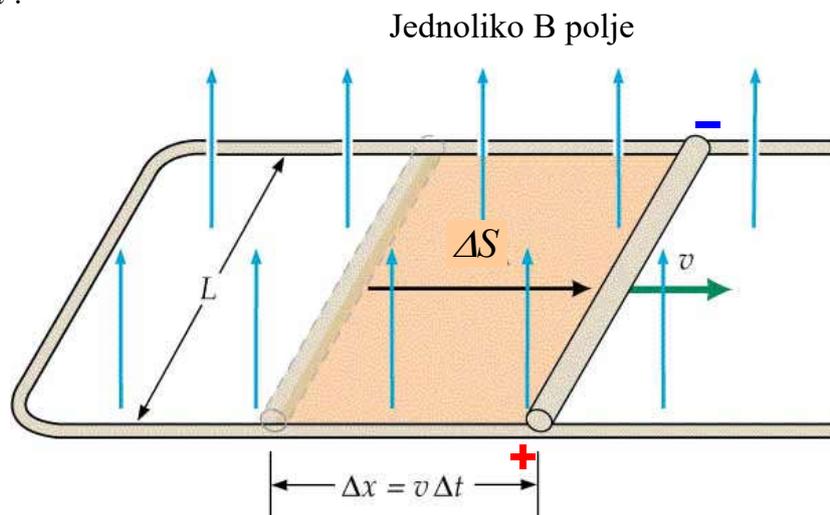


Magnetsko polje djeluje u smjeru $-z$ osi.

8 Zakon elektromagnetske indukcije – inducirani napon za slučajeve translacije vodiča u magnetskom polju (izvod, grafički prikaz).

Rješenje:

Primjer je vodič duljine L koji klizi brzinom v po paralelnim stranicama vodljivoga okvira u homogenome polju indukcije B . Vodič gibanjem u intervalu Δt prebrisuje površinu $\Delta S = L\Delta x = Lv\Delta t$.

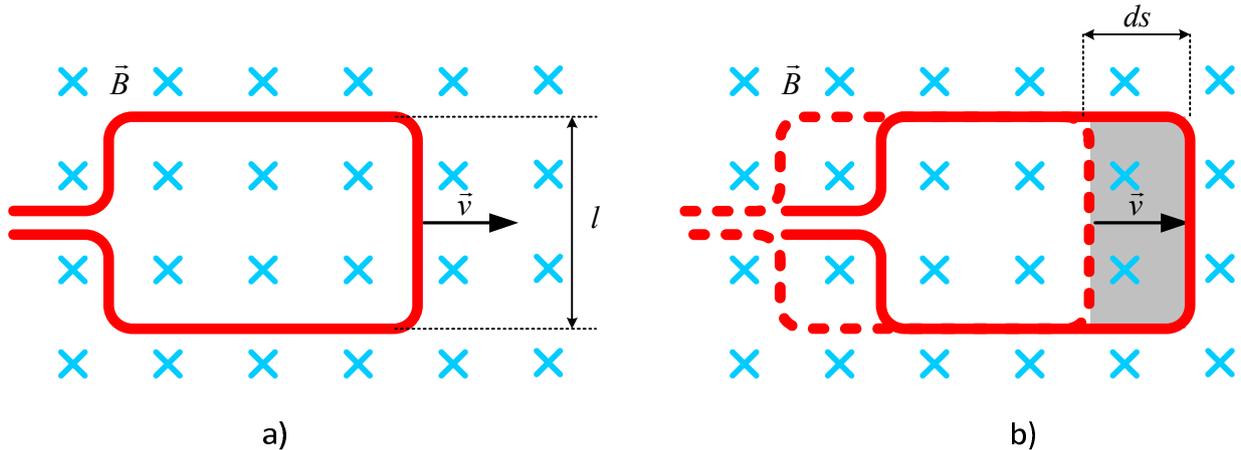


Zbog „presijecanja“ magnetskih silnica u vodiču se inducira EMS.

Inducirani napon često se naziva i *napon pomicanja*. Proporcionalan je brzini kojom svitak ulazi u polje. Ova se brzina može izraziti i kao mjera promjene površine svitka u polju. Inducirani je napon:

$$e_{ind} = -N \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = -N \cdot B \frac{\Delta S}{\Delta t}$$

Detaljniji prikaz:



U intervalu dt petlja gibajući se brzinom v prijeđe put $ds = vdt$, pa je prema zakonu indukcije:

$$e_{ind} = -N \frac{d\Phi}{dt} = -N \cdot B \frac{dS}{dt} = -N \cdot B \frac{lds}{dt} = -N \cdot B \cdot l \cdot v$$

za petlju s jednim zavojem ($N=1$) iznos inducirane elektromotorne sile (EMS):

$$|e_{ind}| = B \cdot l \cdot v.$$

Gornja jednačba vrijedi ako se petlja kreće pod pravim kutom u odnosu na silnice polja (postoji samo normalna komponenta brzine). U općem slučaju brzina se može rastaviti na uzdužnu i normalnu komponentu. Pod djelovanjem uzdužne komponente vodič klizi uzduž silnica, ne sijajući ih. EMS se inducira samo zbog normalne komponente brzine:

$$v_n = v \sin \alpha,$$

gdje je α kut između vektora brzine i silnica polja. Opća jednačba za induciranu elektromotornu silu (EMS) stvorenu pomicanjem vodiča aktivne duljine l brzinom v u polju indukcije B jest:

$$e_{ind} = \vec{l} \cdot (\vec{v} \times \vec{B}) = Blv \sin \alpha.$$

Smjer inducirano napona određuje se Flemingovim pravilom desne ruke:

