

PREDRAG KRČUM

ELEKTRIČNA MJERENJA



**SVEUČILIŠTE U SPLITU
SVEUČILIŠNI ODJEL ZA STRUČNE STUDIJE**

Split, listopad 2012.

Autor:

Dipl.ing. Predrag Krčum –viši predavač

Recenzenti:

Dr.sci. Ljubomir Malešević - profesor visoke škole

Mr.sci. Tonko Kovačević–viši predavač

Lektor:

Ivana Kuić - prof.

Izdavač: Sveučilište u Splitu, Sveučilišni odjel za stručne studije
Split, Livanjska 5/III.

Odobreno odlukom povjerenstva za izdavačku djelatnost.

PREDGOVOR

Osnovna zamisao u pisanju ove skripte bila je stjecanje znanja iz poznavanja i primjene električnih mjerjenja. Pokušao sam na jasan i prikladno ilustriran način, uzimajući u obzir čitateljevo predznanje iz matematike, fizike i posebno osnova elektrotehnike, što jednostavnije objasniti gradivo tako da sam ga podijelio po cjelinama koje omogućavaju bolju preglednost cijelog gradiva. Pojednostavio sam opise klasičnih instrumenata i opisao rad novih suvremenih instrumenata koje koristimo u laboratorijskim mjerenjima. Zato držim da ovu skriptu i skriptu iz laboratorijskih vježbi studenti imaju mogućnost stjecanja kompletног znanja, kako teoretskog tako i praktičnog, što će omogućiti samostalnost u pojedinačnom ili timskom radu.

Skriptom je obuhvaćeno gradivo iz električnih mjerjenja koje slušaju studenti SVEUČILIŠNOG ODJELA ZA STRUČNE STUDIJE SVEUČILIŠTA U SPLITU, na Odjelu za elektrotehniku. Zajedno sa skriptom za laboratorijske vježbe obuhvaća ukupni nastavni program iz predmeta „Električna mjerjenja“. Neke teme se slušaju u nastavi drugih predmeta, ali ih je potrebno spomenuti radi cjelovitog pristupa gradivu.

Važnost poznavanja električnih mjerjenja (inače i svih drugih mjerjenja) istaknuta je kroz pristup izboru nastavnog materijala. Moderni laboratorij, korištenje suvremenih tehnologija i mjernih metoda, uz uvažavanje svih normi i novih nacionalnih standarda, omogućavaju postizanje svih zadanih ciljeva.

Nadam se da će prezentacija cjelina po izabranim poglavlјima biti zanimljiva i od velike pomoći studentima u savladavanju gradiva.

Autor

SADRŽAJ

PREDGOVOR	iii
SADRŽAJ	v
1. UVOD	1
2. POVIJESNI RAZVOJ MJERNIH JEDINICA.....	4
2.1. Metarski sustav mjernih jedinica	6
2.2. Međunarodni sustav mjernih jedinica SI sustav	7
2.2.1 Jedinice međunarodnog sustava	8
2.2.2 Definicije osnovnih jedinica SI	8
2.2.3 Tvorba izvedenih mjernih jedinica	9
2.2.4 Tvorba decimalnih jedinica	9
3. VIM I OSNOVNI TERMINI U METROLOGIJI.....	12
4. POGREŠKE PRI MJERENJU	14
4.1. Mjerna nesigurnost.....	21
4.1.1 Gaussova ili normalna razdioba	21
4.1.2 Pogreške (ne) izravno mjerene veličina	24
4.1.3 Grafovi	29
5. ELEKTRIČNI MJERNI INSTRUMENTI	36
5.1. Općenito o električnim mernim instrumentima	36
5.2. Statičke karakteristike mernih instrumenata.....	39
5.3. Vrste mernih instrumenata	47
5.4. Proširivanje mernog opsega instrumenta.....	52
5.5. Vibracijski instrumenti	58
5.5.1. Frekventmetri s jezićima	58
5.5.2. Vibracijski galvanometri.....	58
5.5.3. Registracijski instrumenti	59
5.5.4. Oscilografi	59
5.6. X-Y elektronički zapisni instrumenti	62
6. OSCILOSKOP	63
6.1. Princip rada osciloskopa	63
6.2. Izvedbe i primjena osciloskopa	70
7. DIGITALNI MJERNI UREĐAJI	77
7.1. Elektronički brojači	77
7.2. Mjerenje vremena	81
7.3. Mjerenje frekvencije (digitalni frekventmetar)	82
7.4. Pretvaranje analognih veličina u digitalne	84
7.5. Pretvaranje istosmjernog napona u vrijeme	85
7.6. Pretvaranje napona u frekvenciju	87
7.7. Stepenasti pretvarači	87
8. MJERENJE NAPONA I STRUJA	90
8.1. Priklučak voltmetra i ampermetra	90
8.2. Kompenzacijске mjerne metode	90

8.2.1.	Princip rada	90
8.2.2.	Laboratorijski kompenzator.....	91
8.2.3.	Kompenzatori za izmjeničnu struju	92
8.3	Mjerenje izmjeničnih napona i struja	92
8.3.1.	Neizravno mjerenje napona u trofaznom sustavu	93
8.3.2.	Neizravno mjerenje struje u trofaznom sustavu	94
9.	MJERNI TRANSFORMATORI	96
9.1.	Naponski mjerni transformatori	97
9.1.1.	Način rada	97
9.1.2.	Način priključivanja naponskog mjernog transf.	98
9.2.	Strujni mjerni transformator	100
9.2.1.	Način rada	101
9.2.2.	Izvedbe strujnih mjernih transformatora	105
10.	MJERENJE SNAGE	107
10.1.	Posredno mjerenje snage u istosmjernom krugu	110
10.1.1.	Naponski spoj	110
10.1.2.	Strujni spoj	111
10.2.	Izravno mjerenje snage u istosmjernom krugu	111
10.2.1.	Naponski spoj	111
10.2.2.	Strujni spoj	112
10.3.	Mjerenje djelatne snage u izmjeničnom jednofaznom krugu..	112
10.4.	Mjerenje snage trofaznog sustava pomoću 3 vatmetra.....	113
10.5.	Mjerenje djelatne snage pomoću 2 vatmetra (Aronov spoj) ...	114
10.6.	Mjerenje jalove snage u jednofaznom sustavu	117
10.7.	Mjerenje jalove snage u trofaznom sustavu	117
11.	MJERENJE ELEKTRIČNE ENERGIJE	121
11.1.	Istosmjerna brojila	121
11.2.	Izmjenična brojila	122
11.3.	Elektronička brojila	126
11.4.	Ispitivanje jednofaznog brojila djelatne snage	127
12.	MJERENJE OTPORA	130
12.1.	Mjerenje malih otpornosti U-I metodom	130
12.2.	Mjerenje velikih otpornosti metodom gubitaka naboja	131
12.3.	Metode uspoređivanja djelatnog otpora	133
12.4.	Izravno mjerenje djelatnog otpora (ommeter)	134
12.5.	Mosne metode mjerenja djelatnog otpora	135
12.6.	Mjerenje specifičnog otpora metala	139
12.7.	Mjerenje otpora izolacije	139
12.8.	Mjerenje specifičnog otpora tla	142
12.9.	Mjerenje otpora uzemljenja	143
12.10	Mosne metode mjerenja otpora uzemljenja	144
13.	ODREĐIVANJE MJESTA GREŠKE NA KABELU	147
13.1.	Određivanje mjesta dozemnog spoja	150
13.2.	Određivanje mjesta kratkog spoja	152
13.3.	Prekid vodiča	152
13.4.	Metode za određivanje svih triju kvarova na kabelima	153
14.	MJERENJE INDUKTIVITETA	155
14.1.	Mosne metode mjerenja induktiviteta.....	157
14.2.	Mjerenje međuinduktiviteta	160
15.	MJERENJE KAPACITETA	164
15.1.	Mjerenje kapaciteta mjeranjem napona i struje.....	164

15.2.	Mosne metode mjerena kapaciteta	165
16.	MAGNETSKA MJERENJA.....	171
16.1.	Mjerenja svojstava magnetskih materijala	174
16.2.	Izmjenično magnetiziranje magnetskog materijala	178
17.	ELEKTRIČNO MJERENJE NEELEKTRIČNIH VELIČINA.....	182
17.1.	Električni mjerni sustav	182
17.2.	Elektromehanička analogija	183
17.3.	Mjerni pretvornici neelektričnih veličina	188
17.3.1.	Mjerenje pomaka	189
17.3.2.	Mjerenje zakreta	195
17.3.3.	Mjerenje sile	197
17.3.4.	Mjerenje razine tekućina	198
17.3.5.	Mjerenje temperature	199
17.3.6.	Mjerenje brzine vrtanje	202
17.3.7.	Mjerenje protoka fluida	203
17.3.8.	Ostali pretvornici	204
	LITERATURA	205

1. UVOD

U različitim granama znanosti i tehnike treba mjerjenje istih fizikalnih veličina provoditi jedinstvenim postupcima mjerjenja i kontrole.

Metrologija je znanost o mjerjenju (*metron* - mjerjenje, *logos* - znanost). Znanost o mjerjenju u principu obuhvaća:

- principe i metode mjerjenja;
- sredstva za izvođenje mjerjenja i kontrole;

Potrebni su uvjeti kojima se osigurava jedinstvo mjera i mjerjenja, točnost izrade proizvoda i stabilnost i točnost proizvodnih procesa. Osnovni zadaci metrologije mogu se podijeliti na;

- razvoj generalne teorije mjerjenja;
- utvrđivanje jedinica fizikalnih veličina i njihovih sustava;
- razvoj pouzdanih etalona mjernih jedinica metoda i postupaka njihovog čuvanja i reproduciranja;
- razrada metoda, postupaka, tehnika i sredstava izvođenja mjerjenja i kontrole fizikalnih veličina;
- razrada metoda ocjene pogreške mjerjenja, stanja i točnosti sredstava mjerjenja i kontrole;
- razvoj ekspertnih sustava osiguranja potrebne točnosti mjerjenja i kontrole i upravljanja proizvodnim procesima;
- razvoj metoda postizanja jedinstva mjera i mjerjenja i realizacija aktivnosti usmjerenih ka povećanju točnosti, pouzdanosti i proizvodnosti mjerjenja i kontrole.

Informacije o proizvodu ili procesu dobivaju se mjerenjem tijekom faza izrade proizvoda ili odvijanja procesa. To se može ostvariti različitim metodama i primjenom različitih mjernih sredstava i uređaja.

Podjela metrologije

Metrologija se može dijeliti prema različitim kriterijima. U procesu proizvodnje teži se većoj točnosti, preciznosti i pouzdanosti proizvoda (strojeva, alata i uređaja). Jednostavno, želi se postići veća kvaliteta proizvoda i usluga. Zbog toga se razvijaju tehnike i tehnologije mjerjenja i kontrole proizvoda i metoda postupaka metrološkog osiguranja proizvodnje.

Prema oblastima kojima se bavi metrologija se dijeli na:

- metrologiju duljina, površina i kutova
- metrologiju mase, sile i tlaka
- metrologiju fizikalno - kemijskih veličina
- metrologiju električnih veličina.

Metrologija se može promatrati i kao:

- znanstvena
- industrijska
- zakonska (legalna).

Znanstvena metrologija nema internacionalnu definiciju. ali označava najvišinivo točnosti u okviru danog područja. Fundamentalna metrologija može se označiti i kao znanstvena, s dodatkom zakonske i industrijske koje imaju znanstvene kompetencije. Znanstvena metrologija ima zadatak da ostvariodržavanje etalona čiji rang odgovara stvarnim potrebama i mogućnostima jedne zemlje, regije ili područja djelatnosti, da ostvari validaciju etalona.

Sve sete aktivnosti odvijaju u okviru raznih institucija i učešćem uprocesima akreditacije, održavanja sljedivosti etalona prema međunarodnim standardima i ostvarivanjem međunarodne suradnje.

Fundamentalna ili znanstvena metrologija dijeli se na jedanaest područja:

- masa
- elektricitet
- duljina
- vrijeme i frekvencija
- temperatura
- ionizirajuće zračenje i radioaktivnost
- fotometrija i radiometrija
- protok
- akustika
- količina supstance
- interdisciplinarna metrologija.

Osnove su zakonske metrologije:

1. utvrđivanje mjernih jedinica
2. razvoj postupaka čuvanja etalona i reproduciranja mjernih jedinica
3. razrada metoda mjerjenja
4. postavljanje metoda za provjeru mjernih sredstava
5. druge aktivnosti za očuvanje jedinstva mjera i mjerjenja u nacionalnim međunarodnim razmjerima.

U okviru zakonske metrologije donose se u zakonodavnom postupku usvajanja propisi. Propisi za mjerila trebaju jamčiti točne rezultate mjerjenja u:

- radnim uvjetima
- tijekom cijelog perioda upotrebe mjerila
- unutar zadanih dopuštenih pogrešaka.

U različitim područjima mjerjenja koristi se i različita merna tehnika. Merna

tehnika je dio metrologije.

Mjerna tehnika se može podijeliti na sljedeća osnovna područja:

1. precizna mjerna tehnika (mjerjenje mjerila, kontrola etalona)
2. laboratorijska mjerna tehnika (razvoj mjerila i mjernih metoda)
3. industrijska mjerena (proizvodnja, trgovina, promet itd.).

Međunarodni biro za zakonsku metrologiju je izvršni organ organizacije, tj. centar u koji se šalju dokumenti o zakonskoj metrologiji i određuju međunarodne preporuke:

- ocjena pogreške mjerjenja
- metode mjerjenja
- metode provjere mjernih sredstava
- unifikacija metroloških izraza, oznaka i definicija
- realizacija drugih zadataka na unapređenju suradnje u oblasti zakonske metrologije.

Postoji niz metroloških organizacija koje pomažu da se uspostavimjeriteljsko jedinstvo u cijelom svijetu i da bi se sigurno i brzo razmjenjivalerobe i usluge. U postupku je i osnivanje drugih organizacija koje nastaju snaraslim potrebama privrede i znanosti u cijelom svijetu.

Pored metroloških postoje i nemetrološke organizacije koje se bavemjerenjem, npr: ISO-međunarodne organizacije za standardizaciju

IEC - međunarodna elektrotehnička

Međunarodna unija za čistu i primijenjenu kemiju i mnoge druge.

2. POVIJESNI RAZVOJ MJERENJA I MJERNIH JEDINICA

Svi koji su bili zaduženi za umjeravanja ikontroliranje mjernih sredstava,ako su zaboravili da izvrše svojazaduženja, kažnjavani su smrtnom kaznom. Mjerila koja su kontrolirana umjeravanjem bilasu mjerila zaduljinu, a to se radilo svakoga punog mjeseca. Takva je kazna prijetilagraditeljima na kraljevskome gradilištu odgovornim za gradnju faraonskihramova i piramida u Egiptu, 3000 godina p. n. e.

Tijekom cijele povijesti postojala je želja da ljudi, radi što boljeg međusobnograzumijevanja, razmjenjuju podatke o materijalnom svijetu. To su mogli raditi samo ako su te podatke izražavali na svima podjednako razumljivnačin. Bilo je potrebno tijekom tisuća godina razvijati sustav međusobnograzumijevanja uz navođenje konkretnih podataka mjerena.

U vrijeme koje se može držati početkom mjerena nije bilo mjeriteljskih instituta i mjeriteljstva kao znanstvene discipline. U svakodnevnom životujednoznačno prenošenje informacija o mjerenu, tj. mjernih podataka koristilo seda se opiše svijet i događanja oko nas. Od prapovijesnog doba, kada je prapovijesničovjek na osnovi broja kamenčića u ruciprenosio drugima informaciju o broju životinja koje treba loviti pa nadalje, informacija o mjerenu ima važnu ulogu. Na temelju starih sačuvanihapisanih spomenika nastalih u posljednjih deset tisuća godina, ljudi su sedogovarali oko mjerena.

U prvim državnim zajednicama zakonima su propisivali upotrebu određenihmjera, tj. tijela koja su bila personifikacija neke fizičke veličine, debljine,obima, težine i sl. Danas se takvi spomenici čuvaju u muzejima, a nekad subili u hramovima. Nepoštivanje propisa kažnjavalo se vrlo strogo. Često jeo ispravnosti mjera i postupaka mjerena ovisio i državni poredak,pouzdanost trgovinske razmjene, plaćanje poreza, raspodjela zemlje,uroda, ratnog plijena. S razvojem tehnike i tehnologije razvijalo se imjeriteljstvo. Prema razvoju mjeriteljstva u velikoj mjeri cijenio se stupanj kulture i civilizacije tog područja.

Kasnije u povijesti razvijeni su različiti načini da se nešto mjeri. Tijekom povijesti mjerile su seone veličine koje su bile potrebne pri razmjeni dobara i rada. Tosu duljina, površina, vrijeme, broj komada itd. Za jedinice svih veličinaodabiralo se ono što je bilo pri ruci. Tako se duljina mjerila: prstima,pedljima, laktovima, koracima, zapremina se mjerila šakom, korpom, itd. Težina se mjerila usporedbom s poznatim predmetima, plodovima,sjemenkama itd. Sve su to bile neke mjere koje su predstavljalepromatrano jedinicu, pa se često stare jedinice zovu i mjere.

Najstarije poznate civilizacije (Babilon, Sumer) imale su jako složene istrogim državnim zakonima propisane jedinice. Evropski mjeri sustav usrednjem vijeku, sve do usvajanja metarskog sustava, zasniva se nagrčkim i rimskim mjerim sustavima koji su za duljinu imali antropološkejedinice (prst, šaka, pedalj itd.). Za zapreminu su se

koristile šuplje mjere(predmeti) koje su istodobno ispunjene vodom služile kao osnova zarazneutege. Zato su se sve do danas mjerne jedinice zvale i "mjere i utezi", (*pounds and weight*).

Mjerne su se jedinice sve do prošlog stoljeća mijenjale od mesta do mesta, odvremena do vremena. S razvojem komuniciranja i trgovine te premještanjem stanovništva nastala je u svijetu u 17. i 18. st. prava zbrkamjernih jedinica. Svaka struka i svaka državica, ponekad i svaki grad, imali su svoje mjerne jedinice, koje su se mijenjale s promjenom kraljeva ikneževa.

Neke od tih jedinica bile su čisto antropološke, neke su uzimane izprirode, a poneke supotpuno slučajno odabirane. Kao primjer mogu se spomenuti dvije jedinice angloameričkog mjernog sustava. Jedinica *duljineyard* (jard) svojedobno je bila određena udaljenošću između nosa i palcaispružene lijeve ruke engleskog kralja Henryja I., *ainch* (inč) ukupna dužinatri zrna ječma koje je iz sredine ječmenog klasa izvadio kralj Edward II. Stara jedinica težine u farmaciji bila je *granulum* (zrno). U V. Britaniji sedonedavno upotrebljavala jedinica težine *stone* (kamen). Jedinica, mase dijamanata, bisera i dragulja, koja se i danas upotrebljava, *karat*, nastala jeusporedbom sa zrnom ploda rogača (karat je, posve neovisno o tome, inaziv za udio zlata u zlatnoj leguri).

Ista mjera, pa prema tome i ista jedinica, koja je služila za mjerenzapremine (tzv. šuplja mjera) napunjena nekim sadržajem, najčešće vodom, služila je i kao jedinica težine pri vaganju. Na primjer, antička šupljamjera *litra* ili *libra* bila je i uteg (lat. *pondus*), odakle su nastale razneeuropske *funte* (njem. *Pfund*, engl. *pound*). Tako se na engleskom funtazove *pound*, a označava se sa lb (prema *libra*). Budući da su služile i zamjerenje težine plemenitih metala, postale su i nazivi novca: *lira*, *pound sterling* (funta sterlinga). Mjera s ovih prostora nazvana *pinta*, poznatija pod turskim nazivom *oka*, bila je i jedinica zapremine i jedinica težine, a često je i nejasno na što se mislilo. Na primjer, oka rakije je sigurno jedinicazapremine, a oka olova težine, ali oka žita može značiti koliko žita stane uzapreminu od jedne oke, ili žito teško jednu oku (oku napunjenu vodom). Takve nejasnoće izazivale su mnoge poteškoće, a u trgovini suvjerljatno bile prilika za mnoga nadmudrivanja.

Za duljinu su upotrebljavane antropološke jedinice *vlas*, *palac*, *pedalj*, *lakat*, *korak*, *hvati* i sl. Za "količinu", točnije za zapreminu nasutu naodređeni način (trešnjom, razom vrhom, "dobre mjere", "slabe mjere") upotrebljavale su se antropološke ili prirodne jedinice: *vagoni*, *bokali*, *okeiti* itd. Posebno su zanimljive jedinice zapremine zemljista: *ral*, *jutro*, *dunum*, *lanac*, itd. Srednjovjekovni sustavi mjernih jedinica bili su u izravnoj ili posrednoj vezi s rimskim jedinicama, kao i u ostalim srednjoeuropskim zemljama, ali su one prilagođavane mjesnim prilikama i usklađivane s originalnim, domaćim.

Prvi kraljevski lakat bio je definiran kao duljina podlaktice od laka do vrhaispruženoga srednjeg prsta vladajućeg faraona uvećana za širinu njegovešake. Ta se izvorna mjera prenosila u crni granit i urezivala u njemu. To subili prvi etaloni. Radnici na gradilištima dobivali su primjerke u granitu ilidrvu, a graditelji su bili odgovorni za njihovo čuvanje. Od tada su ljudi, bezobzira na mjesto i vrijeme, pridavali veliku pozornost ispravnosti mjerenja.

2.1. Metarski sustav mjernih jedinica

Jedna od tekovina francuske revolucije bila je i zamisao o stvaranju jedinstvenog mjernog susrava, a *tous les temps, à tous les peuples* (za svavremena, za sve narode), neovisnog o strukama, krajevima, kraljevima ivremenima. Zadatak je bio povjeren francuskoj akademiji. Početni su zahtjevibili da osnovne jedinice budu izvedene iz prirodnih pramjera, da se iz njihna jednostavan način izvode druge jedinice, da za svaku veličinu postojisamo jedna jedinica, te da se od nje tvore veće i manje jedinice decimalnim putem.

Za jedinicu duljine odabrana je neka duljina svojstvena Zemlji; htjelo se da to bude 40-milijuniti dio duljine meridijana. Nazvali su je metar (grč. *Metron* - mjera). Jedinicom duljine određene su jedinica površine *kvadratni metar* i jedinica zapreme *kubni metar*.

Za jedinicu mase zapreme (tada se to još zvala težina) odabrana je određena zapremina određene materije pod određenim uvjetima. Bio je tokubni centimetar vode pri temperaturi od 4°C. Ta je jedinica nazvana *gram* (grč. *gram* - naziv antičke jedinice težine). Gram je za mnoge primjene premalena jedinica, pa se odmah počela primjenjivati njegova decimalna, tisuću puta veća jedinica nazvana kilogram (grč. *kilioi* - tisuća).

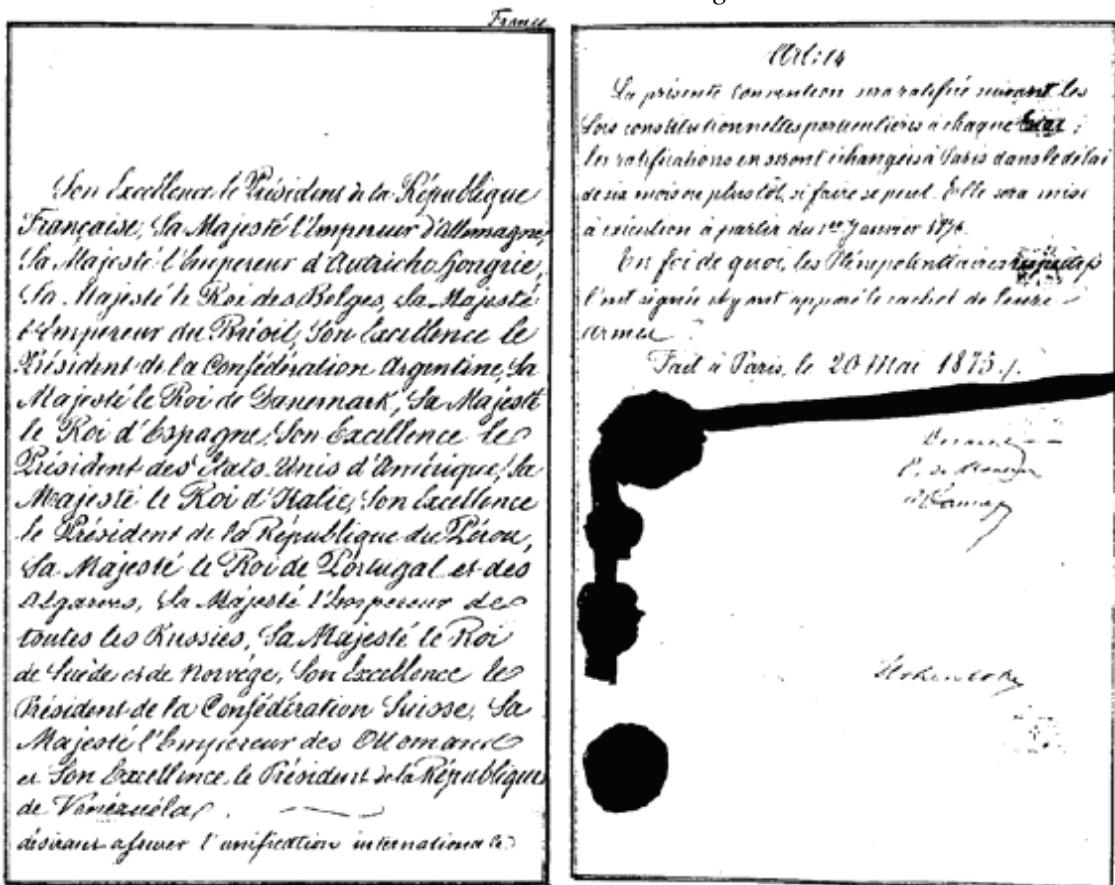
Godine 1799. načinjene su materijalne pramjere (etaloni, prototipovi) tih jedinica i pohranjene u Arhiv Francuske Republike, koje su po tomenazvane arhivski metar i arhivski kilogram.