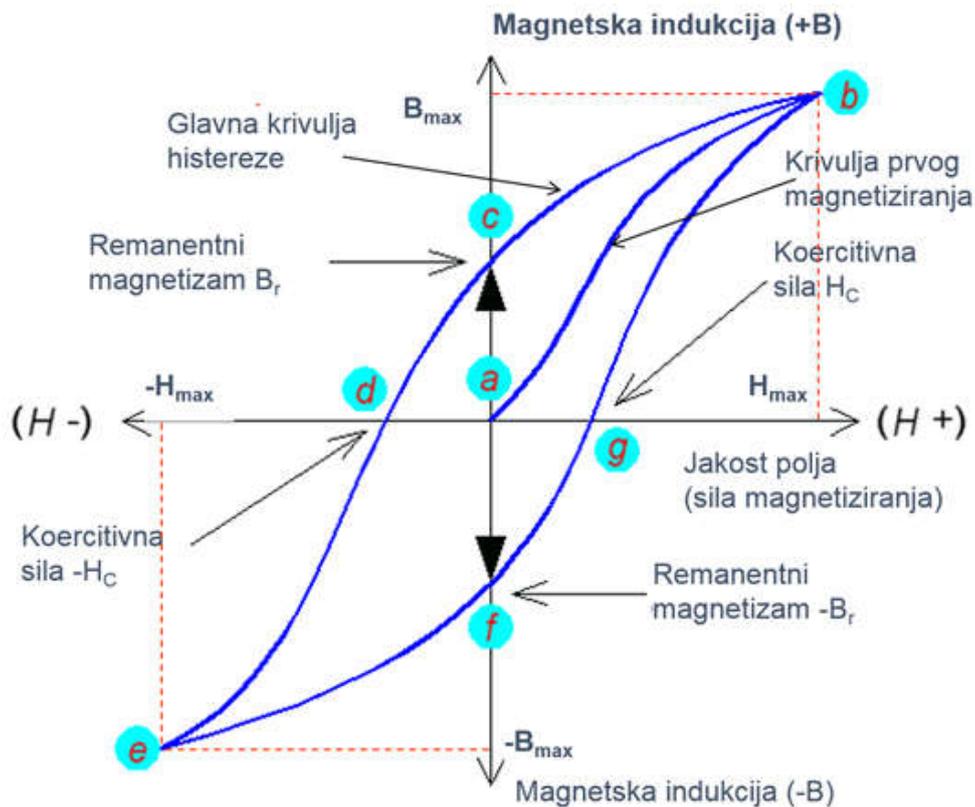
Ako se desna ruka postavi tako da silnice polja ulaze u dlan, a ispruženi palac pokazuje smjer gibanja vodiča, tada ispruženi prsti određuju smjer inducirane elektromotorne sile (EMS).

☉ Nacrtajte i opišite krivulju magnetiziranja feromagnetskog materijala.

Rješenje:

Magnetska indukcija i magnetski moment ne ovise samo o trenutačnoj vrijednosti jakosti polja H , nego i o polju čijem je djelovanju materijal bio ranije podvrgnut, tzv. povijesti magnetiziranja. Iako uvijek vrijedi $B = \mu_0 \mu_r H$, odnos B i H ovisi o prethodnom magnetiziranju. Ta se pojava, svojstvena samo feromagneticima, naziva *magnetska histereza*.

Tipična B - H krivulja:



Zbog povećanja struje kroz svitak polje H počinje rasti od nule, a time i indukcija B . Porast se postupno usporava i za dovoljno velike $H=H_{max}$ krivulja postiže maksimalnu vrijednost B_{max} . To je pojava *zasićenja* (saturacije), koja je posljedica sređivanja elementarnih magnetskih momenata atoma (molekula) u smjeru polja. Dalje povećanje polja nema smisla jer ne pridonosi povećanju magnetizacije. Krivulja $a-b$ zove se *krivulja prvog magnetiziranja*. Ako se nakon ulaska u područje zasićenja H smanjuje, indukcija B ne slijedi inicijalnu krivulju, nego se smanjuje sporije, tj. zaostaje (krivulja $b-c$). Ta se pojava opisuje grčkom riječi *hystereo*, koja ima smisao kašnjenja. Za $H=0$ indukcija B ne iščezava, već zadržava vrijednost B_r , koja se naziva *remanentnom indukcijom* (lat. *remanare* = zaostati). O jakosti polja H_{max} ovisi kolika će biti zaostala magnetizacija. Svojstva permanentnih magneta koji zadržavaju magnetska svojstva temelje se upravo na remanentnoj indukciji. Fizikalno gledano to tumačimo činjenicom da se magnetski momenti ne vraćaju u početni kaotični raspored, već dio njih ostaje usmjeren.