Ubrzo se, unatoč rascjepkanosti i ratovima u Europi, uvidjela prednost tzv. francuskih mjernih jedinica. Znanstvenici, posebno geodeti, uvjeravali su da je potrebno složiti jedinstven mjerne sustav u Europi, i da je za to najprikladnije uzeti francuske jedinice. Na poticaj Francuske, 1870. godine sazvana je međunarodna konferencija da razmotri taj problem, a 1875. g. predstavnici osamnaest zemalja potpisali su tzv. *Konvenciju o metru*. U Konvenciji su najvažnije dvije činjenice: usvojena jedinica duljine - metar i mase – kilogram, te da je osnovan Međunarodni ured za mjerne i utege, (Bureau International des Poids et Mesures, BIPM), sa sjedištem u Sevresu kraj Pariza. Ured je 1899. godine izradio nove pramjere međunarodnog metra i

međunarodnog kilograma na osnovi francuskih arhivskih pramjera. Sada je 48 država potpisnica Dogovora o metru.



Slika 2.1. Etaloni metra i kilograma



Slika 2.2. Konvencija o metru

2.2. Međunarodni sustav mjernih jedinica - SI sustav

Postojeći je sustav jedinica prošao kroz fazerazvojadok nije dobio današnji oblik. To je bio CGS, MKS, Tehnički sustav, a danas je to SI sustav jedinica. Koristile su se različite jedinice za različite veličine. U nekim najstarijim sustavima koristile su se stare jedinice kao što su za duljinustopa i jard.

Svaka država, zakonom o mjernim jedinicama regulira upotrebu, oznake i područje primjene mjernih jedinica radi primjenjemjernog jedinstva.

2.2.1. Jedinice međunarodnog sustava

Tablica 2.1. osnovne jedinice SI

Veličina	Ime	Oznaka
duljina	metar	m
masa	kilogram	kg
vrijeme	sekunda	s
električna struja	amper	A
termodinamička temperatura	kelvin	K
jakost svjetlosti	kandela	cd
količina materije (supstance)	mol	mol

2.2.2. Definicije osnovnih jedinica SI

Duljina: Jedinica za duljinu je metar. Metar je duljina puta koju u vakuumuprijeđe svjetlost u vremenu od $1/2999\ 792\ 458$ sekunde.

Masa: Jedinica za masu je kilogram. Kilogram je masa međunarodnogetalona kilograma.

Vrijeme: Jedinica za vrijeme je sekunda. Sekunda je trajanje $9\ 192\ 631\ 770$ perioda zračenja koje odgovara prijelazu između dvije razine osnovnog stanja atoma cezija 133.

Jakost električna struje: Jedinica jakosti električne struje je amper. Amper je jakost stalne električne struje koja između dva paralelna vodiča, neograničeneduljine i zanemarivo malim kružnim presjekom, koji su u vakuumurazmaknuti jedan metar, stvaraizmeđu tih vodiča silu od 2×10^{-7} Njutnapo metru duljine.

Termodinamička temperatura: Jedinica termodinamičke temperature je kelvin. Kelvin je termodinamička temperatura koja je jednaka $1/273$ diotermodinamičke temperature trojne točke vode.

Jakost svjetlosti: Jedinica jakosti svjetlosti je kandela. Kandela je jakost svjetlosti u određenom smjeru izvora koji odašilje monokromatsko zračenjefrekvencije 540×10^{-14} herca i kojemu je energetska jakost u tom smjeru $1/683$ vata po steradianu.

Količina materije: Jedinica za količinu materije je mol. Mol je količinamaterije u sastavu koji sadrži toliko elementarnih jedinki koliko ima atoma u $0,012$ kilograma ugljika 12.

Napomena: Kad se upotrebljava mol, treba navesti elementarne jedinice(atomi, molekule, ioni, elektroni i druge čestice ili određene skupine tihčestica).

2.2.3. Tvorba izvedenih mjernih jedinica

1. Izvedene jedinice tvore se od drugih jedinica na temelju definicijskih jednadžbi.
2. Nazivi i oznake izvedenih jedinica tvore se od naziva, tj. oznaka jedinica od kojih su sastavljene uz upotrebu naziva ili oznaka pripadajućih algebarskih operacija.
3. Samo ograničen broj izvedenih jedinica SI imaju posebne nazine i oznake koji potiču od izvornog načina pisanja naziva.

2.2.4. Tvorba decimalnih jedinica

1. Decimalne jedinice su veće i manje jedinice od neke jedinice (s posebnim nazivom) nastale množenjem decimalnim višekratnikom ili nižekratnikom.
2. Decimalni višekratnici i nižekratnici su međunarodnim dogovorom propisani, a njihovi nazivi i oznake dani su u tablici 1.2.
3. Nazivi decimalnih jedinica tvore se stavljanjem predmeta ispred naziva jedinica.
4. Na isti se načintvori i oznaka decimalne jedinice stavljanjem oznake predmeta ispred oznake jedinice.
5. Pri tvorbi decimalne jedinice može se istodobno upotrijebiti samo po jedan predmet.
6. Naziv decimalne jedinice i njena oznaka čine cjelinu.
7. Matematičke operacije primjenjuju se na cijelu decimalnu jedinicupase tako kubni centimetar označava sa cm^3 , u značenju $(\text{cm})^3$ itd.
8. Decimalne jedinice tvore se:
 - a) od svih jedinica SI, izuzev Celzijeva stupnja i kilograma (da sene bi primijenila po dva predmeta, decimalne jedinice mase tvorese od jedinice gram, $g = 10^3$ kg);
 - b) od sljedećih iznimno dozvoljenih jedinica van SI: litra, tona, bar, elektrovolt i VAr.

Pisanje i tiskanje mjernih jedinica:

1. Nazivi mjernih jedinica i predmeta decimalnih jedinica pišu se prema pravopisnim pravilima hrvatskoga jezika.
2. Oznake mjernih jedinica i decimalnih predmeta pišu se uspravnim slovom latinske abecede, tj. dvama slovima grčkog alfabetu (μ i O).
3. Svaka se jedinica označava samo jednom oznakom, osim litre koja se označava sa l ili L.
4. Oznake sejedinica pišu bez točke na kraju, osim redovne interpunkcije.

5. Umniožak jedinica se označava točkom u sredini retka ili malim, tzv. čvrstim razmakom između oznaka jedinica (redak se na tom mjestu ne može prekidati).
6. Ako se jedinica tvori dijeljenjem drugih jedinica, za oznaku dijeljenja može se upotrijebiti kosa crta ili vodoravna crta, ili negativni eksponent. Na primjer:

$$\frac{m}{s^2}, \frac{m}{s^2}, m \cdot s^{-2}$$

Tablica 2.2. Nazivi predmeta, oznaka i brojčane vrijednosti

Naziv	Oznaka	Brojčana vrijednost	
jota	J	1 000 000 000 000 000 000 000 000	= 10^{24}
zeta	Z	1 000 000 000 000 000 000 000 000	= 10^{21}
eksa	E	1 000 000 000 000 000 000 000	= 10^{18}
peta	P	1 000 000 000 000 000	= 10^{15}
tera	T	1 000 000 000 000	= 10^{12}
giga	G	1 000 000 000	= 10^9
mega	M	1 000 000	= 10^6
kilo	k	1 000	= 10^3
hekto	h	100	= 10^2
deka	da	10	= 10^1
deci	d	0, 1	= 10^{-1}
centi	c	0, 01	= 10^{-2}
mili	m	0, 001	= 10^{-3}
mikro	μ	0, 000 001	= 10^{-6}
nano	n	0, 000 000 001	= 10^{-9}
piko	p	0, 000 000 000 001	= 10^{-12}
femto	f	0, 000 000 000 000 001	= 10^{-15}
ato	a	0, 000 000 000 000 000 001	= 10^{-18}
zepto	z	0, 000 000 000 000 000 000 001	= 10^{-21}
jokto	y	0, 000 000 000 000 000 000 000 001	= 10^{-24}

Tablica 2.3. : Pregled najčešće korištenih fizikalnih veličina

Fizikalna veličina		Oznaka jedinice	Fizikalna veličina		Oznaka jedinice
Naziv	Oznaka		Naziv	Oznaka	
Duljina	L	m	Termodinamička temperatura	T	K
Površina	A	m^2	Celsiusova temperatura	ϑ	$^{\circ}C$
Obujam	V	m^3	Električna struja	I	A
Kut	α	rad	Električni naboј	Q	C
Vrijeme	T	s	Električni napon	U	V
Brzina	V	m/s	Električno polje	E	V/m
Ubrzanje	A	m/s^2	Električni otpor	R	Ω
Frekvencija	F	Hz	Električna otpornost	ρ	Ωm
Masa	M	kg	Električna vodljivost	G	S
Sila	F	N	Magnetski tok	ϕ	Wb
Tlak	P	Pa	Magnetska indukcija	B	T
Energija	W	J	Magnetsko polje	H	A/m
Snaga	P	w	Induktivitet	L	H
Pravidna snaga	S	VA	Kapacitet	C	F
Jalova snaga	Q	Var			

3. VIM I OSNOVNI TERMINI U METROLOGIJI

Precizne definicije termina i pojmova koji se koriste u proizvodnimmjerenjima dane su u sljedećim dokumentima:

- VIM (International Vocabulary of Basic and General Terms in Metrology)
- ISO 35 34-1, Statistics – Vocabulary and symbols Part 1.
- Probability and general statistics terms
- ISO 5725, Accuracy (trueness and precision) of measurement methods and results
- ISO 8402, Quality management and quality assurance – Vocabulary
- ISO 10012, Quality assurance requirement for measuring equipment:Part 1.
- Metrological confirmation system for measuring equipment
- EN 45020, General terms and their definitions concerning standardization and related activities.

Postoji čitav niz termina u metrologiji točno definiranih u VIM-u u kome su dane definicije svih termina koji se koriste u međunarodnim relacijama. Toje potrebno kako bi se izbjegla zabuna prilikom mjerjenja i uspostavljanjapisane dokumentacije u međulaboratorijskim i uopće međunarodnimrelacijama.

Termini koji se koriste u metrologiji su:

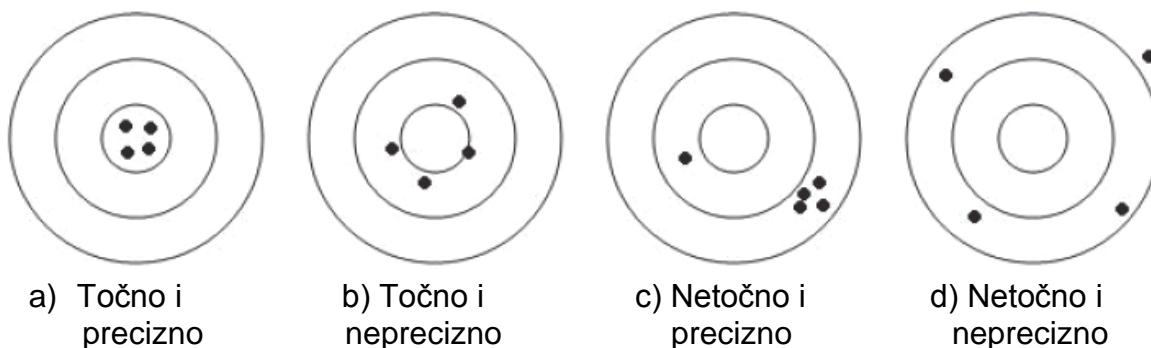
Točnost (accuracy) (ISO 5725)

Bliskost rezultata ispitivanja i usvojene referentne vrijednosti.

Ovdje treba razlikovati preciznost (*precision*) i istinitost (*trueness*).

Preciznost (ISO 5725) je bliskost između rezultata neovisnih ispitivanjaobivenih pod određenim uvjetima.

Razlika između točnosti i preciznosti može se pokazati na primjerustreljačkih meta, (slika 3.1.).



Slika 3.1. Točnost i preciznost

Istinitost (*trueness*) (ISO 5725) je bliskost između srednje vrijednostidobivene za veliku seriju rezultata ispitivanja i usvojene referentne vrijednosti.

Mjera istinitosti se izražava u vidu greške (*bias*). Greška (*bias*) je razlika između očekivanih rezultata ispitivanja i usvojene referentne vrijednosti.

Laboratorijska greška je razlika između očekivanih rezultata ispitivanja zaodređeni laboratorij i usvojene referentne vrijednosti.

Ispitivanje (*testing*) je tehničko istraživanje kako bi se utvrdilo odgovara li proizvod specificiranim karakteristikama.

Mjerenje je skup radnji koje se obavljaju na objektu da se odredite vrijednosti veličine koja se mjeri.

Kalibracija je skup radnji koje se obavljaju kako bi se pod određenim uvjetima uspostavila veza između veličina koje se očitavaju na indikatoru instrumenta i odgovarajuće vrijednosti etalona. Rezultat kalibracije može se dati u vidu dokumenta npr. certifikata kalibracije. Rezultat se može izraziti kao korekcija izvršena u odnosu na pokazivanje instrumenta.

Kalibracija neznači da instrument radi u skladu s njegovom specifikacijom. Osnovni koncept osiguranja kvalitete je kalibracija mjernih instrumenata. Kalibrirati jerni instrument znači odrediti odstupanje, tj. kolika je greška očitanja na instrumentu u odnosu na etalon s kojim se uspoređuje. Kalibracija obično ne znači poboljšanje. Ona samo daje informaciju o grešci opreme u odnosu na prihvaćenu referentnu vrijednost koju mjeri instrument (sredstvo) treba imati.

Posljedica kalibracije je odluka koju donosi korisnik mjerne opreme kojom odlučuje je li oprema dovoljno dobra da se mogu izvoditi sigurnamjerenja.

Sustav kvalitete zahtijeva da se kalibracija mjernih sredstava obavlja u odnosu na etalone čija je točnost veća od točnosti opreme koja se kalibrira.

Postupak kalibracije izvodi se po određenoj proceduri i uz korištenje izabranih metoda.

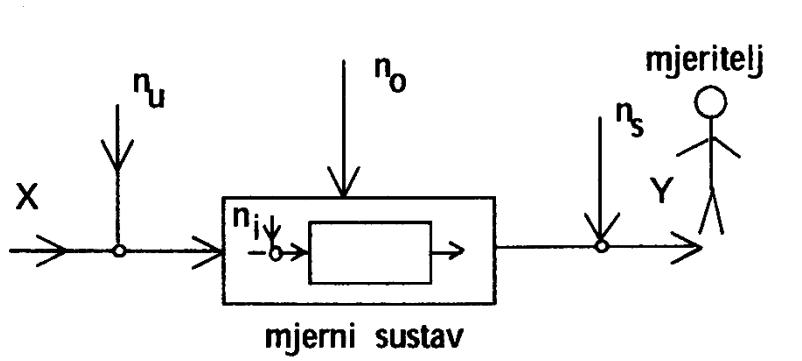
Kalibracijom, ukoliko se obavlja u odnosu na odgovarajući etalon, ostvaruje se sljedivost mernog sredstva u odnosu na taj etalon. Kalibracija predstavlja osnovno sredstvo u osiguranju sljedivosti mjerjenja. Kalibracijom se određuju metrološke karakteristike mernog uređaja.

4. POGREŠKE PRI MJERENJU

Svako mjerjenje je rezultat procesa s više ili manje izraženim slučajnim djelovanjem koje rezultira pogreškama pri mjerenu. Pogreške se javljaju tijekom svakog mjerjenja, dakako i u najpreciznijim mjerjenjima koja služe kao standardi.

Na slici 4.1. dan je sustavni prikaz izvora pogrešaka koje nastaju pri mjerenu. Mjerena veličina i mjerni signal prikazani su kao varijable X i Y , a s varijablama n označeni su kao:

- 1) $n_u(t)$ - slučajan poremećaj ulazne veličine (pogreška uzorkovanja)
- 2) $n_0(t)$ - slučajan utjecaj okoline na mjerni sustav
- 3) $n_i(t)$ - slučajan poremećaj koji nastaje u samom mjernom sustavu
- 4) $n_s(t)$ - slučajan poremećaj mjernog signala i djelovanja mjeritelja na proces mjerjenja.



Sl. 4.1. Sustavni prikaz izvora pogrešaka pri mjerenu

- 1) Mjerene veličine često nisu konstante već se mijenjaju na nepredvidljiv, odnosno slučajan način tijekom vremena uzorkovanja ili im se mijenja vrijednost u prostoru. Na primjer, često je teško postići potpunu reproducibilnost uzorka, ili se mijenja neko drugo svojstvo koje interferira na nepredvidljiv način s mjerrenom veličinom.
- 2) Svaki mjerni sustav je otvoren prema okolini tako da okolina stalno mijenja stanje mjernog sustava. Najčešće se radi o utjecaju električne indukcije u okolini instrumenta, temperature okoline, vlažnosti, tlaka, vibracija, ali i ostali utjecaji mogu biti važni.

3) Stanje svih elemenata mjernog uređaja također je u većoj ili manjoj mjeri stohastički proces. To naročito vrijedi za poluvodičke komponente (čipove) čiji temperaturni šum u najvećoj mjeri ograničava točnost cijelog mjernog sklopa.

4) Kada mjeritelj očitava vrijednost mjernog signala, na primjer čitanjem kuta otklone kazaljke instrumenta sa zakretnim svitkom, ili tijekom pripreme uzimanja uzorka, dolazi do pogreške čiji je uzrok sam mjeritelj.

Točnost mjerjenja ovisi o točnosti očitanja vrijednosti na skali mjernog instrumenta i o točnosti kojom kazaljka pokazuje mjeru veličinu. Maksimalno moguće odstupanje pokazivanja instrumenta uslijed netočnosti izražava se u jedinicama mjerne veličine ili u postotcima, u odnosu na punopseg mjerjenja, te predstavlja točnost dotičnog instrumenta.

Mjerne se pogreške klasificiraju prema svom stohastičkom, odnosno determinističkom karakteru. Pogreške dijelimo na:

Tablica 4.1.

vrste pogrešaka		karakter pogrešaka
•1)	grube pogreške	Determinističke, velikog iznosa
•2)	sistematske	Determinističke, najčešće malog iznosa
•3)	slučajne	Stohastičke, najčešće malog iznosa

1) **Grube pogreške** nastaju rijetko i rezultati takovih mjerjenja se znatno razlikuju po svom iznosu od pravih vrijednosti, na primjer za red veličine. Tipičan primjer grube pogreške je očitavanje položaja otklona instrumenta na krivoj mjernej skali. Grube pogreške uočavaju se lagano i izbacuju se iz skupa mernih rezultata. One se ne ponavljaju i nemaju slučajan karakter. Besmisleno bi bilo primijeniti statističku obradu podataka ako su u podacima grube pogreške.

2) **Sistematske pogreške** se uvijek na isti način javljaju tijekom ponavljanja pokusa. To znači da sistematska pogreška uvijek ima isti iznos i predznak, ponavlja se na isti način. Takove pogreške nastaju zbog sistematske pogreške u pripremi ili uzimanju uzorka, zatim zbog moguće sistematske pogreške mjernog instrumenta, ili su rezultat sistematske pogreške u metodi mjerjenja. Na primjer, uzorak može biti nereprezentativan jer se uzima stalno sa istog mesta iz većeg volumena gdje ne postoji potpuno miješanje. Često se događa da instrument ima sistematsku pogrešku koja je možda nastala starenjem komponenata ili zbog dužeg izlaganja uređaja uvjetima koji nisu propisani. Tako dolazi do trajnog pomaka u vrijednosti izlaznog signala, na primjer pomaknuta nula instrumenta. I mjeritelj može nepravilnim postupkom prouzročiti sistematske pogreške. Tipični primjeri su čitanje otklona

kazaljke instrumenta pod nagibom tako da dolazi do paralakse ili zanemarivanje prijelaznih otpora i napona u električnim mjerjenjima. Sustavnim pogreškama treba posvetiti posebnu pažnju jer se mogu teško upčiti, a moraju se ukloniti. Budući da nemaju slučajan karakter, njihova statistička obrada također nema smisla.

3) ***Slučajne pogreške*** imaju stohastički karakter, nastaju kao rezultat velikog broja slučajnih procesa u interakciji između okoline i mjernog sustava i slučajnih procesa u mjernom sustavu. Kod ponavljanja pokusa slučajne pogreške imaju promjenljiv predznak i iznos. Zbog toga što nastaju superpozicijom većeg broja slučajnih procesa, njihov stohastički karakter je najčešće određen normalnom ili Gaussovom raspodjelom gustoće vjerojatnosti.

Slučajne pogreške su prisutne u svim mjerjenjima, tako i u najpreciznijim mjerjenjima koji su propisani kao standardni mjerni postupci. Unapređenjem mjernih metoda i instrumenata postiže se sve manji utjecaj pogrešaka, no one su uvijek teoretski i praktično prisutne.

Zahvaljujući stohastičkom karakteru slučajnih pogrešaka mogu se upotrijebiti efikasne statističke metode za procjenu pravih vrijednosti mjereneh veličina. Primjenom statističkih metoda može se u velikoj mjeri smanjiti utjecaj pogrešaka, teoretski pogreške u procjenama postaju beskonačno malene kada broj pokusa postaje beskonačno veliki.

Statistička obrada mjereneh rezultata je obavezan postupak u svakom znanstvenom istraživanju koje se osniva na eksperimentu.

U dalnjem izlaganju pretpostavlja se da su u mjernom sustavu i postupku eliminirane grube i sistematske pogreške, a prisutne su isključivo mjerne slučajne pogreške. Ponavljanjem pokusa mjerena jedne veličine x , dobiva se niz podataka koji se obično zapisuje u obliku retka ili stupca. Pojedinačni rezultat mjerena označavamo sa x_i gdje indeksi označava redni broj mjerena i poprima vrijednosti od 1 do n . To pišemo na sljedeći način:

u obliku tablice 4.2.

Tablica4.2.

I	1	2	3	n-1	n
x_i	x_1	x_2	x_3	x_{n-1}	x_n

ili u « matematičkom » obliku kao vektor podataka:

$$\vec{x} = (x_1, x_2, \dots, x_n)^T.$$

Svaki rezultat u tablici, odnosno svaka komponenta vektora je vrijednost slučajne varijable koja je određena svojom funkcijom raspodjele gustoće vjerojatnosti. Za većinu mjernih procesa je gustoća vjerojatnosti Gaussova ili normalna raspodjela

koja je definirana sa dva parametra: matematičkim očekivanjem $E(x)$ i standardnom devijacijom $\sigma(x)$:

$$\rho(x) = N(x; E(x), \sigma(x))$$

Prava vrijednost mjerene veličine je matematičko očekivanje, $E(x)$ slučajne varijable x . Matematičko očekivanje i standardna devijacija definirani su na sljedeći način:

$$E(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} x \cdot \rho(x) dx \quad \sigma^2(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} (x - E(x))^2 \cdot \rho(x) dx$$

Sva odstupanja vezana uz nesavršenost opreme, mjernog postupka, mjernog objekta te pogreške onog koji mjeri, nazivamo **apsolutnim pogreškama** i različito ih definiramo kao pogreške pokaznih mjerila ili pogreške mjera.

Za pokazna mjerila:

$$\text{Apsolutna pogreška} = \text{izmjerena vrijednost} - \text{prava vrijednost}.$$

Za mjere:

$$\text{Apsolutna pogreška} = \text{naznačena vrijednost} - \text{prava vrijednost}.$$

Prava vrijednost mjerene veličine je jednoznačna vrijednost koja toj veličini pripada točno definiranim uvjetima. Treba naglasiti da se prava vrijednost ne može čak ni teoretski utvrditi. Stoga se pri izračunavanju pogrešaka koristi **konvencionalna prava vrijednost**. Konvencionalna prava vrijednost mjerene veličine je izmjerena ili na drugi način određena (npr. Izračunata) vrijednost, tako da se pod određenim uvjetima može zanemariti razlika između te vrijednosti i prave vrijednosti.

Pokazno mjerilo (instrument) je mjerni uređaj karakteriziran mjernom skalom i značkom (materijalna kazaljka, svjetlosni znak itd.) ili brojčanim pokazivačem (digitalni instrument). Položaj značke i skale ili broj na pokazivaču razmjeran je vrijednosti mjerene veličine.

Mjera predstavlja onu mjernu opremu koja utjelovljuje određene vrijednosti neke veličine. To su na primjer utezi, etaloni otpora, etaloni napona itd.

Za određivanje točnosti mjerjenja i točnosti mjernih instrumenata i mjera, prikladnija je **relativna pogreška** koja je za pokazna mjerila definirana kao:

$$\text{relativna pogreška} = \frac{\text{izmjerena vrijednost} - \text{prava vrijednost}}{\text{prava vrijednost}}$$

a za mjere:

$$\text{relativna pogreška} = \frac{\text{naznačena vrijednost} - \text{prava vrijednost}}{\text{prava vrijednost}}$$

Postotna pogreška (najbolje karakterizira mjerne instrumente) stostruka jevrijednost kvocijenta apsolutne pogreške i vrijednosti koja je uzeta kao osnova za određivanje postotne pogreške.

Kod pojedinih tipova mjernih instrumenata, postotna pogreška izražava se:

- u postotcima maksimalne vrijednosti mjernog opsega, za sve instrumente, osim onih koji su navedeni u sljedeće tri točke;
- u postotcima prave vrijednosti za mjerila frekvencije s jezičcima (za svaki jezičak posebno);
- u postotcima dužine skale za kvocijentna mjerila;
- u postotcima dužine skale ili postotcima prave vrijednosti (označeno na skali), za om metre i instrumente s logaritamskom ili hiperboličkom skalom.

Prema važećim standardima instrumente dijelimo u sedam razreda točnosti što je vidljivo iz tablice 4.3.

Tablica4.3.

p (%)	± 0.1	± 0.2	± 0.5	± 1.0	± 1.5	± 2.0	± 2.5	± 5.0
Razred točnosti	0.1	0.2	0.5	1.0	1.5	2.0	2.5	5.0

Korekcija je vrijednost koju treba dodati izmjerenoj vrijednosti kako bi se dobila prava vrijednost mjerene veličine, a ima istu vrijednost kao apsolutna pogreška sa suprotnim predznakom.

Primjer 1 :

Na voltmetru mernog opsega 150 V izmјeren je napon 112 V, a prava vrijednost mernog napona je 112.4 V. Koliko iznose apsolutna i relativna pogreška , korekcija, te pogreška u postotcima dogovorne vrijednosti ?

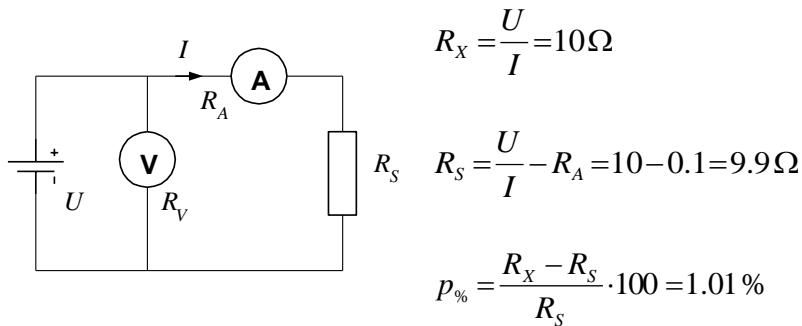
$$p_a = U_{iz} - U_{pr} = 112 - 112.4 = -0.4 V \Rightarrow k = 0.4 v$$

$$p_r = \frac{U_{iz} - U_{pr}}{U_{pr}} = \frac{112 - 112.4}{112.4} = -0.00356$$

$$p\% = \frac{U_{iz} - U_{pr}}{150} \cdot 100 = -0.267 \%$$

Primjer 2 :

Pri određivanju otpora $\mathbf{U-I}$ metodom (sl.42.), izmjereni je napon $U = 10 V$ i struja $I = 1 A$. Kolika je sistematska pogreška, ako je $R_A = 0.1 \Omega$, a $R_V = 20 M\Omega$?



Slika .4..2.

Kako bismo smanjili utjecaj slučajnih pogrešaka, najvjerojatniju vrijednost mjerene veličine određujemo aritmetičkom sredinom ili srednjem vrijednošću pojedinačnih mjerena. Ako je obavljeno n mjerena, a pojedinačni rezultati su X_1, X_2, \dots, X_n , onda je aritmetička sredina:

$$\bar{X} = \frac{X_1 + X_2 + \dots + X_n}{n} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i .$$

Kod točnijih mjernih postupaka pojedinačni se rezultati malo razlikuju. Ocjenu preciznosti nekog postupka određujemo pomoću srednje kvadratne pogreške pojedinačnog mjerena ili kako još kažemo pomoću **srednje devijacije**:

$$s = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2}$$

dok je srednja kvadratna pogreška aritmetičke sredine:

$$s_{\bar{x}} = \frac{s}{\sqrt{n}}$$

Primjer 3:

Na uzorku od 10 otpornika izvršeno je mjerjenje otpora. Kolika je aritmetička srednja vrijednost, standardna devijacija pojedinačnih mjerena i standardna devijacija aritmetičke sredine?

I	$R_i (\Omega)$
1	9.70
2	9.80
3	9.99
4	9.95
5	9.76
6	9.81
7	10.19
8	10.17
9	9.93
10	10.27

$$\bar{R} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n R_i = 9.957 \Omega$$

$$s = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (R_i - \bar{R})^2} = 0.197 \Omega$$

$$s_{\%} = \frac{s}{\bar{R}} \cdot 100 = 1.978 \%$$

$$s_{\bar{x}} = \frac{s}{\sqrt{n}} = 0.062 \Omega$$

$$s_{\bar{R}} = \frac{s_{\bar{x}}}{\bar{R}} \cdot 100 = 0.623 \%$$

Aritmetička sredina određuje se samo u slučaju kada su sva mjerena izvršena s jednakom pouzdanošću. Ako to nije slučaj uvode se težine p_i koje su mjera za njihovu različitu pouzdanost. Precizna mjerena imaju veću težinu (veći p) i obratno. Ako su poznate standardne devijacije, težinu p_i možemo odrediti prema izrazu:

$$p_i = \frac{\text{konstanta}}{s_i^2},$$

gdje za konstantu odabiremo proizvoljnu vrijednost prikladnu za računanje. Aritmetičku sredinu određujemo prema izrazu:

$$\bar{x} = \frac{p_1 x_1 + p_2 x_2 + \dots + p_n x_n}{p_1 + p_2 + \dots + p_n} = \frac{\sum_{i=1}^n p_i x_i}{\sum_{i=1}^n p_i}$$

Različitu težinu u rezultatima mjerjenja dobivamo kada neku veličinu mjerimo instrumentima različitog razreda točnosti. Logično je da instrument s najboljim razredom ima i najveću težinu.

Primjer 4:

Mjerenjem otpora različitim metodama dobili smo slijedeće rezultate: 10.08; 10.05; 10.00; 9.95; i 10.05; 10.05 . Standardne devijacije pojedinačnih mjerena iznose redom: 0.1; 0.08; 0.11; 0.05 i 0.20Ω. S obzirom na pouzdanost mjerena treba odrediti težine pojedinih mjerena i najvjerojatniju vrijednost otpora.

$k = 0.1$ - proizvoljno odabrana vrijednost konstante

$$\text{iz } p_i = \frac{k}{s_i^2} \text{ dobivamo: } p_1 = 10; p_2 = 15.625; p_3 = 8.64; p_4 = 40; p_5 = 2.5$$

najvjerojatnija vrijednost otpora je:

$$\bar{R} = \frac{\sum_{i=1}^n p_i R_i}{\sum_{i=1}^n p_i} = 0.99\Omega$$

4.1. Mjerna nesigurnost

4.1.1. Gaussova ili normalna razdioba

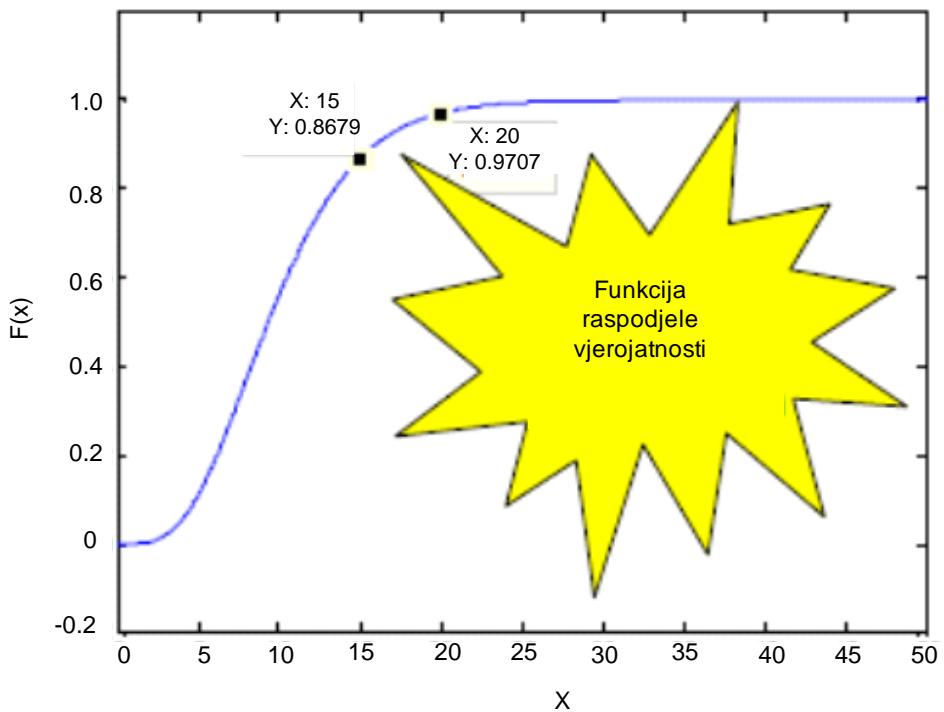
Ako raspolažemo s velikim brojem podataka, tada se rezultati rasipaju prema Gaussovoj ili normalnoj razdiobi, koja je definirana funkcijom vjerojatnosti:

$$y = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\bar{x}}{\sigma}\right)^2}$$

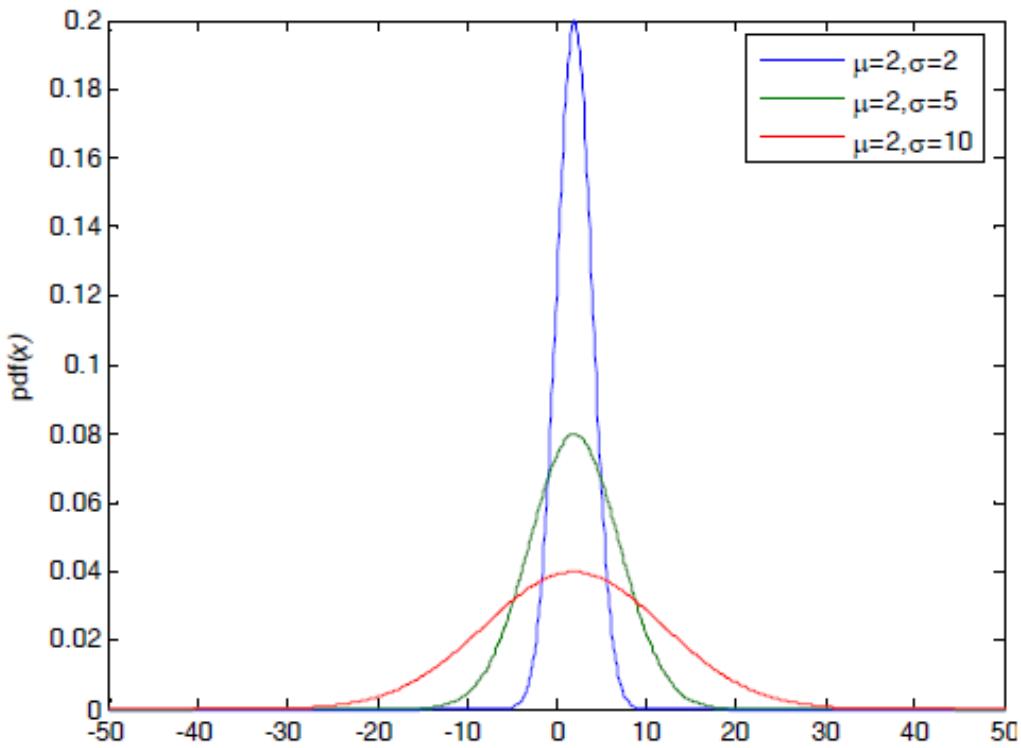
\bar{x} - aritmetička srednja vrijednost

σ - standardna devijacija.

Na slici 4.3.a dana je funkcija normalne (Gaussove) vjerojatnosti, a na slici 4.3.b normalna (Gaussova) gustoća vjerojatnosti.

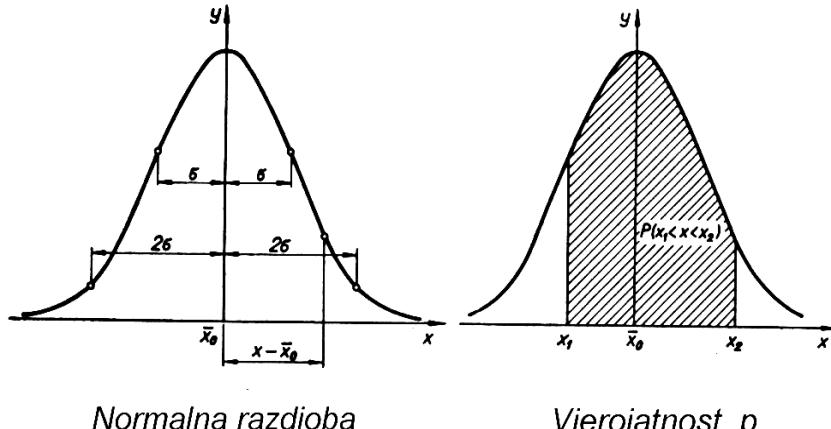


Slika 4.3.a Funkcija normalne (Gaussove) vjerojatnosti



Slika 4.3.b Normalna (Gaussova) gustoća vjerojatnosti

Krivulja je zvonolikog oblika i asimptotski se približava osi x , s tijemnom na pravcu $x=\bar{x}_0$, što je pokazano na slici 4.4.



Slika 4.4. Krivulja vjerojatnosti normalne razdiobe

Vjerojatnost da se prava vrijednost nalazi unutar granica intervala x_1 i x_2 je:

$$P(x_1 \leq x \leq x_2) = \int_{x_1}^{x_2} y(x) dx$$

gdje je: $y(x) = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\bar{x}}{\sigma}\right)^2}$

Najčešće se ove granice izražavaju simetrično u odnosu na aritmetičku sredinu:

$$x_1 = \bar{x} - k_1 \sigma; \quad x_2 = \bar{x} + k_2 \sigma$$

Ovaj integral zapravo daje površinu ispod krivulje u intervalu od x_1 do x_2 (sl.4.1.). Neke karakteristične vrijednosti ovog integrala dane su u tablici 4.4.

Tablica 4.4.vjerojatnost pri normalnoj razdiobi

Donja i gornja granica	Vjerojatnost da se x nalazi	
	Unutar granica	Izvan granica
$\bar{x}_0 \pm 0.674 \sigma$	0.500 – 50%	50 %
$\bar{x}_0 \pm \sigma$	0.6826 – 68.26%	31.74 %
$\bar{x}_0 \pm 2\sigma$	0.9545 – 95.45%	4.55 %
$\bar{x}_0 \pm 3\sigma$	0.9973 – 99.73%	0.27 %
$\bar{x}_0 \pm 4\sigma$	0.99994 – 99.994%	0.006 %

Primjer 5:

Od serije otpornika izmјeren je uzorak od 200 otpornika. Koliko će otpornika od ukupne serije imati vrijednost unutar $R \pm 0.5\%$, ako je aritmetička sredina uzorka 1000Ω , a standardna devijacija uzorka 2.5Ω ?

Tražimo rješenje integrala normalne funkcije razdiobe $P_{(R_1 \leq R \leq R_2)}^y$ u granicama od R_1 do R_2 :

$$P_{(R_1 \leq R \leq R_2)} = \int_{R_1}^{R_2} y(R) dR$$

odnosno rješenje integrala u granicama:

$$\bar{R} \pm k\sigma$$

Uočavamo da je $k=2$. Iz tablice dobivamo vjerojatnost $P=95.45\%$, što znači da će 95.45% otpornika od ukupne serije imati vrijednost unutar traženih granica.

4.1.2. Pogreške (ne)izravno mјerenih veličina

Na osnovi mјerenja nekih drugih veličina dobivamo računskim putem traženu veličinu. Pri tome se postavlja pitanje pogreške takvog rezultata. Mogući su sljedeći slučajevi:

- a) Poznate su vrijednosti sistematskih pogrešaka mјerenih veličina.
- b) Poznate su standardne devijacije, odnosno srednje kvadratne pogreške mјerenih veličina.
- c) Poznate su granice pogrešaka mјerenih veličina.

Statističke granice grešaka izravno mјerenih veličina

Kod većeg broja mјerenih veličina potrebnih za određivanje rezultata, manja je vjerojatnost da će greška traženog rezultata dostići vrijednosti sigurne granice greške. Te granice su često preširoke, pa se u mјernoj praksi upotrebljavaju statističke granice greške, koje se određuju prema dole navedenom izrazu, s tom razlikom da se umjesto standardnih devijacija uvrštavaju granice grešaka pojedinih mјerenih veličina:

$$\sigma_y = \pm \sqrt{\sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial F}{\partial x_i} \cdot G_i \right)^2}$$

Ovako izračunana granica greške biće ponekad premašena, pa se zato kod njih može govoriti samo o njihovoj manjoj ili većoj statističkoj sigurnosti.

Napomenimo još da je raspodjela grešaka raznih mjernih uređaja, instrumenata i mjera, upotrebljavanih u mjernoj tehnici, takva da uz primjenu statističkih granica grešaka postižemo sigurnost od barem 95[%]. Upotrebom kvalitetnije mjerne opreme postižemo sigurnost koja je čak iznad 99[%].

Standardna devijacija mjerenih veličina

Ako se mjerni rezultat funkcije $y=F(x_n)$ određuje mjerenjem pojedinačnih veličina, pa pri tome imamo rasturanje izmjerena vrijednosti zbog djelovanja slučajnih pogrešaka, onda se vrijednost pogrešaka mijenja od slučaja do slučaja prema iznosu i prema predznaku. Ako znamo standardne devijacije pojedinačnih mjerena, ukupna devijacija se izračunava iz:

$$s_y = \sqrt{\sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial F}{\partial x_i} s_i \right)^2}.$$

Možemo pokazati način izračuna standardne devijacije kod nekih jednostavnih funkcija s kojima se stalno susrećemo:

a) standardna devijacija umnoška $y=x_1 \cdot x_2$ je:

$$s_y = \sqrt{x_2^2 \cdot s_1^2 + x_1^2 \cdot s_2^2} \quad i \quad s_{y\%} = \sqrt{s_{1\%}^2 + s_{2\%}^2}$$

b) standardna devijacija kvocijenta $y=\frac{x_1}{x_2}$ je:

$$s_y = \sqrt{\frac{s_1^2}{x_2^2} + \frac{x_1^2 \cdot s_2^2}{x_2^4}} \quad i \quad s_{y\%} = \sqrt{s_{1\%}^2 + s_{2\%}^2}$$

c) standardna devijacija zbroja $y=x_1+x_2$ je:

$$s_y = \sqrt{s_1^2 + s_2^2} \quad i \quad s_{y\%} = \frac{\sqrt{x_1^2 s_1^2 + x_2^2 s_2^2}}{x_1 + x_2}.$$

Ako je $x_1=x_2$ i $s_{1\%}=s_{2\%}$ dobivamo:

$$s_{y\%} = \frac{s_{x\%}}{\sqrt{2}}$$

d) standardna devijacija razlike $y=x_1-x_2$ je:

$$s_y = \sqrt{s_1^2 + s_2^2} \quad i \quad s_{y\%} = \frac{\sqrt{x_1^2 s_{1\%}^2 + x_2^2 s_{2\%}^2}}{x_1 - x_2}$$

Srednja vrijednost

Srednja vrijednost je broj koji će predstavljati rezultat našeg mjerjenja kad smo izvršili više uzastopnih, nezavisnih mjerena iste veličine. Označimo tu veličinu sa x , broj mjerena sa n . Tako se dobiva distribucija mjerena $(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n)$. Računanje srednje vrijednosti provodi se po formuli:

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}$$

Naravno, ne možemo taj broj smatrati pravim iznosom tražene veličine. To je samo najbolja aproksimacija tog iznosa koja se može dobiti iz dotične serije mjerena, uz pretpostavku da su pogreške nastale u mjernom postupku isključivo slučajne prirode. Mjera za disperziju rezultata oko srednje vrijednosti dana je iznosom *standardne devijacije*:

$$\sigma_x = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1}}$$

Ova formula rezultat je teorijskih razmatranja. Za veliki $n (>25)$ obično se umjesto $n-1$ u nazivniku stavlja n . Standardna devijacija predstavlja točnost s kojom je izvršeno pojedino mjerenje. Što je ona manja, za niz mjerena kažemo da je točniji.

Prema teoriji vjerojatnosti, za veliki broj mjerena, čije vrijednosti variraju prema načelu slučajnosti, približno 68% rezultata bit će unutar intervala radijusa s oko srednje vrijednosti, 95% rezultata nalazit će se unutar radijusa $2s$, a 99% unutar radijusa $3s$. Dakle, unutar intervala $\pm 3s$ nalaze se praktički sve pogreške mjerena.

Konačni rezultat bilježimo u obliku

$$x = \bar{x} \pm \sigma_x$$

pri čemu je s_x standardno odstupanje ili standardna devijacija aritmetičke sredine:

$$\sigma_x = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n(n-1)}}$$

Ova se formula dobiva primjenom formule za *pogreške izvedenih veličina* ako shvatimo aritmetičku sredinu kao funkciju od n pojedinačnih mjerena ($x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$) od kojih je svako određeno vlastitom pogreškom jednakom standardnoj devijaciji s .

Prema teoriji vjerojatnosti, 68% je vjerojatno da se prava vrijednost mjerene veličine nalazi unutar intervala radiusa s_x oko srednje vrijednosti, 95% rezultata nalazit će se unutar radiusa $2s_x$, a 99% unutar radiusa $3s_x$. Dakle, standardna devijacija aritmetičke sredine veličina je koja nam omogućuje da na osnovi mjernih rezultata, u terminima vjerojatnosti, lociramo pravu vrijednost mjerene veličine. Za veliki n ovaj će izraz prijeći u:

$$\sigma_x = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n^2}} = \frac{1}{n} \sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}$$

a to je upravo oblik u kojem se on najčešće koristi.

Složene pogreške

Ako je moguće ustanoviti iznos sistematske pogreške, tada možemo ukupnu pogrešku podijeliti na sistematsku i slučajnu pomoću formule:

$$\sigma_{ukup.}^2 = \sigma_{sluč.}^2 + \sigma_{sist.}^2$$

Slično razmatranje može se primijeniti i u slučaju kad je jedna veličina izmjerena na više različitih načina ili u više različitih nizova mjerena, pri čemu je dobiveno n srednjih vrijednosti, svaka s pripadnom pogreškom, tj. standardnom devijacijom. Tada je ukupna srednja vrijednost:

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n \bar{x}_i}{n}$$

a pogreška:

$$\sigma = \sqrt{\sum_{i=1}^n \sigma_i^2}$$

$$x_i = \bar{x}_i \pm \sigma_i$$

Metoda najmanjih kvadrata-linearna regresija

Prepostavimo da u mjernom postupku dobivamo parove izmjerenih veličina (x_i, y_i) tako da sami mijenjamo i bilježimo x_i , čime neizravno mijenjamo i vrijednosti y_i . Ako između veličina x i y postoji linearna ovisnost

$$y = ax + b$$

tada bi n parova vrijednosti (x_i, y_i) trebali, kad se ucrtaju u koordinatni sustav, približno ležati na pravcu čiju smo jednadžbu naveli. Prepostavimo da između promatranih veličina postoji linearna ovisnost i da su sva odstupanja od pravca slučajne prirode. Nepoznate parametre pravca tada možemo izračunati zahtijevajući da suma

$$\sum_{i=1}^n [y_i - (ax_i + b)]^2$$

ima minimum, te tražeći parametre pravca s kojima će se to dogoditi. Gornja će suma imati minimum ako su njene parcijalne derivacije prema oba parametra jednake 0 (nula) Deriviranjem i izjednačavanjem s nulom, te rješavanjem tako dobivenog sustava, dobivamo parametre pravca regresije:

$$a = \frac{\bar{xy} - \bar{x}\bar{y}}{\bar{x^2} - \bar{x}^2}$$

$$b = \bar{y} - a\bar{x}$$

Pripadne pogreške (dobivene drukčijim razmatranjem) će biti:

$$\sigma_a = \sqrt{\frac{1}{n} \left(\frac{\bar{y^2} - \bar{y}^2}{\bar{x^2} - \bar{x}^2} - a^2 \right)}$$

$$\sigma_1 = \sigma_a \sqrt{\bar{x^2} - \bar{x}^2}$$

Ako je pak prepostavljena ovisnost oblika $y = ax$, tada je

$$a = \frac{\bar{xy}}{\bar{x^2}}$$

s pogreškom

$$\sigma_a = \sqrt{\frac{1}{n} \left(\frac{\bar{y}^2}{\bar{x}^2} - a^2 \right)}.$$

Napomenimo još da je ova metoda vrlo široko primjenljiva, pa i na ovisnosti koje nisu linearne. Na neke od njih metodu možemo primijeniti izravno, dok neke druge možemo logaritmiranjem svesti na linearne i tražiti pravac regresije za parove ($\ln x$, $\ln y$).

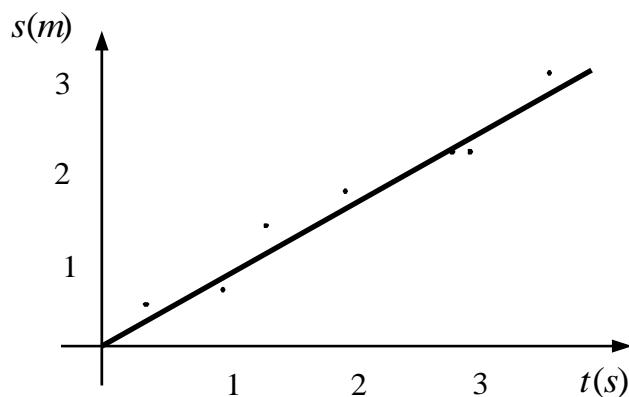
4.1.3. Grafovi

Cilj mnogih pokusa je pronalaženje ovisnosti između izmjerениh veličina. To se može postići grafičkim prikazivanjem dobivenih rezultata. Prepostavimo da smo u našem pokusu mijenjali neku fizikalnu veličinu x i time uzrokovali promjenu neke druge, o njoj zavisne, fizikalne veličine y . Na taj senačin dobivaju parovi mjereneh vrijednosti (x_i, y_i) koje onda kao točke u pogodnom mjerilu ucrtavamo u koordinatni sustav. Pritom valja slijediti ove upute:

1. Nacrtati graf na papiru dovoljne veličine kako točke ne bi bile suviše sabijene jedna uz drugu. Naime, iz sabijenog grafa možda neće biti sasvim uočljiv karakter ovisnosti između izmjerenihi veličina, npr. Možemo segment parabole proglašiti pravcem ili obratno.
2. Uz graf treba biti vrlo kratki opis (nekoliko riječi), u kojem će biti naznačeno o kojim se veličinama radi, te moguće podaci o ostalim parametrima i uvjetima vezanim uz nacrtanu seriju mjerena.
3. Nezavisna varijabla (veličina koju vršitelj pokusa može neposredno podešavati po svojoj volji) ucrtava se duž x-osi, a zavisna (ona koja se tijekom pokusa mijenja uslijed promjena nezavisne varijable) ucrtava se duž y-osi.
4. Uz krajeve svake osi označiti veličinu koja joj je pridružena te jedinice u kojima je os baždarena u uglatim zagradama (npr. $T[s]$ je vrijeme u sekundama). Ako smo os baždarili u jedinicama koje su decimalni dijelovi ili pak dekadski višekratnici dotične veličine, to također valja naznačiti (npr. $B[10^{-5}T]$ znači da dio skale duljine 1 na osi predstavlja promjenu magnetskog polja B za $10^{-5}T$). Veličine moraju obvezno biti izražene u jedinicama međunarodnog sustava (SI) pri čemu je dozvoljeno koristiti prefikse (npr. Cm , kg itd.)
5. Svaku os baždariti tako da nakon ucrtavanja točaka ne ostane previše praznog prostora ni u jednom smjeru (npr. ako nam se vrijednosti veličine prikazane na osi x nalaze u rasponu od 0.2 do 0.8, tada je dobro odabrati skalu koja ide od 0 do 1.0; ako bismo stavili npr. od 0 do 2.0, ostalo bi nam previše praznog prostora.) Svaku

os valja početi od 0 ako je to moguće, tj. ako najmanja vrijednost na nekoj osi nije puno veća od raspona između najmanje i najveće vrijednosti.