Promjenom smjera struje u svitku mijenja se i smjer jakosti polja H . Da se indukcija dovede na nulu (krivulja $c-d$), potrebna je neka jakost polja $-H_c$, koja se naziva *koercitivnom silom*. Materijali s malom koercitivnom silom su meki magnetski materijali. Vrijednost H_c također ovisi o H_{max} . Povećavamo li dalje uzбудnu struju, jezgra se magnetizira u suprotnome smjeru. Vrijednost H raste u suprotnom smjeru (krivulja $d-e$) do $-H_m$. Indukcija dostiže maksimalnu vrijednost $-B_{max}$ (zasićenje u suprotnom smjeru), koja je po apsolutnoj vrijednosti jednaka $+B_{max}$.

Istim postupkom, smanjivanjem jakosti polja do nule (krivulja $e-f$) dobije se remanentna indukcija $-B_r$, a promjenom smjera struje (krivulja $f-g$) poništava se remanentni magnetizam pri $H=H_c$. Daljim povećanjem uzbudne struje (krivulja $g-b$) dolazi se ponovno u stanje zasićenja (H_{max}, B_{max}). Time je opisana zatvorena simetrična krivulja koja se zove *petlja histereze*.

Očit je nelinearan odnos B i H . U bilo kojoj točki krivulje μ je određen omjerom B/H . Permeabilnost se očitava iz krivulje prvog magnetiziranja.

Literatura

1. Alexander, C. K., Sadiku, M. N. O.: **Fundamentals of electric circuits**, McGraw-Hill, 2004.
2. Bobrow, L. S.: **Fundamentals of Electrical Engineering**, Oxford University Press, 2nd Edition, 1996.
3. Bobrow, L. S.: **Instructor's Manual for Fundamentals of Electrical Engineering**, Oxford University Press, 1996.
4. DeCarlo, R. A., Pen-Min Lin: **Linear Circuit Analysis: Time Domain, Phasor, and Laplace Transform Approaches**, Oxford University Press, 2001.
5. Giancoli, D. C.: **Physics for Scientists & engineers with Modern Physics**, International edition, 3rd Edition, Prentice Hall International, 2000.
6. Gibilisco, S., Monk, S.: **Teach Yourself Electricity and Electronics**, Sixth Edition, McGraw-Hill, 2016.
7. Grant, I. S., Phillips, W. R.: **Electromagnetism**, 2nd Edition, John Wiley & Sons, 1990.
8. Hambley, A. R.: **Electrical Engineering: Principles & Applications**, 7th Edition, Pearson Education, 2015.
9. Hammond, P.: **Electromagnetism for Engineers, An Introductory Course**, Fourth Edition, Oxford University Press, 1999.
10. Hayt, W., Buck, J.: **Engineering Electromagnetics**, 8th Edition, McGraw-Hill, 2012.
11. Irwin, J. D., Nelms, R. M.: **Basic Engineering Circuit Analysis**, 11th Edition, International student version, John Wiley & Sons, 2008.
12. Jordan, D., Smith, P.: **Mathematical Techniques - An Introduction for the Engineering, Physical, and Mathematical Sciences**, Oxford University Press, New York, 2008.
13. Kraus, A. D.: **Allan's Circuits Problems**, Oxford University Press, 2001.
14. Nahvi, M., Edminister, J. A.: **Theory and Problems of Electric Circuits**, Fourth Edition, Schaum's Outline Series, McGraw-Hill, 2003.
15. O'Malley, J.: **Schaum's Outline of Theory and Problems of Basic Circuit Analysis**, Second Edition, McGraw-Hill, 1992.
16. Rizzoni, G., Kearns, J.: **Principles and Applications of Electrical Engineering**, 6th Edition, McGraw-Hill, 2016.
17. Rosenberg, P.: **Audel Questions and Answers for Electrician's Examinations**, 15th Edition, John Wiley & Sons, 2011.
18. Sadiku, M., Sogliocca, J., Soriyan, O.: **Solutions Manual Accompanying "Elements of Electromagnetics"**, 3rd edition, Oxford University Press, 2001.
19. Sarma, M. S.: **Solutions manual for introduction to electrical engineering**, Oxford University Press, 2000.
20. Schmitt, R.: **Electromagnetics Explained**, Newnes - Elsevier, 2002.
21. Schwarz, S. E., Oldham, W. G.: **Electrical Engineering: An Introduction**, 2nd Edition, Oxford University Press, 1993.

22. Svoboda, J. A., Dorf, R. C.: **Introduction to Electric Circuits**, 9th Edition, John Wiley & Sons, 2014.
23. Šehović, E. i drugi: **Osnove elektrotehnike, zbirka primjera**, Školska knjiga, Zagreb, 1989.
24. Thomas, R. E., Rosa, A. J., Toussaint, G. J.: **The Analysis and Design of Linear Circuits**, 7th Edition, John Wiley & Sons, 2012.
25. Tuck, D., Tuck, G.: **Electrician's Instant Answers**, McGraw-Hill, 2003.