6. Ucrtati pravac (ili glatku krivulju) koji najbolje odgovara eksperimentalnim točkama, naznačivši parametre ovisnosti dobivene računom (kompjutorski ili „pješice“). Na slici (4.5.) pokazan jednostavan primjer grafa ovisnosti puta o vremenu kod jednolikog gibanja. U određenim trenucima vremena bilježen je prevaljeni put. Brzina, koja je zapravo koeficijent smjera ucrtanog pravca regresije, dobivena je metodom najmanjih kvadrata iz eksperimentalnih točaka.



Slika 4.5. Ovisnost puta o vremenu

Primjer 6:

Otpornici od 10Ω imaju standardnu devijaciju 0.2 %, a otpornici od 100Ω standardnu devijaciju od 2 %. Koliku postotnu devijaciju ima serijska kombinacija takva dva otpornika ?

$$R = R_1 + R_2 = 110\Omega$$

apsolutni iznos standardnih devijacija je:

$$s_1 = \frac{R_1}{100} s_{1\%} = \frac{10}{100} \cdot 0.02\Omega = 0.02\Omega \quad i \quad s_2 = \frac{R_2}{100} s_{2\%} = \frac{100}{100} \cdot 2\Omega = 2\Omega$$

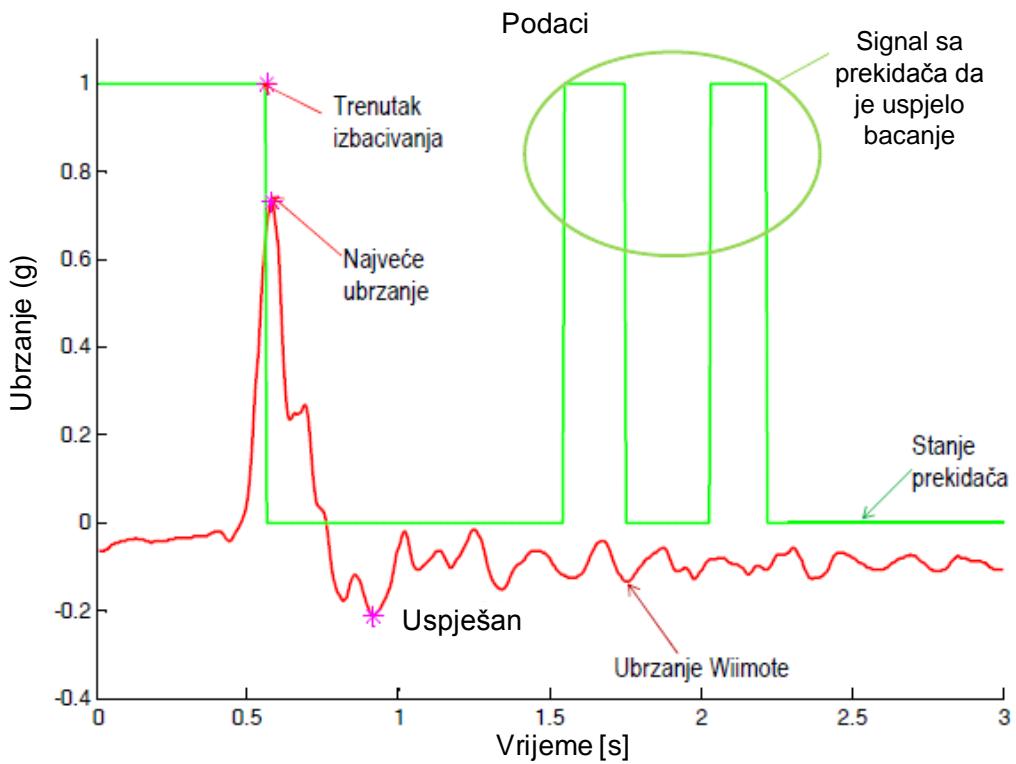
Standardna devijacija serijske kombinacije bit će:

$$s = \sqrt{\left(\frac{\partial R}{\partial R_1} s_1 \right)^2 + \left(\frac{\partial R}{\partial R_2} s_2 \right)^2} = \sqrt{s_1^2 + s_2^2} = \sqrt{0.02^2 + 2^2} = \sqrt{4.04} = 2.01\Omega$$

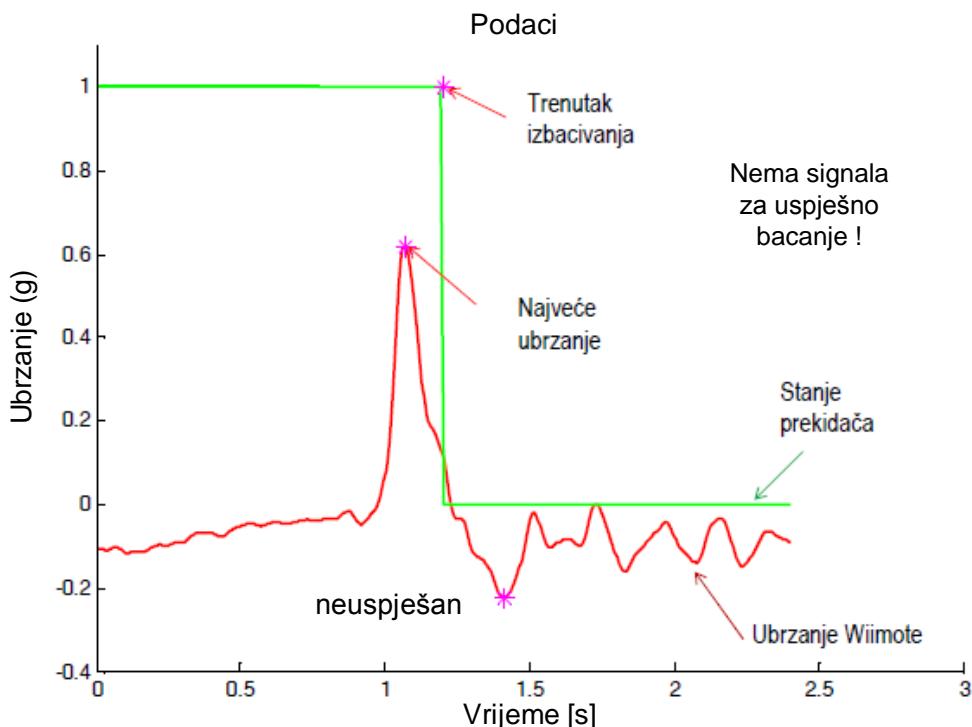
$$s_{\%} = \frac{s}{R} \cdot 100 = \frac{2.01}{110} \cdot 100 = 1.82\%$$

Primjer 7:

Prikaz mjerjenje pri igranju „Wii“ kuglanja (sl. 4.6.a) uspješno bacanje i (sl. 4.6.b) neuspješno bacanje:

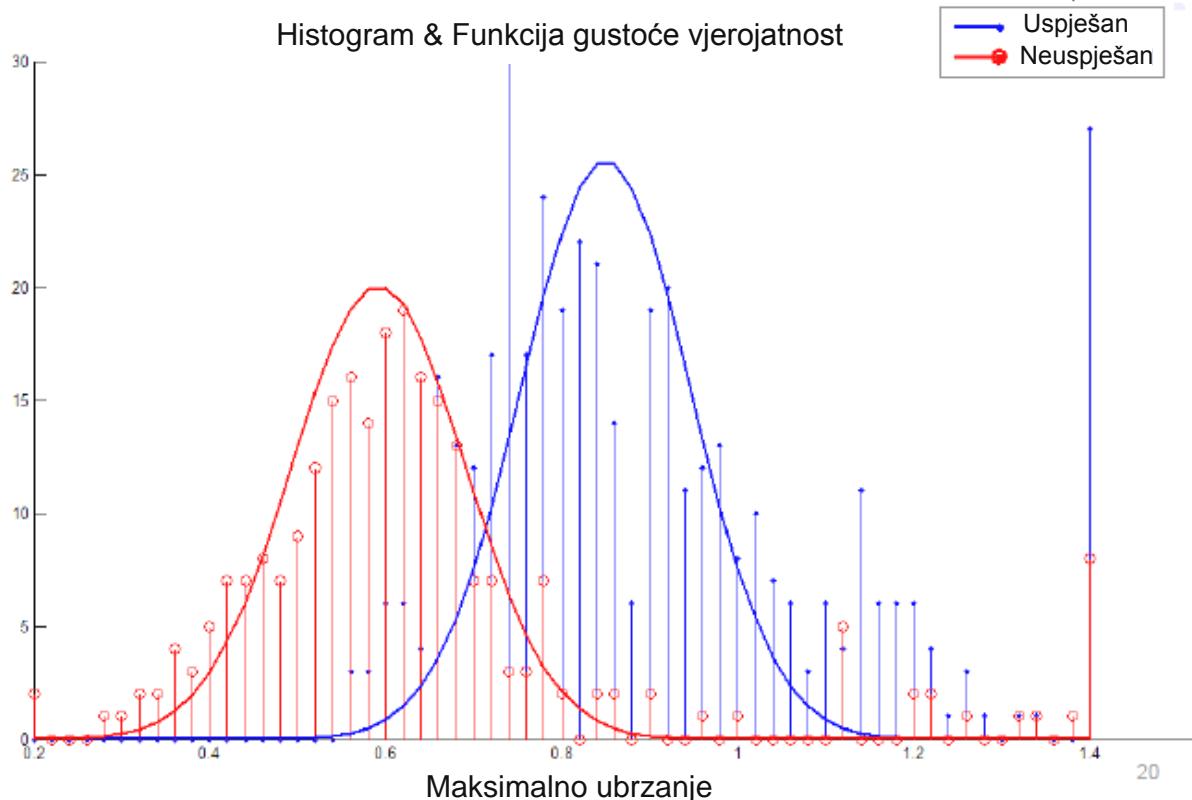


Slika 4.6.a Uspješno bacanje



Slika 4.6.b Neuspješno bacanje

Prikaz uspješnosti kuglanja (sl. 4.7.)



Slika 4.7. Uspješnost kuglanja

Evaluacija mjerne preciznosti – mjerna točnost.

Rezultat mjerena: PROCIJENJENA VRiEDNOST I MJERNA NESIGURNOST

Pravilno mjerjenje je procedura koju treba ponoviti dovoljan broj puta kako bi se utvrdila mjerna nesigurnost – točnost (Guide to the Expression of Uncertainty of Measurements, International Standard Organization – ISO, 1993.)

Točnase vrijednosti nekom vjerojatnosti nalazi u krugu oko izmjerene vrijednosti. Širina tog kruga je informacija o mjerenoj nesigurnosti.

Definicije:

Mjerena veličina je centralni element seta rezultata koji su dobiveni mjerjenjem.

Ponavljanje mjerena daje rezultate koji se mogu karakterizirati kao stohastička veličina.

Mjerna nesigurnost je parametar koji se pridružuje rezultatima mjerena.

Mjernu nesigurnost karakterizira disperzija. Mjera disperzije jest standardna devijacija.

Komponente mjerne nesigurnosti

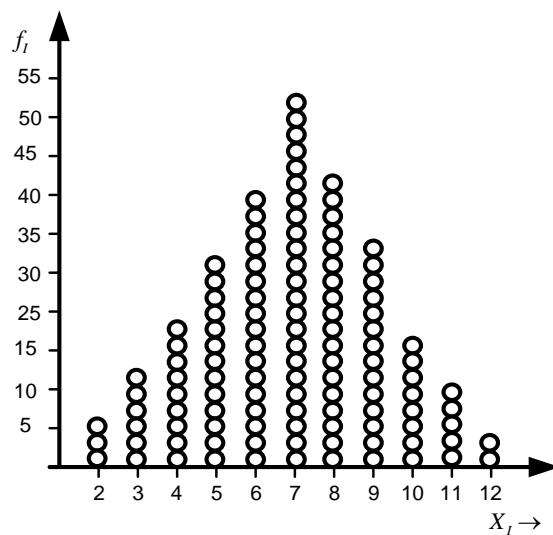
Komponente koje se određuju iz statističke raspodjele izmjerениh vrijednosti okarakterizirane su eksperimentalnom standardnom devijacijom.

Standardna nesigurnost tipa A (oznaka U_A) određuje se statističkom analizom rezultata koji su dobiveni ponavljanjem mjerjenja.

- Uzrok ovog tipa standardne nesigurnosti se drži neodređenim.
- Veličina se smanjuje povećanjem broja mjerena.

Raspodjela rezultata mjerena – nesigurnost tipa A

Promatrajmo skup diskretnih vrijednosti (mjerena) i na horizontalnu os nanesimo izmjerenu vrijednost, a na vertikalnu os broj mjerena kojima je izmjerena vrijednost (sl. 4.8.).



Slika 4.8. Frekvencija rezultata mjerena

Broj ponavljanja pojedine vrijednosti nazivamo frekvencija rezultata merenja (f_i).
Srednja vrijednost mjerena

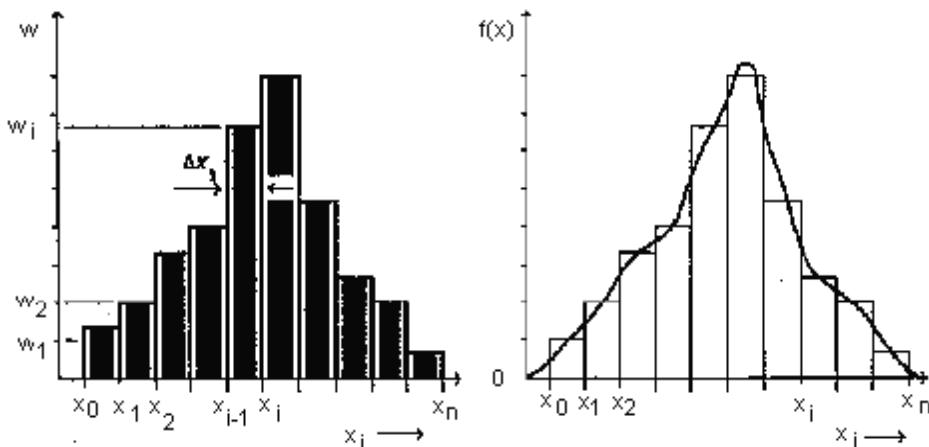
$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^m f_i x_i, \quad m \leq n$$

$$\sum_{i=1}^m f_i = n$$

Raspodjela rezultata mjerena – nesigurnost tipa A

Histogram je grafički prikaz rezultata mjerena u kojem apsis pokazuje skupove rezultata mjerena unutar opsega mjerene veličine, a ordinata frekvenciju njihovih ponavljanja.

Pri mjerenu kontinuirane veličine skup mjerena čini diskretni skup koji se međusobno razlikuju zadiferencijalno male priraštaje (sl. 4.9.)

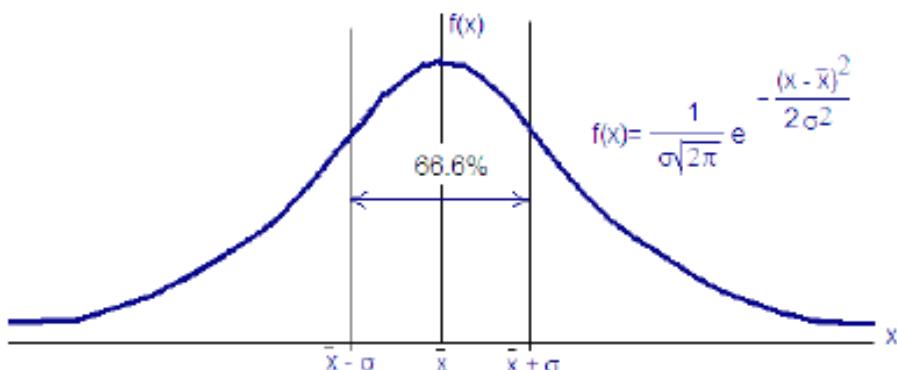


Slika 4.9. Mjerenje kontinuiranog signala

Osnovni parametri koji karakteriziraju nesigurnost tipa A:

1. gustoća raspodjele vjerojatnosti rezultata mjerena $f(x)$;
2. funkcija raspodjele vjerojatnosti rezultata mjerena $F(x)$.

Kod vrlo točnih mjerena rezultati mjerena imaju normalnu raspodjelu ako se u intervalu određenom s 2σ u odnosu na srednju vrijednost mjerena nalazi dvije trećine rezultata mjerena (66.6%, sl. 4.10.).



Slika 4.10. Normalna raspodjela za 2σ (66.6%)

Slučajna raspodjela karakteristika je slučajnih događaja i karakterizira mernu nesigurnost tipa A.

Procjena nesigurnosti tipa B

Zbog ograničenog vremena i ograničenih sredstava većina komponenti nesigurnosti ne određuje se eksperimentalno u sklopu aktualnog mjerena. Osim toga, merni rezultati vrlo često proizvode samo jednog mjerena,

pasen esigurnost mora procijeniti na temelju informacija kojima raspoložemo.

Procjena nesigurnosti B tipa može se temeljiti na:

- Specifikacijama mjerne opreme,
- Podacima o umjeravanju mjerila,
- Podacima o nesigurnosti upotrijebljenih konstanti i drugih podataka koji su preuzeti iz priručnika ili nekih drugih izvora,
- Podacima o ponovljivosti i obnovljivosti,
- Podacima o ranije provedenim sličnim mjerenjima,
- Iskustvu i znanju o svojstvima relevantnih mjerila,
- Procjeni nesigurnosti ispravka,
- Raznim drugim informacijama kao što su: zaokruživanje, kvantizacija, histereza, razlučivost.

Budući da su izvor podataka različiti podaci mogu biti različito iskazani i pao treba proračunati u nesigurnost iskazana standardnim modus stupanjem.

Procjena nesigurnosti B tipa iz graničnih pogrešaka

U specifikacijama mjerila obično su navedene točnosti, odnosno granične pogreške mjerila. Granična pogreška mjerila je najveća dopuštena pogreška koju mjerilo smije imati u svjetovlju u uporabi, a daje se u skladu sa pravnim. Iskazivanje graničnih pogrešaka razlikuje se kod analognih i digitalnih mjerila.

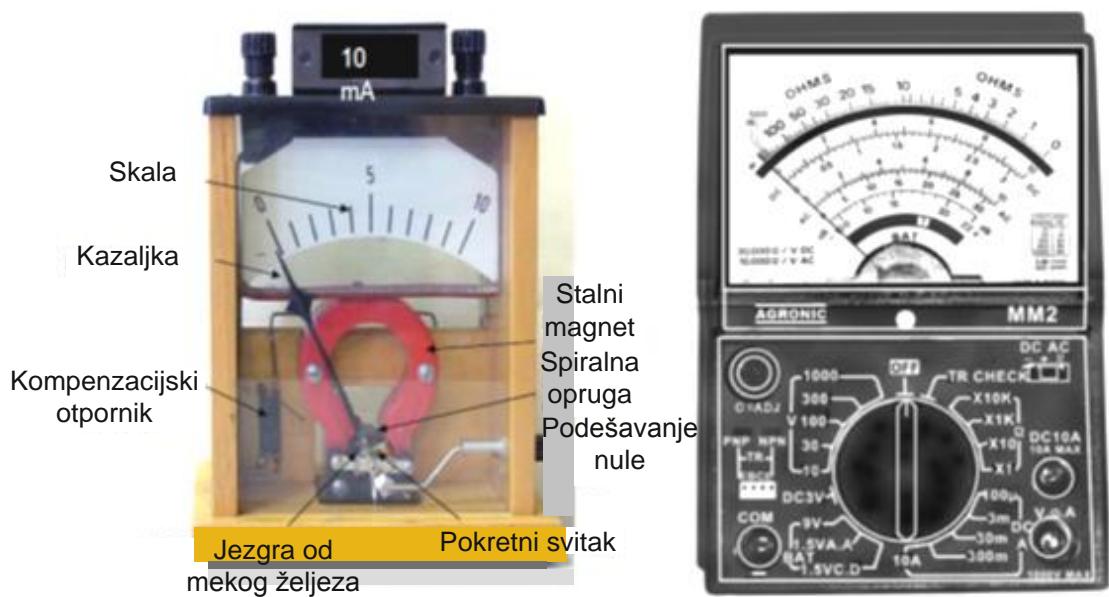
5. ELEKTRIČNI MJERNI INSTRUMENTI

5.1. Općenito o električnim mjernim instrumentima

Električni mjerni instrumenti mjeru električne veličine. Mogu biti analogni (uglavnom imaju skalu i kazaljku) ili digitalni (imaju digitalni zaslon).

Analogni instrumenti (sl. 5.1.) iznos mernog rezultata Y pokazuju kao umnožak položaja kazaljke na skali (otklon α) i konstante instrumenta k .

$$Y=k \cdot \alpha$$



Slika 5.1. Analogni mjerni instrumenti

Konstanta instrumenta je koeficijent kojim treba pomnožiti broj pročitanih podjela kako bi se dobila vrijednost mjerene veličine. Ukoliko konstanta nije zadana dobivamo je iz omjera:

$$k = \frac{Y_{\max}}{\alpha_{\max}}$$

Y_{\max} - maksimalna vrijednost mjerene veličine, odnosno mernog opsega

α_{\max} - maksimalni broj na skali instrumenta.

Primjer 7:

Struja se mjeri ampermetrom mjernog opsega 1.2 A i 100 d.sk. (dijelova skale). Kolika je mjerena struja ako je očitan otklon od 60 d.sk. ?

$$I = \frac{I_{\max}}{\alpha_{\max}} \cdot \alpha = \frac{1.2}{100} \cdot 60 = 0.72 \text{ A}$$

Kod « univerzalnih » instrumenata s više mjernih područja i više veličina koje mogu mjeriti (struja, napon, otpor itd.) treba paziti na priključak stezaljki prema odabranoj vrsti mjerne veličine. Osim toga, uvijek treba odabrati optimalno mjerno područje zbog smanjenja pogreške.

Pogreška analognog instrumenta definirana je razredom točnosti (indeks klase), koji pokazuje maksimalne granice pogreške u postocima dogovorne vrijednosti (DV), koja najčešće odgovara gornjoj granici mjernog opsega.

$$p_{\%} = \frac{p_a}{DV} \cdot 100$$

p_a - apsolutna pogreška.

Digitalni mjerni instrumenti(sl. 5.2.) pokazuju mjeri rezultat određenim brojem znamenki i najčešće očitani broj predstavlja mjeru vrijednost. Kao i kod analognih instrumenata potrebno je odabrati optimalno mjerno područje.



Slika 5.2. Digitalni mjerni instrument

Pogreške digitalnih instrumenata izražavamo drukčije od analognih:

- a) postotkom od očitane vrijednosti (% of Rdg.)
- b) postotkom od mjernog opsega (% of. Range)
- c) x znamenki
- d) x volta, ampera, oma ...

U praksi se koriste kombinacije prije spomenutih oznaka:

1. a + b (npr. 0.1% očitane vrijednosti + 0.15% od mjernog opsega)
2. a + c (npr. 0.1% očitane vrijednosti + 0.02 V).

Pokazni i mjerni opseg

Svi mjerni instrumenti imaju skalu (analogni) ili zaslon (digitalni) za prikaz izmjerene vrijednosti. Skala se sastoji od gradacije i pripadajuće numeracije. Gradaciju čine podjele na brojčanici instrumenta (samo za analogne instrumente), koje nam određuju položaj kazaljke pri mjerenu. Razmak između dvije susjedne podjele zovemo jedinicom podjele skale. Pokazni opseg obuhvaća cijelu dužinu skale mjernog instrumenta, ili cijeli interval odabran na zaslonu. Mjerni opseg obuhvaća samo dužinu skale (analogni) ili dužinu intervala (digitalni) od donje do gornje granice mjerena s određenom točnošću. U vezi stim moramo definirati i mjerni domet instrumenta, što je zapravo gornja granica mjernog opsega ili maksimalna vrijednost mjernog opsega.

Strujna i naponska osjetljivost instrumenta

Osjetljivost mjernih instrumenta ovisi o njihovom potrošku energije. Instrumenti s velikim brojem zavoja i velikim unutarnjim otporom imaju veliku strujnu osjetljivost i malu naponsku osjetljivost, pa su pogodni za mjerjenje malih struja, a zbog male naponske osjetljivosti upotrebljavaju se kao voltmetri. Suprotno od njih, instrumenti s malim brojem zavoja i malim unutarnjim otporom imaju veliku naponsku osjetljivost i malu strujnu osjetljivost. Takvi instrumenti su pogodni za mjerjenje vrlo malih napona, pa ih zbog male strujne osjetljivosti koristimo kao ampermetre jer zbog malog pada napona na njima imaju vrlo mali utjecaj na stanje u strujnom krugu.

Važno je znati da osjetljivost instrumenta nije isto što i točnost instrumenta. Na žalost, vrlo često povećanjem osjetljivosti smanjujemo točnost pri mjerenu.

Točnost mjerjenja

Kolika je točnost mjerjenja ovisi o preciznosti instrumenata i aparata, o odabiru mjerne metode, uz, što je značajno, odgovornosti iskustvo mjeritelja ili više njih. Pogreške pri mjerenu ne mogu se izbjegći, ali se mogu smanjiti, tj. uzeti u obzir pri obradi mjernih rezultata. Općenito, pogreške možemo svrstati u dvije grupe.

Sistematske pogreške pri mjerenu javljaju se zbog pogreške mjernih instrumenata, zbog nepravilno odabrane mjerne metode, zbog subjektivnosti i sl.

Slučajne pogreške ovise o promjenama u instrumentima i njihovoj okolici. Utjecaj slučajnih pogrešaka može se smanjiti izvođenjem više mjerena pod istim uvjetima. Za rezultat uzimamo aritmetičku sredinu svih mjerena, što je najvjerojatnija vrijednost mjerene veličine.

5.2. Statičke karakteristike mjernih instrumenata

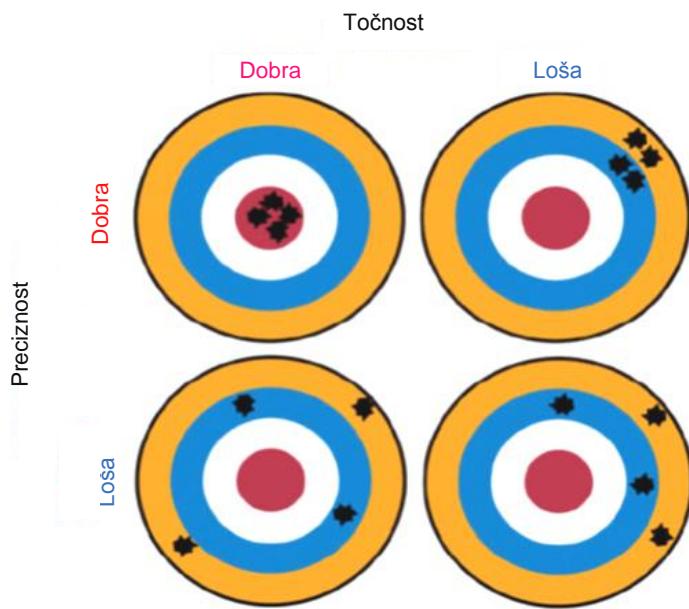
Na slici 5.3. prikazane su karakteristike mjernog instrumenta.



Slika 5.3. Karakteristike mjernog instrumenta

Točnost i preciznost

- Točnost je karakteristika instrumenta koji pokazuje vrijednost blizu prave vrijednosti.
- Preciznost je karakteristika instrumenta koji pokazuje vrijednosti koje su međusobno bliske. (sl. 5.4.)



Slika 5.4. Točnost i preciznost mjernog instrumenta

Razlučivost

Razlučivost je sposobnost razlikovanja bliskih vrijednosti. Za instrument s analognim prikazom: najmanja podjela na skali definira moć razlučivosti (sl. 5.5.).



Slika 5.5. Razlučivost analognog instrumenta

Za instrumente s digitalnim prikazom: jedinica posljednje brojke je karakteristika razlučivosti (sl. 5.6.)



Slika 5.6. Razlučivost digitalnog instrumenta

Razlučivost se definira u odnosu na domet mjerjenja, npr. $1 \mu\text{V}$ u odnosu na $U=1.35\text{V}$. Često se tajodnos definira kao odnos najmanje mjere i mjernog dometa instrumenta, odnosno skretanja pune skale upostocima. Kada se radi o digitalnom instrumentu tada je bitna jedinica zadnjebrojke u odnosu na brojbrojki.

Linearnost

Linearnost je mjera linearne ovisnosti ulaznih i izlaznih veličina u mjernom području u kojem je predviđen rad uređaja.

- Pogreška linearnosti određuje se maksimalnim odstupanjem od optimalnog pravca. Pogreška linearnosti se definira kao:

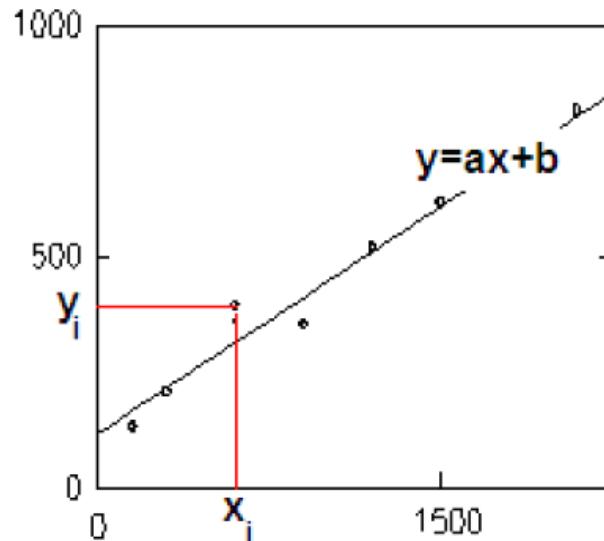
$$G_i = \frac{\max|y_i - (ax_i + b)|}{y_{\max}} \cdot 100$$

y_i - izmjerena vrijednost za x_i ulaz

y_{\max} - najveća vrijednost izlaza koja se može izmjeriti uređajem

a i b - nagib i odsječak optimalnog pravca.

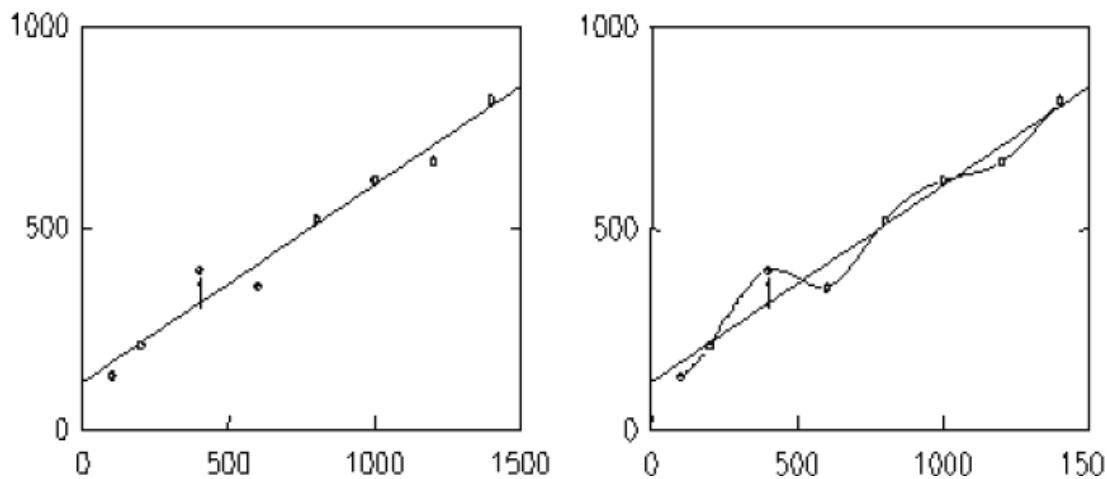
Na slici 5.7. prikazana je pogreška linearnosti.



Slika 5.7. Pogreška linearnosti

- Optimalni pravac dobiva se izračunavanjem parametara (nagib a i odsječak b) koristeći se metodom najmanje kvadratne pogreške (*least square method – LSM*, sl. 5.8.):

$$\min \sum_{i=1}^N \varepsilon_i^2 = \min \sum_{i=1}^N [y_i - (ax_i + b)]^2$$

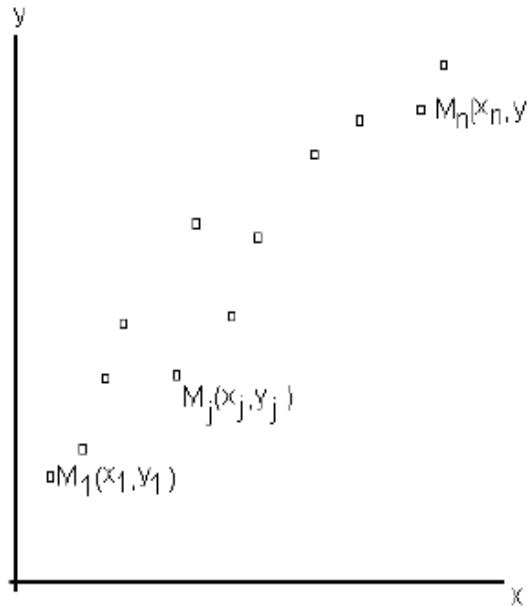


Slika 5.8. Dobivanje optimalnog pravca

- Parametri optimalnog pravca

Parovi (x_i, y_i) , $i=1, n$ su promatranetočke mjerena (sl. 5.9.). Traži se minimum izraza

$$\sum_{i=1}^n (ax_i + b - y_i)^2$$

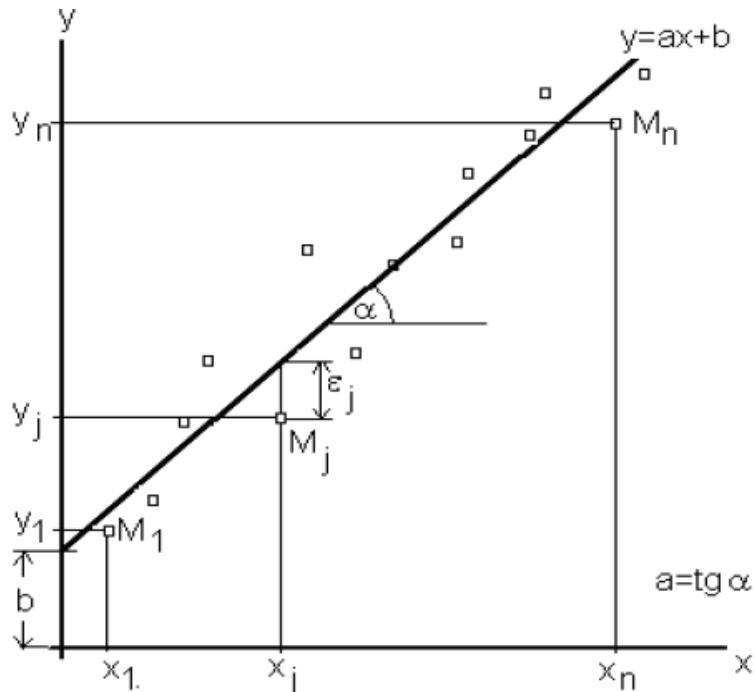


Slika 5.9. Parovi mjernih točaka

Parametri a i b dobivaju se iz jednadžbi:

$$a = \frac{n \sum_{i=1}^n x_i y_i - \sum_{i=1}^n x_i \sum_{i=1}^n y_i}{n \sum x_i^2 - (\sum_{i=1}^n x_i)^2} \quad b = \frac{\sum_{i=1}^n x_i^2 \sum_{i=1}^n y_i - \sum_{i=1}^n x_i \sum_{i=1}^n x_i y_i}{n \sum x_i^2 - (\sum_{i=1}^n x_i)^2}$$

Optimalni pravac ($y = ax + b$) prikazan je na slici 5.10.

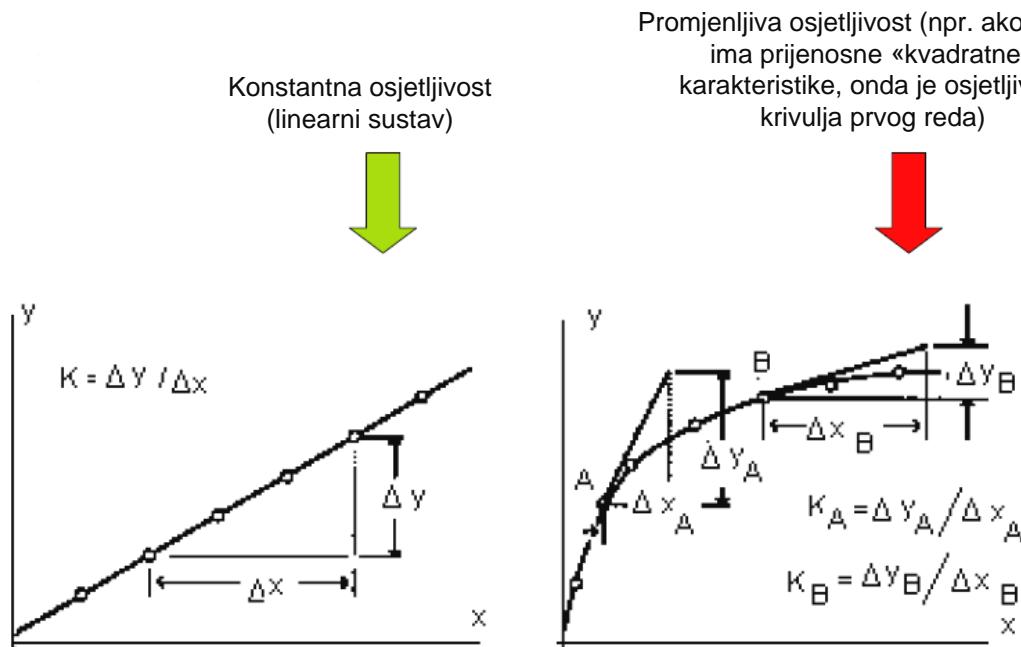


Slika 5.10. Optimalni pravac

Osjetljivost

- Osjetljivost (sl. 5.11.) mjernog sustava ili instrumenta je

$$K = \frac{\Delta y}{\Delta x}$$



Slika 5.11. Konstantna i promjenljiva osjetljivost

Pokretljivost

- Pokretljivost mjernog sustava je određena pragom, odnosnoveličinom promjene ulaznog signala koja će dovesti do inicijalnog pomaka. U tom se smislu definira najmanji merni opseg izrazlučivost.

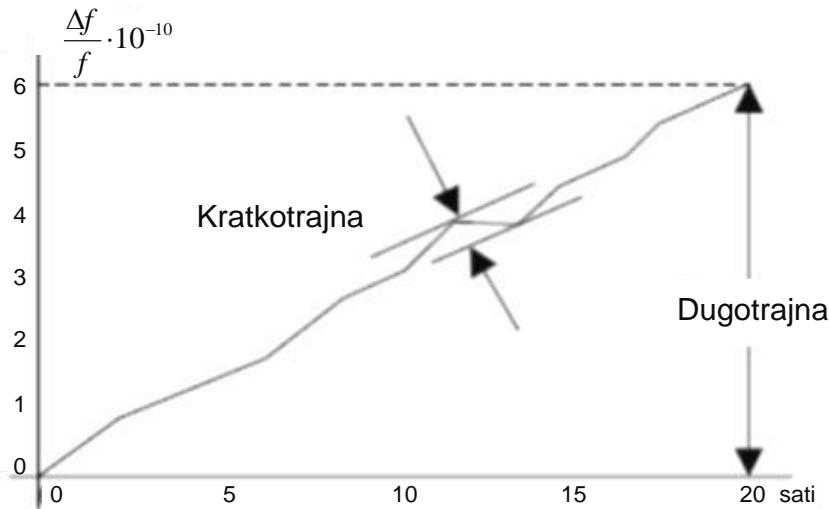
- Primjer

Digitalni voltmeter s četiri brojke najmanjeg mernog područja 100 mV ima pokretljivost:

$$100mV * 1/10000 = 0.01mV$$

Stabilnost

- Stabilnost mernog uređaja definirase u odnosu na razne promjene, ali se prije svega odnosi na promjene u vremenu (sl. 5.12.).
- Dugotrajne mjerne nesigurnosti, npr. $\Delta f/f = 2 \times 10^{-8}$ za godinu dana
- Kratkotrajne mjerne nesigurnosti, npr. $\Delta f/f = 1 \times 10^{-10}$ na 10 sekundi.



Slika 5.12. Dugotrajna i kratkotrajna stabilnost

Ponovljivost

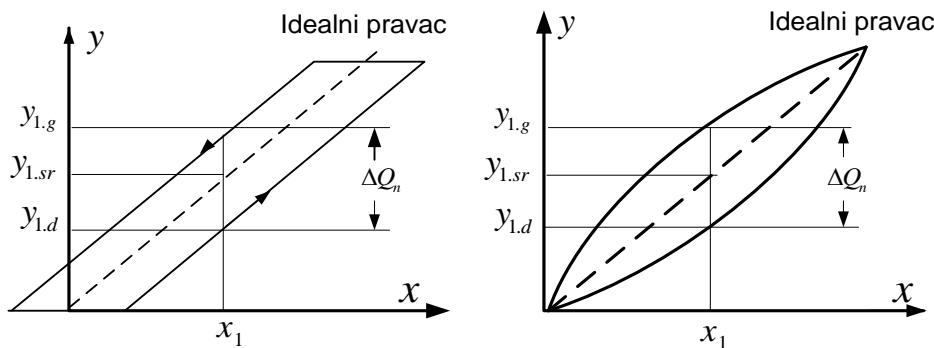
- Pri analizi ponovljivosti promatramo mjeru nesigurnostkoja se dobiva kada na ulaz dovodimo vrlo precizno istuvrijednost:

$$\frac{x - x_{\min}}{x_{\max}} \cdot 100$$

Histereza

- Histereza je pojava koja dovodi do neponovljivog pokazivanja instrumenta u ovisnosti o načinu promjena ulazne veličine pri mjerenu.
Mjera histereze je maksimalna razlika izlaznih vrijednosti koje sedobivaju za istu ulaznu vrijednost:

$$G_H = \frac{y_g - y_d}{y_{\max}} \cdot 100$$

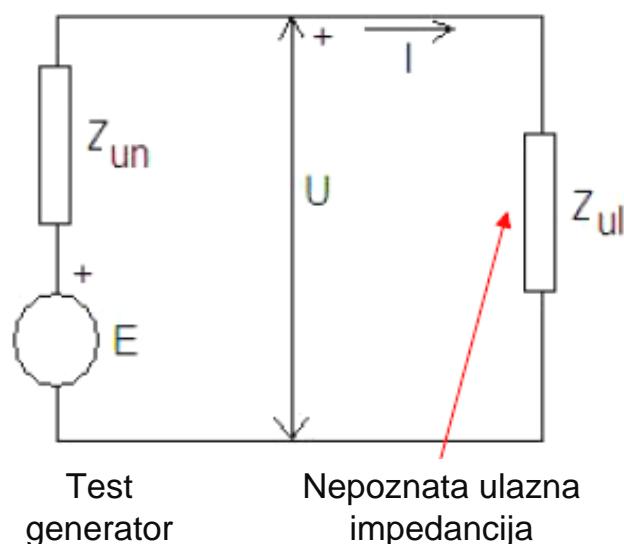


Slika 5.13. Utjecaj histereze na pokazivanje instrumenta

Pokazivanje instrumenta je veće pri smanjivanju u odnosu napokazivanje pri povećavanju mjerene veličine za istu vrijednost mjerne veličine!

Ulagna i izlazna impedancija

- Pri mjerjenjima u kojima promatramo periodičke signale, a i pri drugim mjerjenjima u kojima je ulazni signal promjenljiv definira se pojam ulazne impedancije uređaja za mjerjenje i izlazne impedancije materijalizirane mjere. Shema mjerjenja prikazana je na slici 5.14.



Slika 5.14. Mjerjenje ulazne impedancije

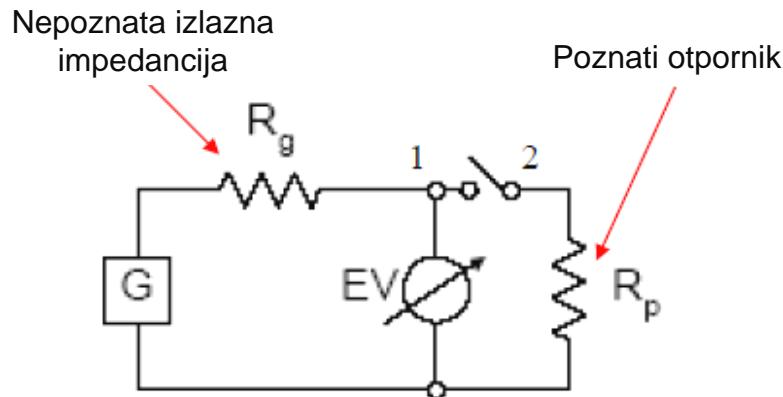
- Mjerena struja i mjereni napon su funkcija unutarnje impedancije izvora, priključene impedancije i efektivne vrijednosti ulaznog signala.

$$U = \frac{EZ_{ul}}{Z_{ul} + Z_{un}}$$

$$I = \frac{E}{Z_{ul} + Z_{un}}$$

Nepoznata izlazna impedancija generatora:

$$R_g = R_p \frac{U_1 - U_2}{U_2}$$



Slika 5.15. Mjerenje izlazne impedancije

Dinamičke karakteristike mjernih instrumenata

Model instrumenta, tj. matematički izraz kojipovezuje ulaz i izlaz, može se aproksimirati linearnom kombinacijom izvoda ulaznog signala:

$$\sum_{i=1}^n a_i \frac{d^i y}{dt^i} = b_0 x$$

Ulaz (mjerena veličina): x

Red "n" određuje red prijenosne funkcije mjerena.

- Za $n = 0$ (nulti red prijenosne funkcije mjerena):

$$y = \frac{b_0}{a_0} x$$



Gdje je koeficijent $\frac{b_0}{a_0}$ **statička osjetljivost**.

- Za $n=1$ (prvi red prijenosne funkcije mjerena):

$$\frac{a_1}{a_0} \cdot \frac{dy}{dx} + y = \frac{b_0}{a_0} x$$

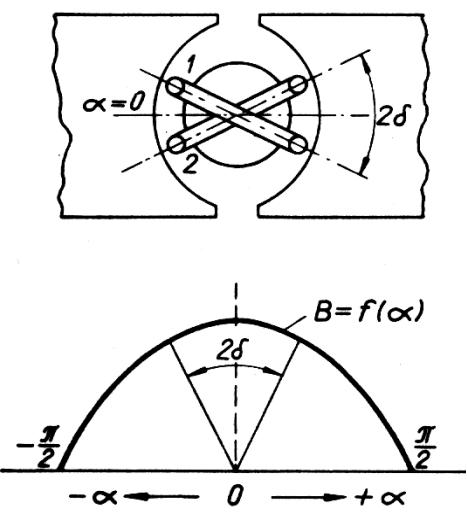


5.3. Vrste mjernih instrumenata

Instrumenti s ukriženim svicima

Ovi instrumenti rade na principu zakretnog momenta i protumomenta koje postižemo pomoću dva čvrsto povezana svitka međusobno zakrenuta za kut 2δ . Svici su smješteni u zračnom rasporu permanentnog magneta. Kad priključimo instrument kroz svitke prolaze dvije struje koje stvaraju momente suprotnih smjerova. Zakretanje α je u smjeru većeg momenta. Zračni raspor je na krajevima širi kako bi kod

određenog kuta zakretanja došlo do izjednačenja sila momenta i protumomenta, što zaustavlja zakretanje (sl.5.16.).



Vrijednosti momenata M_1 i M_2 upravo su razmjerne jakosti struja I_1 i I_2 .

$$M_1 = k_1 \cdot I_1 \cdot f_1(\alpha)$$

$$M_2 = k_2 \cdot I_2 \cdot f_2(\alpha)$$

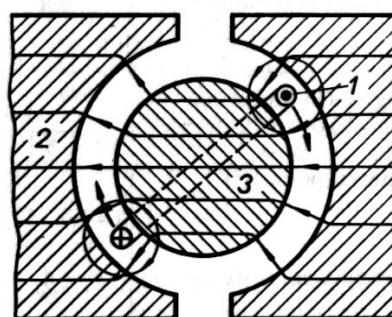
Uvjet ravnoteže :

$$M_1 = M_2, \quad \alpha = f\left(\frac{I_1}{I_2}\right)$$

Slika 5.16. Instrument s ukriženim svicima

Instrumenti s pomičnim svitkom

Na slikama 5.17. i 5.18. prikazana je principijelna izvedba instrumenta. Svitak na pomičnoj jezgri postavljen je u sredini između polova permanentnog magneta na kojima su polni nastavci od mekog željeza. U vrlo malom zračnom rasporu između jezgre i polnih nastavaka djeluje jako magnetsko polje koje dovodi do zakretanja pomične jezgre. Struja na svitak dovodi se kroz spiralna međusobno izolirana pera, koja za funkciju imaju stvaranje protumomenta i vraćanje kazaljke na nulu u isključenom stanju instrumenta.



Slika 5.17. Osnovni dijelovi instrumenta s pomičnim svitkom

1. – pomoći svitak
2. – polovi permanentnog magneta
3. – jezgra od mekog željeza.

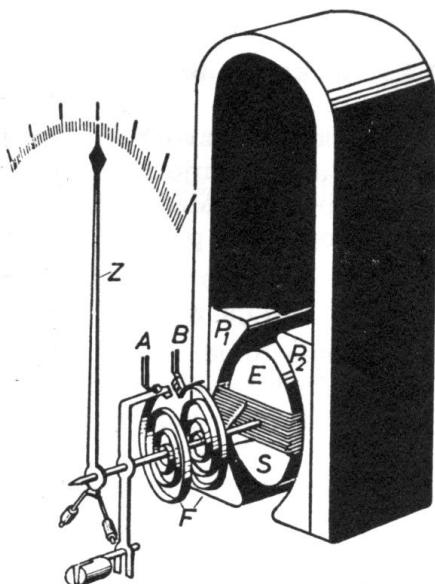
Protjecanjem električne struje kroz svitak stvara se zakretni moment :

$$M_1 = k_1 \cdot I$$

Protumoment spiralnih opruga određen je kutom zakretanja pomične jezgre i konstantom spiralnih pera.

$$M_2 = k_2 \cdot \alpha$$

Uvjet ravnoteže za konstantnu struju :



$$M_1 + M_2 = 0$$

$$k_1 \cdot I = k_2 \cdot \alpha$$

$$I = \frac{k_2}{k_1} \cdot \alpha$$

k_1 - stručna konstanta pomičnog svitka

k_2 - mehanička konstanta spiralnih Pera.

Slika 5.18. Izvedba instrumenta

Otklon na instrumentu s pomičnim svitkom razmjeran je dakle struji / pomičnog svitka, odnosno skala instrumenta je linear. Konstantu k_1 nazivamo stručnom konstantom.

Instrument s pomičnim svitkom i permanentnim magnetom, vidljiv na slici 5.18., sastoji se od jakogpotkovičastog magneta na kojem su polni nastavci (P_1 i P_2). Između polova nalazi se jezgra (E) u obliku valjka od mekog željeza. Zračni raspor se odabire tako da unjemu vlada snažno, praktički homogeno magnetskopolje, tj. da je u zračnom rasporu magnetska indukcija stalna. Što je veća indukcija u zračnom rasporu to se povećava osjetljivost instrumenta. U tom zračnom rasporu između polnih nastavaka i jezgre nalazi se lagani aluminijski okvir koji se može okretati oko osovine.

Instrument sa zakretnim svitkom i permanentnim magnetom upotrebljivi su samo za mjerjenja istosmjernih struja, jer jesamo pri istosmjernoj struci moguće dobiti miran otklon. Kod izmjenične struje, zakretni moment koji otklanja svitak mijenja smjer u

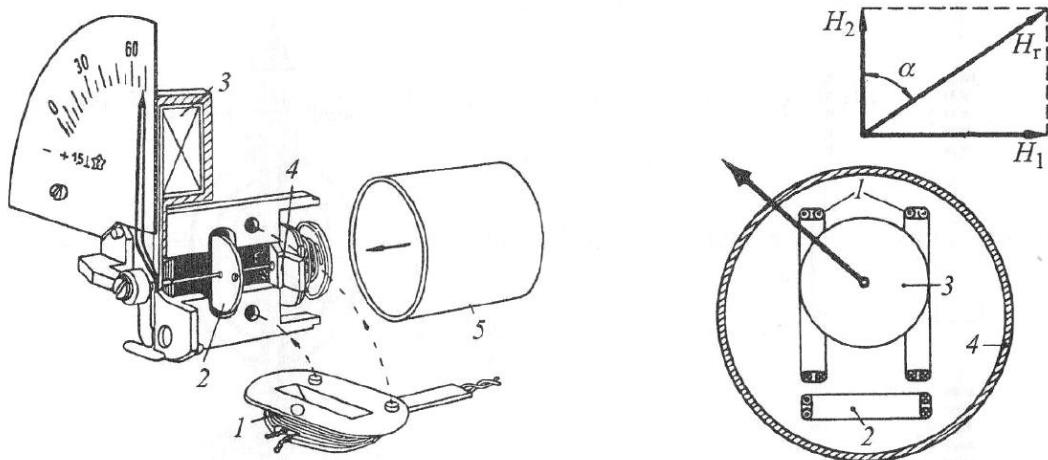
svakopoluperiodi, a pomični organ ne može slijediti tako brze promjene smjera pa ostaje u nultom položaju. Ovi instrumenti mogu se graditi s tako velikom osjetljivošću da mogu služiti kaogalvanometri za mjerjenje vrlo slabih struja i napona, jer se odlikuju vrlo malom vlastitom potrošnjom.

Instrumenti s pomičnim svitkom i permanentnim magnetom zbog dobrih svojstava od kojihvalja istaknuti linearnost skale, koriste se danas kao indikatori kod različitih elektroničkih instrumenata i kao zasebni instrumenti ("obični" univerzalni instrumenti). Posebno treba istaknuti njihovu upotrebu kao nul-indikatora, tj. kao instrumenata na kojima očitavanje treba podesiti nanulu. Kod nul-indikatora nulti položaj kazaljke je u sredini skale.

Instrumenti s pomičnim magnetom

Razvoj magnetskih materijala omogućio je primjenu instrumenata s pomičnim magnetom u suvremenoj mernoj tehnici. Najveća prednost im je u jednostavnosti izvedbe (sl. 5.19.). U obliku okrugle pločice poprečno je postavljen magnet od kvalitetnog tvrdog magnetskog materijala koji se giba u polju dvodijelnog nepomičnog svitka u okruženju cilindričnog željeznog plašta.

Za razliku od instrumenta s pomičnim svitkom, ovaj tip instrumenta je nešto manje osjetljiv, ali se ističe manjom osjetljivošću na preopterećenje (merna struja ne prolazi kroz pokretne dijelove), što je važno za pogonske instrumente. Niska točnost (klasa1) i niska cijena na tržištu.



- | | |
|---|--|
| 1. Svitak kroz koji protječe mjerena struja
2. Pokretni magnet
3. Lopatica za zračno prigušenje
4. Nepokretni magnet
5. Zaštitni željezni oklop | 1- Svitak kroz koji protječe struju I_1
2- Svitak kroz koji protječe struju I_2
3- pokretni magnet
4- Zaštitni željezni oklop |
|---|--|

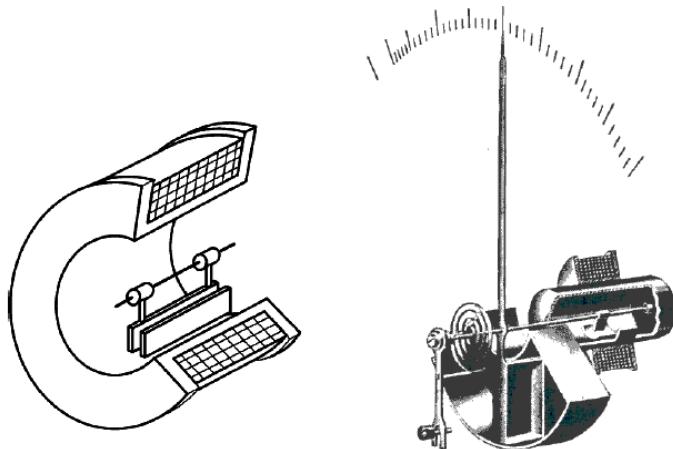
Slika 5.19. Instrument s pomičnim magnetom

Otklon ovisi o konstanti i kvadratu struje

$$\alpha = k \cdot i^2 t g \propto = k \frac{I_1}{I_2}$$

Instrumenti s pomičnim željezom

Izvedba s koncentričnim listićima prikazana je na slici 5.20.



Slika 5.20. Izvedba instrumenta s pomičnim željezom

Kao što se vidi, unutrašnjost svitka je koncentrično smještena u dva željezna listića na međusobnoj udaljenosti od 1 mm. Prvi listić (k_1), koji je obično pravokutnog oblika pričvršćen je na os te se može zakretati, dok je drugi (k_2) stalno pričvršćen na tijelo svitka. Protjecanjem električne struje stvara se magnetsko polje koje magnetizira istodobno oba listića istoimeno što dovodi do međusobnog odbijanja listića. Pomični listić se zakrene, a kazaljka otkloni. Budući da odbojna sila između listića raste s kvadratom struje skala će biti kvadratična.

Kod izmjenične struje aktivni moment je razmjeran efektivnoj vrijednosti.

$$M_1 = \frac{1}{2} \frac{dL}{d\alpha T} \frac{1}{T} \int_0^T i^2 dt = \frac{1}{2} \frac{dL}{d\alpha} I^2$$

Karakterističan je po tome što mjeri efektivnu vrijednost neovisno o valnom obliku. Ima veliku preopterećenost (nema zakretnih dijelova koji vode struju), dok na točnost utječu histereza, vrtložne struje i nelinearnost krivulje magnetiziranja kod izmjeničnih veličina.

Instrumenti s pomičnim željezom upotrebljavaju se posebno kao pogonski i ugradni instrumenti za rasklopne ploče. Njihov utrošak iznosi od 1 do 5 VA, a u nekim slučajevima i do 10 VA. Pored ove izvedbe radi se i u izvedbi s radikalnim listićima.

Kvalitetniji materijali omogućili su izvedbe ovih instrumenata i u klasi 0.2, pa čak i u klasi 0.1.

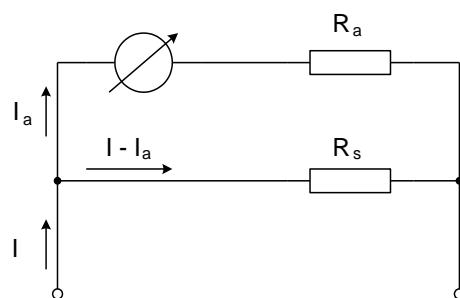
5.4. Proširivanje mjernog opsega instrumenta

Otklon instrumenata s pomičnim svitkom ovisi o istosmjernoj struci koja teče kroz njihov pomični svitak. Ta jestrujavrlomala i rijetko je potrebno više od 20 [mA] kako bi se postigao pun otklon instrumenta. Međutim, mjerni opseg instrumenta može se povoljni proširiti upotrebom paralelno spojenih otpornika (shuntova). Instrumenti s pomičnim svitkom omogućavaju i mjerena istosmjernih napona, jer se mjerene napone može uz pomoć Ohmova zakona svesti na mjerene struje. Tu se odgovarajući mjerni opseg postiže pomoću predotpornika.

Proširivanje strujnog mjernog opsega

Proširivanje strujnog mjernog opsega instrumenta s pomičnim svitkom postiže se shuntiranjem tako da samo jedan dio mjerene struje teče kroz svitak. Pri tome se ne smije izravno shuntirati svitak instrumenta jer je otpornost njegova bakrenog namota temperaturno promjenljiva. Zato se userijusasvitkomdodajekompenzacijiskotpornikodotpornogmaterijala čiji set temperaturenkoeficijentmože zanemariti takodatpornostteserijskekombinacijebud etemperaturnoneovisna.

Neka je R_a otpornost svitka, unutarnja otpornost instrumenta i predotpornika, a I_a struja kroz instrument. Kako bi bilo moguće mjeriti struju I koja je veća od struje I_a , potrebno je paralelno instrumentu spojiti shunt otpornosti R_s kao što je pokazano na slici 5.21.



Slika 5.21. Proširenje mjernog opsega ampermetera

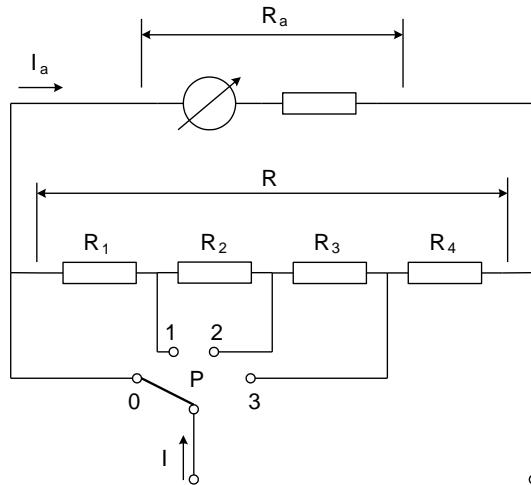
Na temelju jednakosti napona paralelne veze otpornika:

$$I_a R_a = (I - I_a) R_s,$$

dobiva se vrijednost otpornosti shunta:

$$R_s = \frac{R_a I_a}{I - I_a}.$$

U praksi se u velikom broju koriste ampermetri s više mjernih opsega, čiji se mjerni opseg mijenja okretanjem jednopolne preklopke. Tada se upotrebljava višestruki shunt kao na slici 5.22.



Sl. 5.22. Ampermetar sa četiri strujna mjerna opsega

Pomoću instrumenta čija je struja I_a , a unutarnja otpornost R_a , potrebno je postići mjerne opsege: I_0, I_1, I_2 i I_3 . Neka je:

$$I_0 = n_0 I_a, \quad I_1 = n_1 I_a, \quad I_2 = n_2 I_a, \quad I_3 = n_3 I_a.$$

Postavljanjem preklopke u položaj 0, tj. uključivanjem najmanjeg mernog opsega I_0 , paralelno sa instrumentom priključena je otpornost:

$$R = R_1 + R_2 + R_3 + R_4.$$

Na osnovi jednakosti napona te odnosa najmanjeg mernog opsega I_0 i struje, kroz instrument I_a dobiva se:

$$R = \frac{I_a R_a}{I_0 - I_a} = \frac{R_a}{n_0 - 1}.$$

Postavljanjem preklopke u položaj 1, serijski je s instrumentom spojen otpornik otpornosti R_1 , a s njim paralelno otpornici R_2, R_3 i R_4 :

$$(R_1 + R_a)I_a = (R - R_1)(I_1 - I_a),$$

$$R - R_1 = \frac{(R_1 + R_a)I_a}{I_1 - I_a} = \frac{(R_1 + R_a)I_a}{n_1 I_0 - I_a} = \frac{(R_1 + R_a)I_a}{n_1 n_0 I_a - I_a},$$

odnosno:

$$R - R_1 = \frac{R_1 + R_a}{n_1 n_0 - 1}.$$

dobiva se:

$$R - R_1 = \frac{R_1 + R(n_0 - 1)}{n_1 n_0 - 1},$$

$$\frac{R_1(1 - n_1 n_0) - R_1}{n_1 n_0 - 1} = \frac{R(n_0 - 1) - R(n_1 n_0 - 1)}{n_1 n_0 - 1},$$

Ili poslije sređivanja:

$$R_1 = R \left[1 - \frac{1}{n_1} \right].$$

Istim postupkom moguće je dobiti i relacije za ostale položaje prekidača. Dakle, vrijednosti su otpornika shunta:

$$R_2 = R \left[\frac{1}{n_1} - \frac{1}{n_2} \right],$$

$$R_3 = R \left[\frac{1}{n_2} - \frac{1}{n_3} \right],$$

$$R_4 = \frac{R}{n_3}.$$

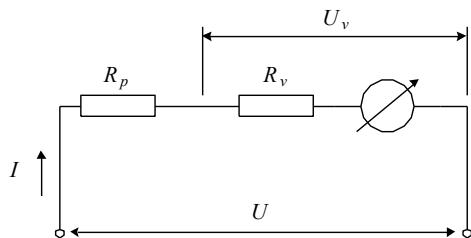
Najveći napon na shuntu dobiva se kada je uključen najveći mjerni opseg, tj. za položaj 3 preklopke P. Taj napon iznosi:

$$U = I_v(R_v + R - R_4) = I_v \left[R_v + \frac{R_v}{n_0 - 1} - \frac{1}{n_3} \cdot \frac{R_v}{n_0 - 1} \right] = I_v R_v \left[\frac{n_0 n_3 - 1}{n_3 (n_0 - 1)} \right].$$

Ako je omjer n_0 blizu jedinice, znatno će se povećati napon na paralelnim otporima kod većih mjerne opsega.

Proširivanje naponskog mjernog opsega

Proširivanje naponskog mjernog opsega postiže se spajanjem predotpora R_p u seriju sa svitkom instrumenta, kao na slici 5.23., pa je:



Slika 5.23. Proširivanje naponskog mjernog opsega.

$$\frac{U - U_v}{R_p} = \frac{U_v}{R_v},$$

$$R_p = R_v \frac{(U - U_v)}{U_v},$$

gdje je R_v unutarnja otpornost voltmetra, U_v napon na instrumentu, a U napon koji se mjeri.

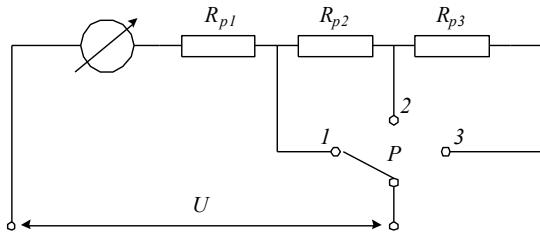
Odnos R_v/U_v naziva se *karakterističnom otpornošću* voltmetra. To je otpornost predotpornika kojom se postiže povećanje mjernog opsega voltmetra za 1 volt. Jednaka je recipračnoj vrijednosti struje voltmetra pri punom otklonu. U uobičajenim izvedbama iznosi od 10^2 do 10^5 [Ω/V].

Pomični svitak je redovito izrađen od bakrene žice, pa porast temperature za 1 [$^\circ C$] izaziva povećanje njegova otpora za oko 0,4 [%]. Ako bi se kod mjerena malih napona priključio svitak izravno na mjereni izvor napona, struja svitka i otklon kazaljke zavisili bi ne samo od mjerene napona, već i od temperature svitka. Utjecaj promjene temperature tada iznosi:

$$p_t \% = -\frac{\alpha \cdot \Delta \vartheta \cdot R_{sv}}{R_p + R_{sv}(1 + \alpha \cdot \Delta \vartheta)} \cdot 100,$$

gdje je α temperaturni koeficijent otpornosti R_{sv} svitka, a $\Delta \vartheta$ promjena temperature. Stoga pri mjerenu napona treba uvijek dodati predotpornik koji nije temperaturno zavisno (ili ima negativan temperaturni koeficijent). Ako se zahtijeva da promjena temperature od 10 [$^\circ C$] ne utječe više od 0,2 [%], potrebno je dodati temperaturno nezavisni predotpornik čija je otpornost 19 puta veća od otpornosti svitka namotanog bakrenom žicom. Posebnim spojevima prema Swinburnu ili Campbelлу može se temperaturni utjecaj otkloniti sa znatno manjim predotpornikom.

Kod voltmetara s više mjernih opsega najčešće se više predotpornika spaja u seriju i pomoću preklopke bira odgovarajući mjerni opseg kao na slici 5.24.



Slika 5.24. Voltmetar sa više naponskih mjernih opsega

Uz pomoć instrumenta koji ima napon U_v i unutarnju otpornost R_v potrebno je postići mjerne opsege U_1 , U_2 i U_3 .

Neka je:

$$U_1 = n_1 U_v, \quad U_2 = n_2 U_v, \quad U_3 = n_3 U_v.$$

Postavljanjem preklopke u položaj 1 u seriju s instrumentom spojen je predotpornik R_{p1} , čija je otpornost prema izrazu (12):

$$R_{p1} = R_v \frac{U_1 - U_v}{U_v} = R_v \frac{n_1 U_v - U_v}{U_v} = R_v (n_1 - 1).$$

Istim postupkom dobivamo izraze i za ostale položaje prekidača, pri čemu je za položaj 2 prekidača:

$$R_{p1} + R_{p2} = R_v (n_2 - 1),$$

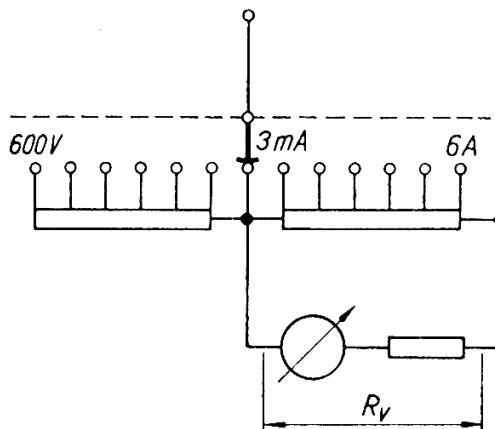
$$R_v (n_1 - 1) + R_{p2} = R_v (n_2 - 1),$$

$$R_{p2} = R_v (n_2 - n_1),$$

odnosno za položaj 3:

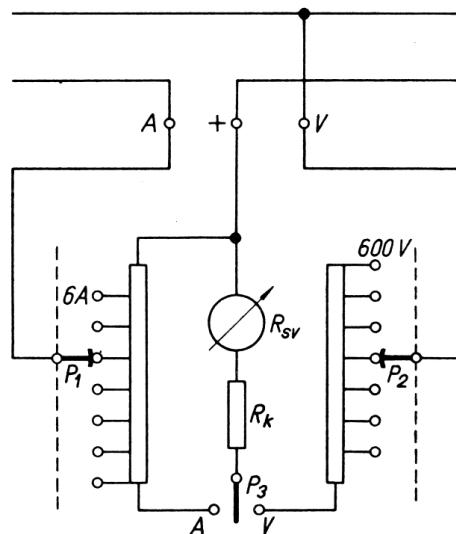
$$R_{p3} = R_v (n_3 - n_2).$$

U praksi se često koriste višestruki instrumenti s više naponskih i strujnih mjernih opsega. Promjena mjerog opsega i ovdje se obavlja pomoću jednopolne preklopke (slika 5.25.).



Slika 5.25. Shema višestrukog instrumenta sa sedam strujnih mjernih opsega

Često se koristi i rješenje prema slici 5.26. gdje je predviđena posebna preklopka za strujne, a posebna za naponske mjerne opsege. Mjereni napon se priključuje na stezaljke + i V, a mjerena struja na stezaljke + i A. Okretanjem preklopke P_3 prema položaju A ili V prebacuje se instrument na mjerjenje struje ili napona. Prebacivanje ove preklopke moguće je i pod opterećenjem jer se prebacuje samo pomični svitak instrumenta kompenzacijskim otpornikom, dok tok struje ostaje neprekinut. Na taj je način omogućeno gotovo istodobno mjerjenje struje i napona nekog potrošača uz pomoć samo jednog instrumenta.



Slika 5.26. Shema višestrukog instrumenta za mjerjenje struje i napona pod opterećenjem

Napretkom tehnologije i dobivanjem vrhunskih materijala danas se i analogni instrumenti izrađuju etalonske klase točnosti za visoke frekvencije. Primjer vrlo točnog nanovoltmetra s nulom na sredini skale, razlučivosti 0.1 nV, rabi se za mjerjenje vrlo malih napona i naponskih razlika (termonaponi, usporedbe vrhunskih naponskih etalona itd...) pokazan je na slici 5.37.

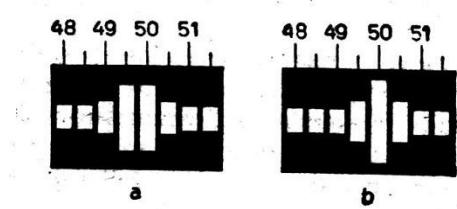


Slika 5.27. Vrhunski analogni vrlo točni nanovoltmetar

5.5. Vibracijski instrumenti

Ako mehanički sustav koji može titrati dovedemo u stanje titranja, onda on titra s frekvencijom izvora koji je prouzročio njegovo titranje. Kod vibracijskih instrumenata, mehaničko titranje izazivamo izmjeničnom električnom strujom. Općenito, ovakvo titranje bit će slabo, ali ako mehanički sustav titra u rezonanciji s izvorom izmjenične struje, titranje će biti mnogo jače. Ovu pojavu koristimo za mjerjenje frekvencije (frekventmetri) ili kod vibracijskih galvanometara.

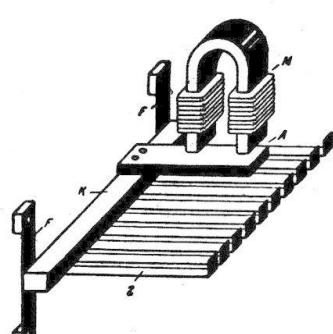
5.5.1. Frekventmetri s jezičcima



Mjerna skala frekventmetra s jezičcima razlikuje se od ostalih skala, pokazano na sl. 5.28. Uočavamo da je to jedan izrez kroz koji vidimo zastavice koje se nalaze na krajevima titrajnih jezičaka. Izrez mora biti dovoljno širok da jezičci mogu nesmetano titrati. Vrijednosti na skali označavaju frekvenciju kojom jezičak titra.

Slika 5.28. Frekventmetar s jezičcima

Mjerni sustav frekventmetra sastoji se od niza čeličnih pera (jezičaka) čiji je jedan kraj učvršćen na zajednički držač (sl. 5.29.) Drugi kraj je slobodan i može titrati. Svaki jezičak je mehanički ugođen da titra na točno određenoj frekvenciji. Razlika titranja svakog jezička je obično svakih 0.5 Hz.



Neposredno uz jezičke smješten je elektromagnet koji uzbudjuje cijeli titrani sustav kada se napaja izmjeničnom strujom. Ovo titranje cijelog sustava ima tako malu amplitudu da se jedva može primijetiti. Međutim, jezičak koji je ugođen na frekvenciju izvora titrat će vrlo jako te ćemo lako odrediti koja je to vrijednost. Često se upotrebljavaju frekventmetri s dva mjerna sustava koji služe za sinkronizaciju kod uključivanja novih izvora u rad postojeće mreže. Preciznost frekventmetara obično je u razredu 0.5.

Slika 5.29. Izvedba instrumenta

5.5.2. Vibracijski galvanometri

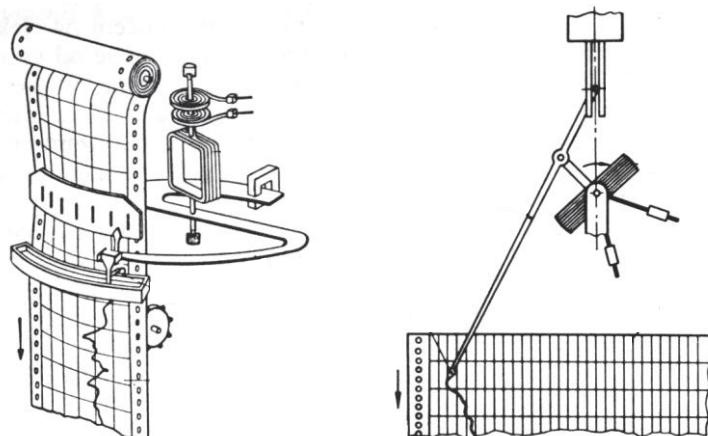
Za razliku od instrumenata koje smo do sada opisivali, vibracijski galvanometar ne pokazuje vrijednost mjerene veličine, on nam služi kao indikator. Vibracijski galvanometar nemastalni otklon mjernog organa, pomični organ titra u taktu izmjenične struje. Kako bi osjetljivost bila što veća on titra u rezonanciji s mjerrenom strujom, čime se znatno povećava amplituda titranja. Kod svih vibracijskih galvanometara pomični organ je snabdjeven zrcalom koje upadnu svjetlosnu zraku odbija na mjernu skalu postavljenu na prikladnoj udaljenosti. Kada priključimo galvanometar, pomični organ počinje titrati frekvencijom izmjenične struje. Svjetlosna zraka koja se odbija od zrcala isto tako titra i ovisno o veličini titranja na zaslonu ostavlja širu ili užu svjetlosnu prugu. Dalje postupamo kao u svakoj nul-metodi, gdje nam galvanometar služi kao nul-instrument (na primjer u mjernom mostu treba mijenjati otpore u granama mosta sve dok kroz instrument ne prestane protjecanje struje. To se očituje tako što se na skali svjetla pruga pretvori u usku crtu, što znači da pomični organ miruje. U posljednje vrijemesve seviše koriste elektronički indikatori koji su mnogo podesniji.

5.5.3. Registracijski instrumenti

Omogućuju nam registriranje mjerena u ovisnosti o vremenu. Iz nacrtanih krivulja možemo sastaviti dijagrame opterećenja, pratiti promjene napona, frekvencije i sl. Kao registracijski instrument možemo upotrijebiti svaki mjerni sustav takođe se kazaljka mora opremiti odgovarajućim pisačem. U osnovi, ovakve instrumente dijelimo na linijske i točkaste. Kod točkastog pisača nema klizanja po podlozi, pa nema ni povećanog trenja. Obično ga koristimo za osjetljive mjerne sustave. Linijski se pisač priljubljuje na papir i crta neprekinitu liniju. Zbog trenja o papir potreban je veći zakretni moment mjernog sustava, što umanjuje osjetljivost. Za pomicanje trake koriste se sinkroni motori.

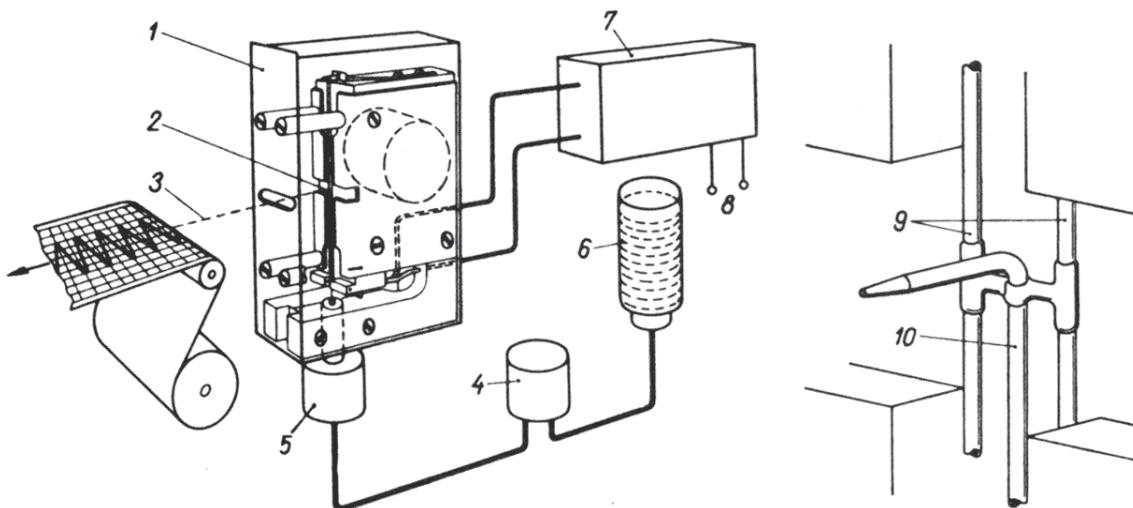
5.5.4. Oscilografi

Služe za registriranje mjernih veličina koje se vrlo brzo mijenjaju. Izvedbe s materijalnim pisačem samo do 150 Hz, zbog tromosti pomičnog organa i trenja pisača o podlogu./sl. 5.33). Mjerni sustav oscilografa obično je s pomičnim svitkom, gdje je na svitak pričvršćen pisač koji kliže po podlozi na kojoj ocrtava mjerenu pojavu.



Slika 5.33. Registracijski instrumenti

Za brže promjene koristimo oscilografe s tekućinskim mlazom i svjetlosne oscilografe. Na slici 5.34. prikazan je oscilograf s tekućinastim mlazom. Bilježi promjena do 1 kHz. Pomični organ sastoji se od uske petlje napete između polova jakog el.magneta. Kada kroz petlju teče struja, ona se zakreće zbog djelovanja magnetskih sila. Na petlji je učvršćen svinuti kraj tanke kapilare koja završava sapnicom.

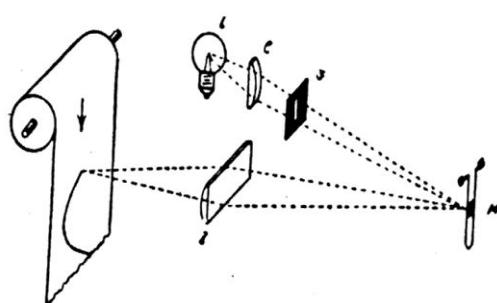
*Slika 5.34. Oscilograf s tekućinskim mlazom (cjelokupni principijelni prikaz i sapnica povećana otprilike 20 puta)*

Na prikazu je 1 merni sustav, 2 je sapnica, 3 je tekućinski mlaz, 4 je pumpa, 5 je filter, 6 je spremišta tinte, 7 je pojačalo, 8 je ulaz pojačala, 9 je petlja, a 10 je kapilara.

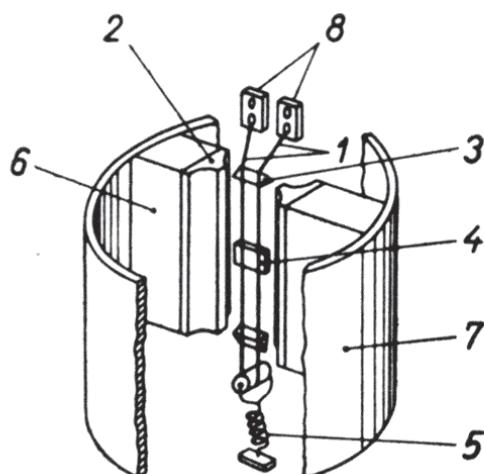
Drugi kraj je vezan za pumpu koja usisava tintu i pod pritiskom je tiska prema sapnici. U jedan uređaj može biti ugrađeno više mjernih sustava tako da se registrira više pojava.

Kod svjetlosnih oscilografa svjetlosna zraka u obliku sitne svjetle mrlje pada na foto papir ili film brzinom promjena mjerene veličine. Nakon razvijanja filma pojavi se tamni trag mjerene pojave. Princip rada svjetlosnog oscilografa vidi se na slici 5.35.

Svetlosna zraka iz izvora prolazi kroz sabirnu leću i otvor na zaslonu i pada na zrcalo mjerne petlje. Zrcalo odbija zraku tako da ona prolazi kroz drugu sabirnu leću koja je opet združuje i pada na fotografski papir u obliku jako svjetle točke. Kako pomični, tj. titrajni organ titra, tako titra i svjetla točka te ostavlja trag titranja na pokretnom papiru. Svjetlosni oscilografi se koriste za frekvencije do frekvencije do 12000 Hz.

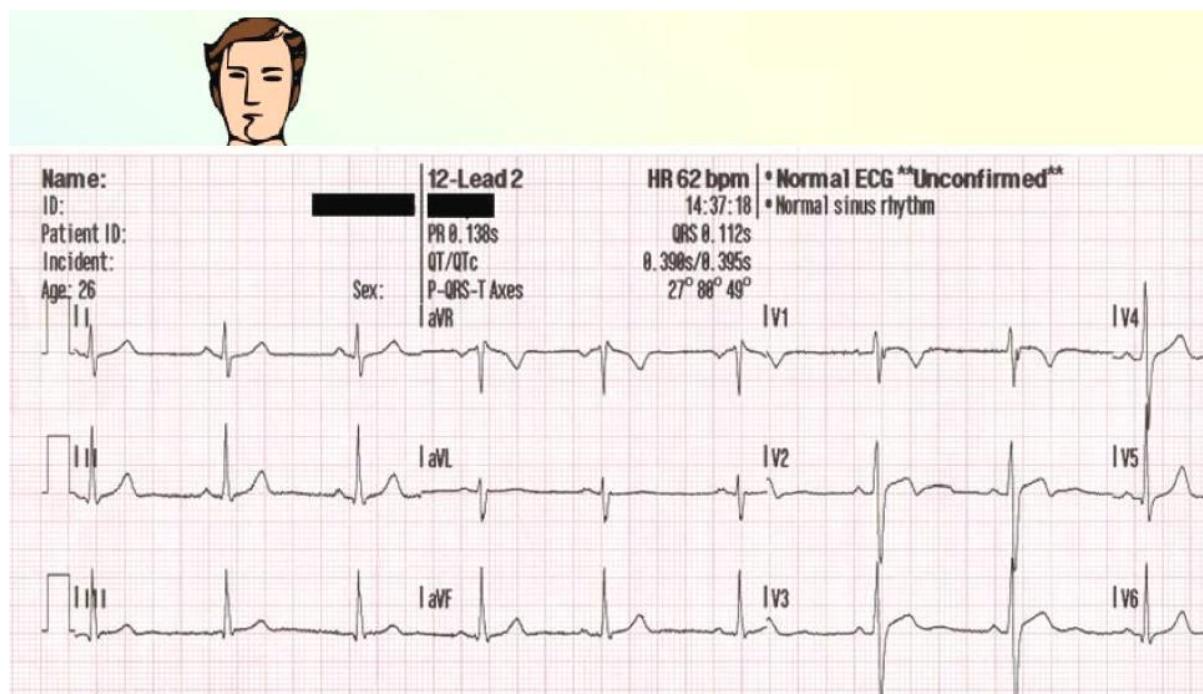
*Slika 5.35. Svjetlosni oscilograf.*

Uz mjerne sustave u svjetlosne oscilografe ugrađuje se jedno ili više svjetlosnih zrcala od kojih se odbija svjetlosna zraka pa se pomoću njih može označavati nulta crta ili neka druga referentna vrijednost. Za označavanje brzine tj. označavanje vremenske baze ugrađuje se titrajni jezičac (sl. 5.36.) ili elektronički titrajni krug, koji upravlja svjetlosnu zraku da na rubu registracijske trake označava impulse poznate frekvencije (obično 50 ili 500 Hz).



Slika 5.36. Skice titrajuće petlje kod svjetlosnog oscilografa

Primjena u medicini(sl. 5.37.).

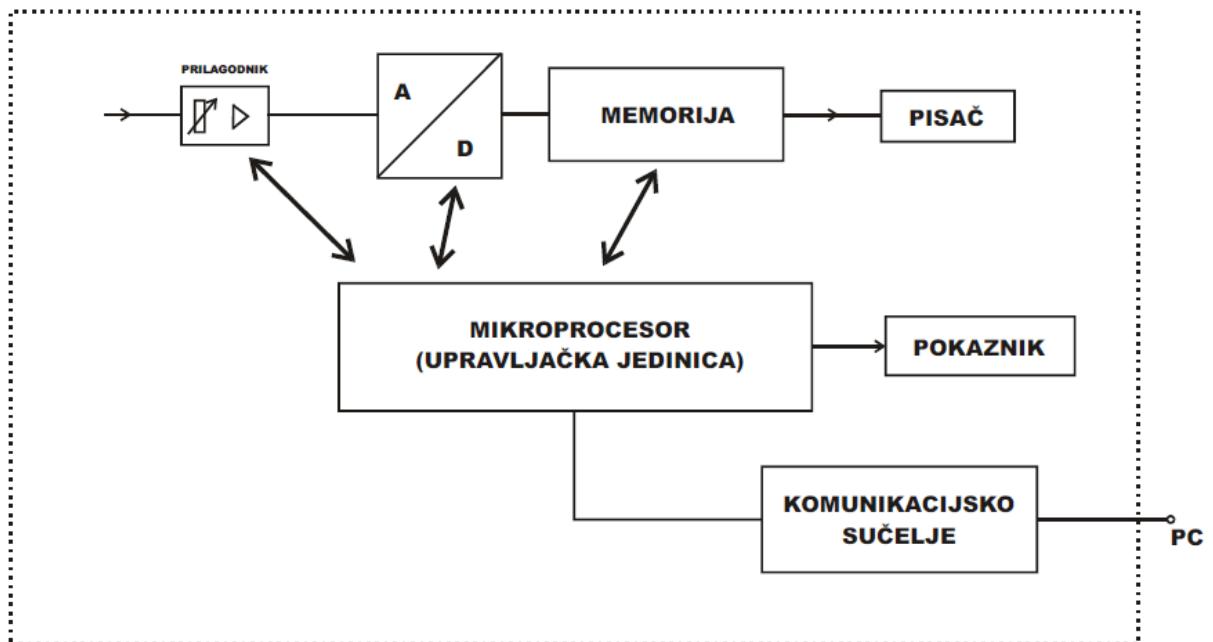


Slika 5.37. EKG snimanje rada srca

5.6. X-Y elektronički zapisni instrumenti

Kod ovih zapisnih instrumenata papir je nepokretan i pisaljka se giba po X – Yosi. Kretanjem pisaljke upravljaju dva sustava pojačala servo motora i linearog potenciometra – jedan u X, drugi u Y smjeru. Granične pogreške su oko 0.2%, ali su ti instrumenti dosta spori.

Danas prevladavaju digitalni zapisni uređaji (sl. 5.38) koji imaju pokaznik u boji, memoriju za pamćenje podataka, pisač za zapis na papirnu traku (za zapis u realnom vremenu, ali i za naknadno zapisivanje, jer ima memoriju), priključak za računalo, obrada snimljenih signala, mogućnost startanja prikupljanja podataka okidnim impulsom.

*Slika 5.38. Blok shema digitalnog zapisnog instrumenta*

6. OSCILOSKOP

Uvod

Za registriranje mjereneh veličina koje se vrlo brzo mijenjaju, služe brojne i različite izvedbe oscilografa. Izbor odgovarajuće izvedbe uvjetovan je prije svega frekvencijom mjerene veličine, jer od nje mora biti barem dva puta veća frekvencija pomicnog organa mjernog sustava. Izvedba oscilografa koja omogućiva snimanje pojava čija je frekvencija i preko 100[MHz] naziva se osciloskop. Osciloskopima obično nazivamo oscilografe s katodnom cijevi, gdje mlaz elektrona slijedi praktički bez vremenskog zaostajanja trenutne vrijednosti mjerene veličine. Sliku mjerene pojave emitira tanak snop brzih elektrona koji udara na fluorescentni zastor katodne cijevi. Snop se otklanja djelovanjem električnih ili magnetskih polja i slijedi njihove promjene sve do najviših frekvencija. Danas su ravnomjerno zastupljeni analogni i digitalni osciloskopi, (sl. 6.1.) tako da najčešće u jednom uređaju imamo obje mogućnosti (analogni i digitalni).



Slika 6.1. Analogna i digitalna izvedba osciloskopa

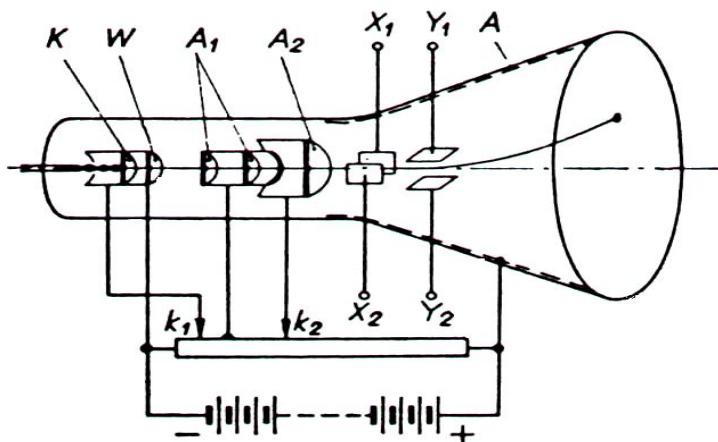
6.1. Princip rada osciloskopa

Osnovni je dio osciloskopa katodna cijev. Katodna cijev ima sljedeće osnovne elemente :

- neizravno grijanu katodu koja stvara slobodne elektrone;
- elektronsku optiku koja snop elektrona fokusira upravo na zastoru i omogućava dobivanje oštretre slike;
- sustav za otklanjanje elektronskog snopa;

- zastor na koji pada snop elektrona i koji pretvara njihovu kinetičku energiju u svjetlosnu.

Shematski izgled katodne cijevi s elektrostatskim sustavima za otklanjanje prikazan je na slici 6.2.



Slika 6.2. Shematski izgled katodne cijevi

K – katoda

W – wehneltov cilindar

A_1, A_2 – anode

A – anoda za naknadno ubrzanje.

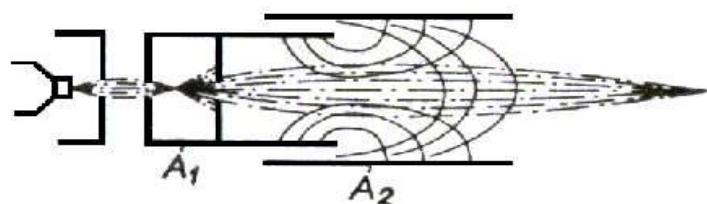
Oblik staklenog balona na početku je cilindričan, zatim se konusno širi i završava blago izbočenim dnom, premazanim s unutarnje strane fluorescentnim slojem. Balon je visoko vakumiran, tako da je unutrašnji pritisak manji od 10^{-6} [mm Hg].

Otklanjanje elektronskog snopa

Sloj za emitiranje postavljen je u okruglom udubljenju katodne površine tako da neizravno grijana katoda K daje snop elektrona koji je već na početku dosta uzak i kružnog presjeka. Neposredno iza katode nalazi se Wehneltov cilindar W, koji ima dijafragmu s okruglim otvorom u sredini. On je na negativnom potencijalu prema katodi (- 20[V] do - 40 [V]) i djelomično primorava elektrone da se sakupe oko osi cijevi.

Glavni zadatak Wehnelova cilindra je da promjenom potencijala prema katodi, pomoću klizača K_1 , mijenja broj elektrona u snopu, tj. svjetlinu mrlje na fluorescentnom zastoru. Dovoljno velikim negativnim potencijalom može se čak spriječiti prolaz elektrona kroz otvor Wehneltova cilindra, tako da nestane svjetla mrlja na fluorescentnom zastoru. Anode A_1 i A_2 , koje se nalaze na pozitivnom potencijalu od nekoliko stotina ili čak tisuća volti, primoravaju elektrone da se kreću

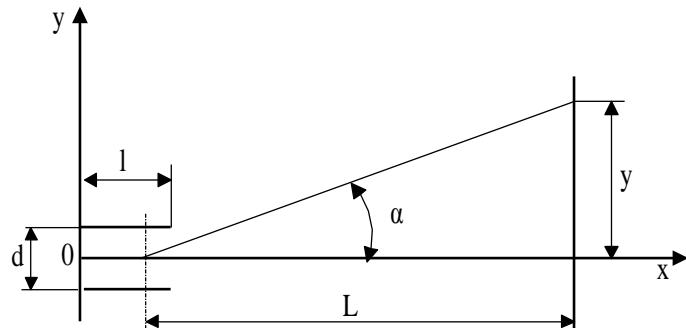
velikom brzinom prema zastoru. Osim toga, anode služe i za koncentriranje elektronskog snopa. Širenje elektronskog snopa nakon prolaska kroz otvor na dijafragmi anode A_1 sprječava se oblikovanjem električnog polja kroz koje prolaze elektroni. Kod prijelaza iz jedne ekvipotencijalne površine u drugu elektronski snop se lomi. Ekvipotencijalne površine između anoda mogu se formirati oblikom anoda njihovom potencijalnom razlikom, tako da se fokus elektronskog snopa dobije upravo na zastoru (Slika 6.3.). Potencijalna razlika između anoda A_1 i A_2 može se fino ugađati klizačem K_2 . Elektroda A je grafitna naslaga na unutarnjoj stijeni konusnog dijela katodne cijevi. Služi za naknadno ubrzavanje elektrona nakon prolaska kroz otklonske pločice.



Slika 6.3. Elektronska optika katodne cijevi

Elektrostatsko otklanjanje elektronskog snopa

Pri otklanjanju elektronskog snopa električnim poljem upotrebljavaju se dva para paralelnih pločica, smještena jedan za drugim u vratu cijevi. Prvi par je postavljen okomito prema drugome. Kad nema potencijalne razlike između otklonskih pločica, elektronski snop prolazi duž osi cijevi i udara u sredinu zastora. Ako je na otklonske pločice međusobnog razmaka d , narinut napon U , dobit ćemo električno polje jačine $E=U/d$. To polje je približno homogeno i okomito na ravninu pločica. Na elektron, čiji je naboj e_0 masa m_0 djeluje sila (Slika 6.4.) :



$$F = e_0 \frac{U}{d} = m_0 \frac{d^2 y}{dt^2}$$

Slika 6.4. Otklon elektronskog snopa

Brzina kretanja elektrona u smjeru osi y :

$$v_y = \frac{dy}{dt} = \frac{e_0}{m_0} \frac{U}{d} t .$$

Kako bi elektron prošao između pločica potrebno je vrijeme $t = \frac{l}{v_x}$, gdje su l dužina pločica a v_x brzina kretanja u smjeru osi K . Brzina elektrona u smjeru osi y , nakon prolaska između pločica dobiva se kao :

$$v_y = \frac{e_0}{m_0} \frac{U}{d} \frac{l}{v_x}.$$

Nagib putanje nakon prolaza između pločica je :

$$\tan \alpha = \frac{v_y}{v_x} = \frac{e_0}{m_0} \frac{U}{d} \frac{l}{v_x^2}.$$

Brzina v_x ovisna je o anodnom naponu U_a :

$$v_x = \sqrt{2 \frac{U_a e_0}{m_0}},$$

pa je onda nagib putanje elektrona :

$$\tan \alpha = \frac{l}{2} \frac{U}{U_a} \frac{l}{d}.$$

Kad je poznat nagib putanje elektrona i udaljenost centra pločica od zastora, može se odrediti otklon y na zastoru :

$$y = L \cdot \tan \alpha = \frac{l}{2} \frac{U}{U_a} \frac{l}{d} \cdot L.$$

Otklon mlaza proporcionalan je naponu na otklonskim pločicama, a obrnuto proporcionalan anodnom naponu. Veći otklon dobiva se dužim pločicama manjim razmakom između njih i većom udaljenošću zastora.

Osjetljivost

Relativna statička osjetljivost S_r otklonskih pločica definira se odnosom otklona y svijetle mrlje i istosmjernog napona U :

$$S_r = \frac{y}{U} = \frac{lL}{2U_a d}.$$

Relativna statička osjetljivost se obično daje u [mm/V] i iznosi 0,1 do 2[mm/V]. U novijim izvedbama mijenja se njena vrijednost s otklonom manje od 2[%]. Dinamička osjetljivost je osjetljivost na izmjeničnoj struji. Ona je sve do najviših frekvencija praktično jednaka statičkoj osjetljivosti. Tek na frekvencijama iznad 100[MHz] utječe vrijeme prolaska elektrona između otklonskih pločica i dinamička se osjetljivost počinje razlikovati od statičke.

Magnetsko otklanjanje elektronskog sklopa

Provodi se pomoću zavojnica čija polja djeluju okomito na snop. Zavojnice se postavljaju uz sam vrat cijevi, obično podijeljene na dva dijela spojena u seriju i simetrično postavljena na obje strane cijevi. Ako je magnetska indukcija proizvedena u tim zavojnicama iznosa B , a brzina elektrona u smjeru X osi iznosa v_x , djelovat će na elektron sila $F = B v_x e_0$, tako da on dobija ubrzanje okomito na os X :

$$a_y = \frac{F}{m_0} = \frac{B \cdot v_x \cdot e_0}{m_0}.$$

Brzina u smjeru osi y ovisit će o vremenu zadržavanja t elektrona u magnetskom polju, odnosno o brzini v_y elektrona u smjeru osi X i dužini l na koji djeluje magnetsko polje:

$$v_y = a_y t = \frac{B \cdot v_x \cdot e_0}{m_0} \cdot \frac{l}{v_x} = \frac{B \cdot l \cdot e_0}{m_0}.$$

Otklon na zaslonu je:

$$y = v_y \frac{L}{v_x} = \frac{B \cdot l \cdot L}{\sqrt{2 \cdot U_a \cdot m_0 \cdot l \cdot e_0}}.$$

Pri elektronskom otklanjanju, otklon je obrnuto proporcionalan anodnom naponu, a pri magnetskom obrnuto je proporcionalan drugom korijenu anodnog napona.

Naknadno uzbudišvanje elektrona

Za snimanje vrlo brzih pojava koje se ne ponavljaju potreban je veliki intenzitet svijetle mrlje, što zahtijeva povećanje snage P elektronskog snopa :

$$P = I \cdot U_a,$$

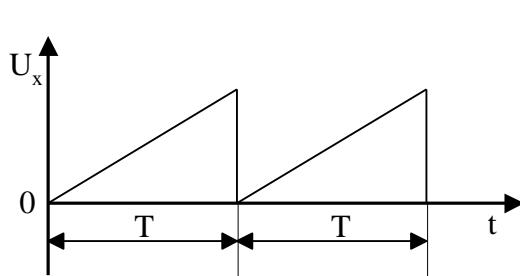
gdje su I struja snopa, a U_a anodni napon. Povećanje snage na račun struje nije povoljno jer se otežava fokusiranje i gubi se na oštrini slike. Struja elektronskog snopa zato obično iznosi samo nekoliko mikroampera. Kako je osjetljivost obrnuto proporcionalna anodnom naponu, njegovo povećanje opet dovodi do smanjenja osjetljivosti. Rješenje je anoda za naknadno ubrzavanje elektrona. Ona se nanosi u obliku vodljivog sloja na konusni dio katodne cijevi. Time se stvara električno polje koje naknadno ubrzava elektrone tako da se osjetljivost relativno malo smanjuje. Promatranje i snimanje pojava koje se ne ponavljaju, a traju manje od $0,1[\mu\text{s}]$, omogućeno je tako što se na anodu za naknadno ubrzavanje dovodi pozitivni napon koji može biti i nekoliko puta veći od napona između katode i anode A_2 , čak $20[\text{kV}]$.

Mogućnost pamćenja slike

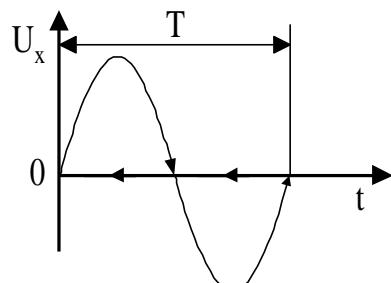
Katodne cijevi s pamćenjem mogu gotovo trajno zadržati sliku na svom zastoru. To je ostvareno primjenom materijala koji, bombardirani snopom elektrona pod određenim uvjetima, emitiraju više elektrona nego što ih bombardiranjem primaju. Ako se ispred zastora katodne cijevi postavi vrlo fina metalna mrežica i na nju nanese dielektrik navedenih svojstava, onda će se on zbog gubitaka elektrona, nabiti pozitivno na mjestima preko kojih je prošao snop elektrona. Pomoću još jedne mrežice na određenom potencijalu te pomoću dodatnih katoda koje obasjavaju dielektrik, može se to stanje održati vrlo dugo. Pri tom, elektroni iz dodatnih katoda prolaze kroz mrežice s navedenim dielektrikom samo na mjestima gdje je ona pozitivno nabijena, dok ih negativno nabijeni dio mrežice odbija. Elektroni koji su prošli mrežicu ubrzavaju se anodom za naknadno ubrzavanje i udaraju u zastor cijevi i to upravo na onim mjestima preko kojih je prije prošao snop elektrona. Takvim i sličnim rješenjima može se u širokim granicama ugađati vrijeme pamćenja i svjetlina upamćene slike, te izvršiti brisanje slika.

Utjecaj primjene pilastog napona

Ako je potrebno promatrati mjereni napon kao funkciju vremena, tada generatorom pilastog napona treba proizvesti napon koji linearno raste i periodično, nakon vremena T , pada od najveće vrijednosti na početnu (slika 6.5.).

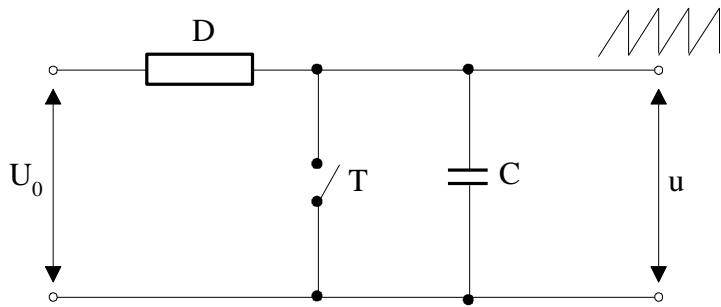


a) pilasti napon



b) sinusni napon

Slika 6.5. Utjecaj pilastog napona



Slika 6.6. Principijelna shema generatora pilastog napona

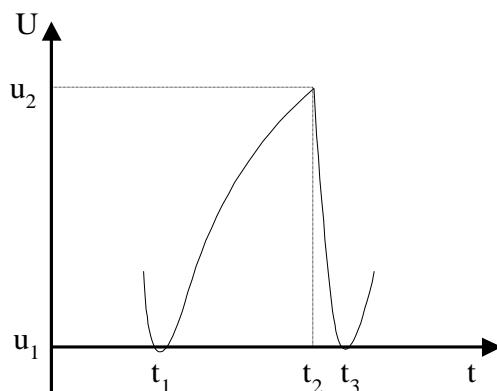
Pilasti napon u osnovi se dobiva pomoću električnog sklopa prikazanog na slici 6.6. U trenutku t_1 kada se sklopka T otvori, počinje nabijanje kondenzatora strujom i njegov napon raste prema jednadžbi :

$$u = \frac{1}{C} \int_{t_1}^{t_2} i \cdot dt .$$

Linearni rast napona na kondenzatoru postižemo konstantnom strujom nabijanja. Konstantnost struje treba osigurati element D. Ako je to običan otpornik konstantnog otpora R , onda napon na kondenzatoru raste po eksponencijalnom zakonu (slika 6.7.) :

$$u = u_0 (1 - e^{-t/R_c}) .$$

Napon na kondenzatoru dostiže u trenutku t_2 određenu vrijednost U_2 , zatvara se sklopka i počinje naglo pražnjenje kondenzatora jer je otpor sklopke mnogo manji od otpora R . Kada u trenutku t_3 padne napon kondenzatora na početnu vrijednost, tipka se ponovo otvori i započinje novi ciklus pilastog napona. Napon izvora treba biti znatno veći od napona U_2 , jer tada nabijanje kondenzatora teče približno po pravolinijskom dijelu eksponencijalne krive nabijanja. U suprotnom, dobiva se iskrivljeni oscilogram snimane pojave. Tako se umjesto sinusoide dobiva krivulja pokazana na slici 6.7.



Slika 6.7. Pilasti napon dobijen punjenjem kondenzatora

iz istosmjernog izvora

Astigmatizam

Otklanjanje elektronskog snopa otklonskim pločicama utječe više ili manje primjetno na fokus snopa. Ta pojava se naziva astigmatizam katodne cijevi. Uzrok joj je nesavršenost elektronske optike. Kod osciloskopa koji imaju istosmjerna pojačala astigmatizam se može korigirati dugmetom na prednjoj ploči osciloskopa.

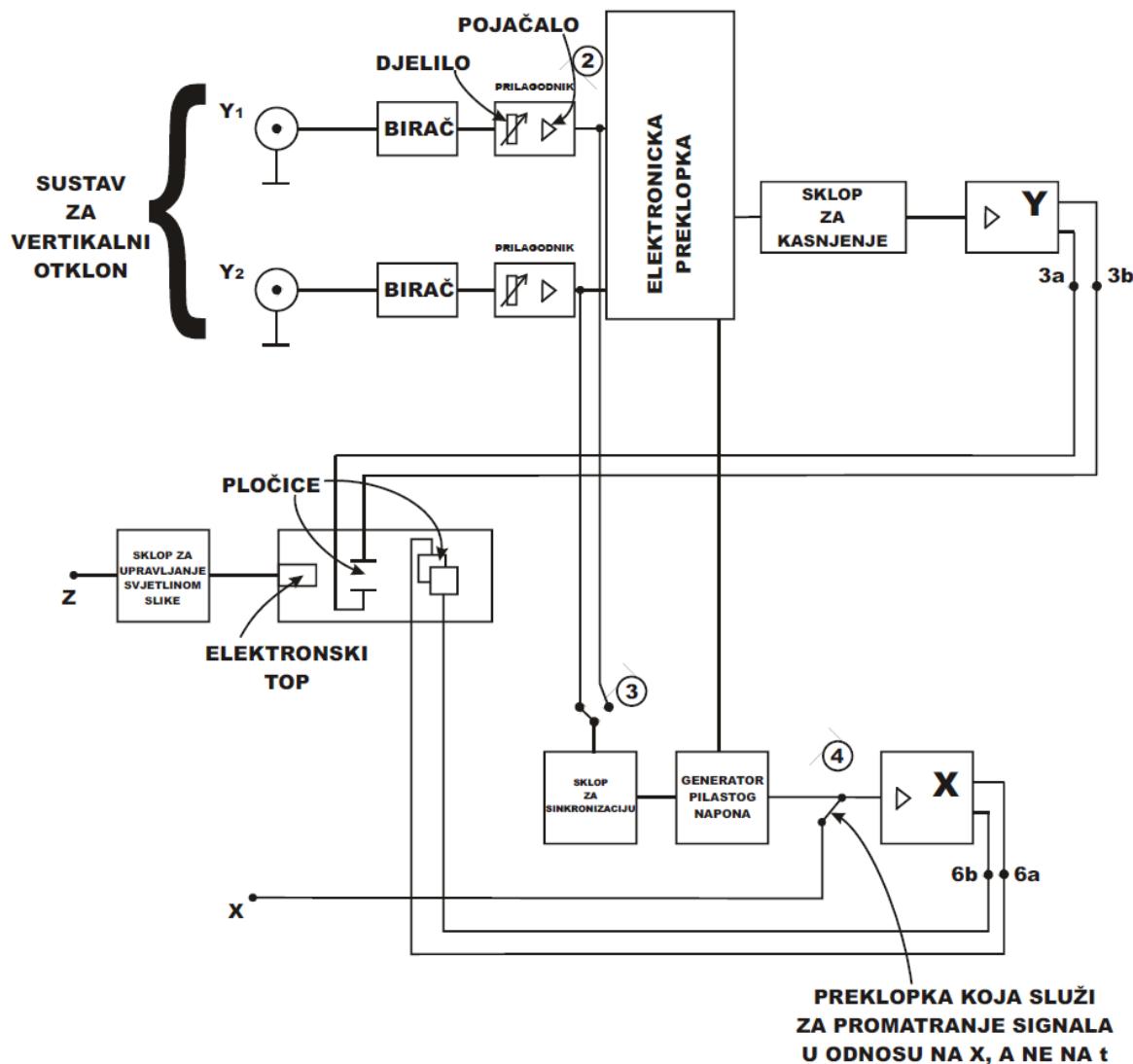
Sinkronizam

Kako bi se dobila mirna slika neke periodične pojave, na zastoru osciloskopa mora odnos između frekvencije mjerene pojave i frekvencije pilastog napona biti cijeli broj koji se ne mijenja za vrijeme promatranja. Ne smije se mijenjati ni fazni pomak. Takvo održavanje međusobnog odnosa naziva se sinkronizam. Kako bi se postigao pouzdan sinkronizam, treba omogućiti utjecaj napona mjerene pojave na rad generatora pilastog napona. Isto tako, potrebno je omogućiti promatranje kratkotrajnih prijelaznih pojava koje se ne ponavljaju u nepravilnim vremenskim razmacima. To se u punoj mjeri postiže okidnom vremenskom bazom koja "okida" jednu periodu pilastog napona tek nakon djelovanja odgovarajućeg signala.

6.2. Izvedbe i primjena osciloskopa

Danas se bolji osciloskopi opremaju pojačalima koja pouzdano rade i na frekvencijama od više stotina MHz , a postižu osjetljivost od $0,2[mm/mV]$. Tako je za izravno snimanje malih napona potrebno pojačalo koje povećava mjereni napon ako je neophodno i nekoliko tisuća puta, jer je osjetljivost katodne cijevi od $0,1$ do $2[mm/V]$. Pri tome, pojačanje mjerene napona mora biti nezavisno o frekvenciji, a frekvencijsko područje što šire. Za promatranje pojave na području od $500[MHz]$ pa do nešto manje od $20[GHz]$ upotrebljavaju se posebne izvedbe osciloskopa koje rade na principu uzimanja uzorka. Za vrijeme jedne periode promatrane pojave snima se i zapamti samo jedna mjerna točka, za vrijeme druge periode sljedeća i tako dalje, dok se ne dobije slika cijele periode. Na taj se način rad pojačala i katodne cijevi premješta na niže frekvencijsko područje i mimoilaze mnoge poteškoće koje se javljaju pri najvišim frekvencijama.

Proširenemogućnostiprimjeneimajuosciloskopiskatodnomcjevisviše elektronskihsnopa. Svaki snop imasvoj otklonski sustav, što omogućava promatranje više pojava, kojeno moraju biti periodične. Najčešće se takvi osciloskopi izgrađuju s dvije snopove. Promatranje dviju uliva se pojavom omoću osciloskop pasjednime elektronskim sklopom moguće je uz potrebne elektronske preklopke Pkojado vodido Y- otklonskih pločica sadjednu, sad drugu smanjenoj uporabu (slika 6.8.).

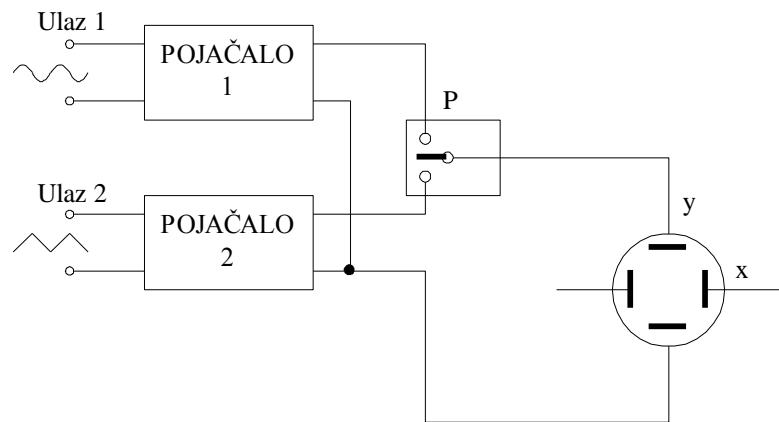


Sl. 6.8. Funkcionalna shema dvokanalnog analognog osciloskopa

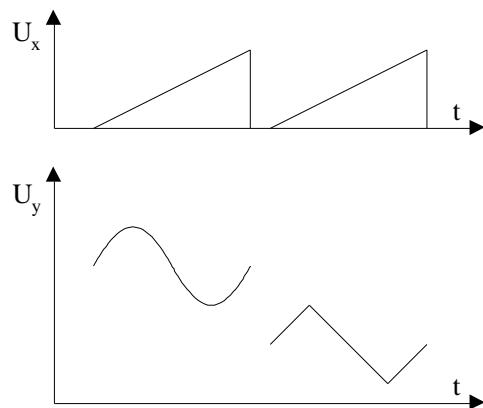
Pritom se primjenjuju metode zamjene i metoda sjeckanja.

Primjenom prve metode jedna se pojava prikazuje za vrijeme jedne periode pilastog napona, a druga pojava za vrijeme druge periode itako dalje (slika 6.9.b).

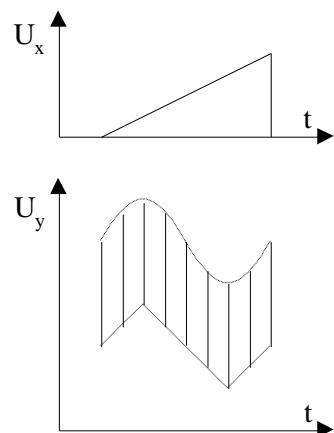
Drugom metodom elektronski preklop kauključuje mnogo puta (najčešće frekvencijom 100 [kHz]) jednu i drugu pojavu za vrijeme jedne periode pilastog napona (slika 6.9.c). Zbog toga sjeckanjem dobit će se utisak ne prekinutih linija. Generator pilastog napona okida jednu od mjernih pojava, pa se kod obje metode dobiva mirna slikajedinokad se frekvencija mjernih pojava odsustvuje u oba slučaja.



Slika 6.9.a Blok shema



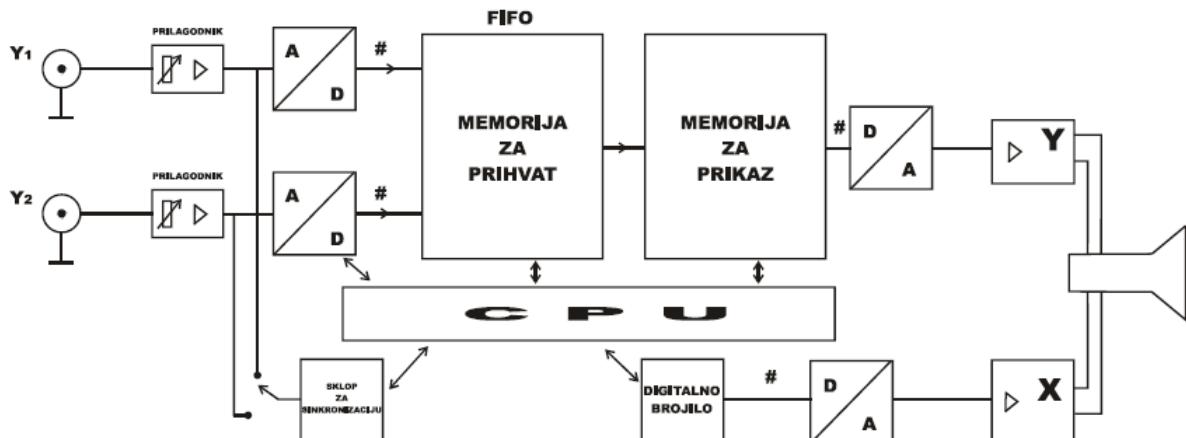
Slika 6.9.b Metoda zamjene



Slika 6.9.c Metoda sjeckanja

Digitalni osciloskop

Svojim mogućnostima i svojstvima digitalni osciloskop nadmašuju analogne (sl. 6.10.). Sastavljen je od analognih i digitalnih sklopova -> A/D pretvornici, memorija za prihvatanje, memorija za prikaz, D/A pretvornici, digitalno brojilo i mikroprocesor.



Slika 6.10. Funkcionalna shema digitalnog osciloskopa

FIFO memorija – frekvencija signala mora biti niža od frekvencije uzorkovanja signala. Prednost – signal se može pamtitи neograničeno vrijeme, matematički obrađivati, zapamćena slika može se prenositi normiziranim sučeljima zakomunikaciju i povezivati s računalom (koristi se GPIB sustav, rjeđe serijski RS232). U posljednje vrijeme umjesto katodne cijevi primjenjuju se LCD zasloni (jeftiniji – ne treba D/A pretvornik).

Maksimalna frekvencija signala koji se može uzorkovati i zadovoljavajuće obnoviti na osciloskopu određena je frekvencijom uzorkovanja koja mora biti barem 10 puta veća od maksimalne frekvencije signala kojeg želimo promatrati (najviši harmonik koji je značajan za valni oblik). Ta frekvencija uzorkovanja kreće se od 10 M uzoraka/s, pa do 20 G uzoraka/s. Ako želimo više pojava pratiti istodobno, tada se smanjuje frekvencija uzorkovanja zato što osciloskopi imaju najčešće jedan A/D pretvornik.

Značajke digitalnog osciloskopa

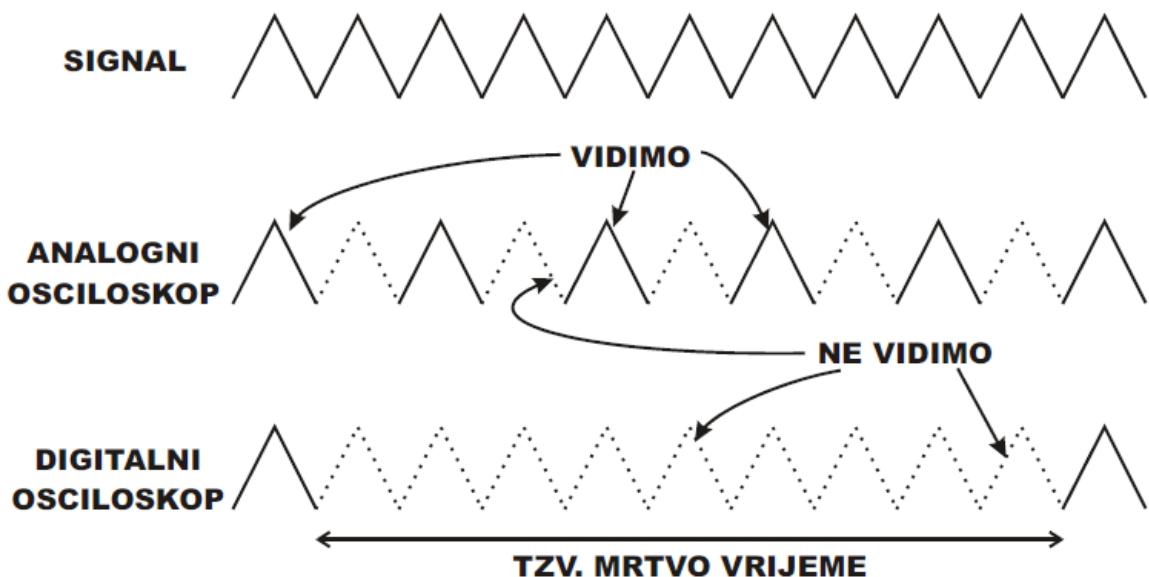
Digitalni osciloskop sastavljen je od analognih i digitalnih sklopova. Ima sve značajke kao i analogni: još frekvencija digitalizacije (broj digitalizacija u sekundi), vertikalnu rezoluciju – broj bita u digitalnoj riječi (8 bita razlučivosti 0,4%, 10 bita razlučivost 0,1%), duljina zapisa – kapacitet posmatrane memorije (što je memorija dulja razlučivanje je bolje), automatski postavlja mirnu sliku, signalni se mogu matematički obrađivati, često imaju sklop za spektralnu analizu po Fourieru, neki računaju efektivne vrijednosti signala.

Prednosti digitalnog osciloskopa

Prednosti su trajno pamćenje signala, mogućnosti prijenosa na računalo, mogućnost zapisivanja na papir, omogućuje informacije o signalu prije okidnog impulsa, automatsko mjerjenje, prikaz vrlo sporih pojava u tzv. ROLL MODU, veće mogućnosti sinkronizacije signala.

Mane digitalnih osciloskopa

Digitalni su osciloskopi skupi, imaju sporo obnavljanje slike (10 puta u sekundi kod standardnih, 200 000 puta u sekundi kod analognih). Digitalni fosfor osciloskop (DPO) osciloskopi imaju 400 kHz obnavljane slike (sl. 6.11.).



Slika 6.11. Usporedba analognog i digitalnog osciloskopa – frekvencija snimanja

Mjerenje osciloskopom

Mjerenje amplitude

Kod izmjeničnog signala mjerimo njegovu amplitudu ili zbog veće točnosti mjerimo dvostruku amplitudu (*peak to peak* - od vrha do vrha). Osjetljivost vertikalnog kanala **Volti/podjeli** (Volts/div) treba odabrati tako da signal porije što veći dio ekrana po vertikali.

$$U_{pp} = \text{broj vertikalnih podjela} \cdot X \quad (\frac{V}{\text{podjeli}})$$

Mjerenje vremenskog intervala i frekvencije

Vremenski interval mjerimo između proizvoljno odabralih točaka na signalu prikazanom na osciloskopu. Preklopnik za izbor vremenske baze **Vrijeme/podjeli** (Time/div) postaviti na vrijednost koja omogućava da se signal što više proširi po horizontalnoj osi.

$$\Delta t = \text{broj horizontalnih podjela} \cdot X \quad (\frac{s}{\text{podjeli}})$$

Frekvencija se izračuna iz perioda signala:

$$f = \frac{1}{T} \quad (\text{Hz})$$

Mjerenje faznog pomaka

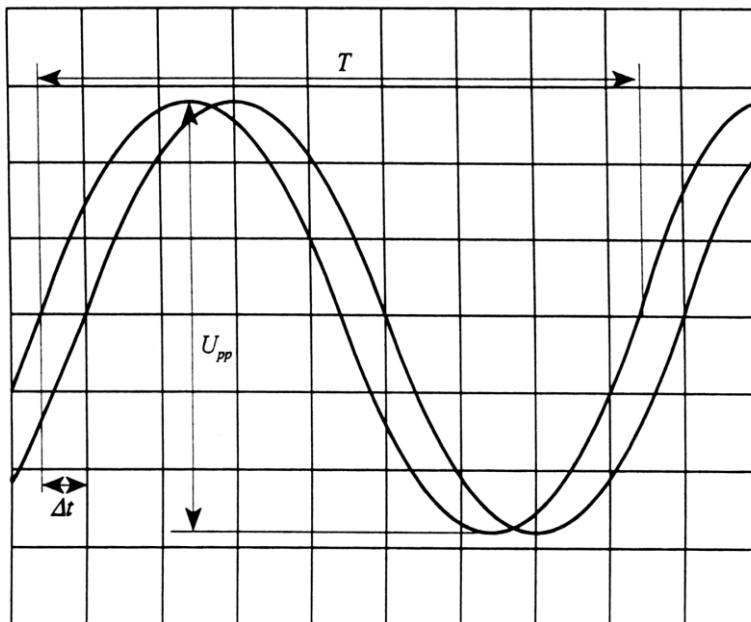
Za mjerjenje faznog pomaka koristimo dva kanala na osciloskopu. Na oba kanala dovedemo signale čiji fazni pomak želimo mjeriti. Fazni pomak određujemo iz izraza :

$$\varphi = \frac{\Delta t}{T} \cdot 360^\circ$$

gdje je Δt vremenski pomak između dva signala, a T je period signala.

Primjer :

Na osciloskopu je odabrana vertikalna osjetljivost $0.5 V/\text{d}$, a osjetljivost vremenske baze je $1 \text{ ms}/\text{d}$. Prikaz signala je na slici 6.10 .



Slika 6.10. Fazni pomak

Dvostruka amplituda mjernog napona će biti :

$$U_{pp} = 5.6 \text{ (podjela)} \cdot 0.5 \left(\frac{V}{\text{podjeli}} \right) = 2.8 V,$$

odnosno amplituda signala je :

$$U_m = 1.4 V.$$

Period signala je :

$$T = 8 \text{ (podjela)} \cdot 1 \left(\frac{ms}{\text{podjeli}} \right) = 8 ms$$

odnosno frekvencija :

$$f = \frac{1}{T} = 125 Hz.$$

Fazni pomak je :

$$\varphi = 0.6 \text{ (podjela)} \cdot 1 \text{ (ms)} \cdot \frac{360^0}{8 \text{ (ms)}} = 27^0.$$

Osciloskopski nul-indikator

U radu izmjeničnih mostova i nulmetoda sve se više koriste elektronički nul-indikatori koji su znatno podesniji za rad od vibracijskih galvanometara. Za nul-indikator možemo upotrijebiti osjetljivi izmjenični voltmeter sa selektivnim pojačalom. Još je bolje upotrijebiti osciloskopski indikator, gdje se minimum napona promatra na ekranu katodne cijevi. Ako dovedemo napon dijagonalne grane mosta na vertikalne otklonske pločice, a na horizontalne pločice dovedemo referentni napon iste frekvencije, koji uzimamo iz izvora za napajanje mosta, na ekranu će se pojaviti nagnuta elipsa. Kada uravnotežimo obje komponente, na ekranu će se pojaviti ravna crta. Osjetljivost nul-indikatora deset puta je veća nego vibracijskih galvanometara.

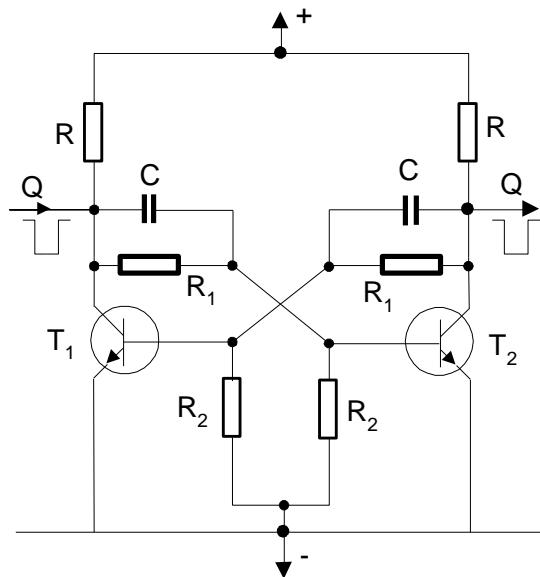
7. DIGITALNI MJERNI UREĐAJI

Za digitalne mjerne uređaje karakteristično je da se mjerni rezultati prikazuju brojčano. Njihov naziv potječe od latinske riječi *digitus* (prst), od koje je kasnije nastala engleska riječ *digit* (brojevi od 0 do 9). Izražavanje rezultata mjerjenja u digitalnom obliku ima znatnih prednosti. Tako se otklanjaju subjektivne greške očitanja i što je još važnije, dobivaju se rezultati mjerjenja u obliku koji je vrlo prikladan za daljnju obradu na računalnim strojevima i za daljinska mjerjenja. Digitalni način izražavanja mjernih rezultata nije novijeg datuma. U biti se već i klasični istosmjerni kompenzator s dekadskim otpornicima može smatrati digitalnim uređajem, jer se kod njega brojčana vrijednost mjernog napona dobiva neposredno pomoću brojeva kojima su označeni položaji na dekadskim otpornicima. Neke osnovne karakteristike digitalnih mjerjenja vide se na ovom primjeru. Tu mjerni rezultat ne može poprimiti beskonačan broj vrijednosti, već samo diskretne vrijednosti, čiji broj ovisi o broju upotrebljenih dekada. Pri tome je najmanji korak jednak desetom dijelu zadnje dekade. Veličina koraka, tj. broj dekada, odabira se prema traženoj točnosti mjerjenja. Tako se naprimjer pomoću kompenzatora s tri dekade može postići 999 različitih mjernih vrijednosti i time osigurati točnost očitanja od 0,1[%] maksimalne vrijednosti.

Prednost BCD i binarnog prikazivanja može se uvidjeti na primjeru klasičnog kompenzatora. Kako bi se ovdje postigla točnost očitanja od 0,1[%], bilo bi nužno upotrijebiti 3 dekade, odnosno $3 \cdot 9 = 27$ otpornika (9 otpornika po 100 ; 9 otpornika po 10 i 9 otpornika po 1). Tu nisu uračunane dekade potrebne za održavanje konstantne struje u pomoćnom krugu kompenzatora. Za istu točnost potrebno je u binarnom sustavu samo 10 otpornika ($2^0 = 1; 2^1 = 2; 2^2 = 4; 2^3 = 8; 2^4 = 16; 2^5 = 32; 2^6 = 64; 2^7 = 128; 2^8 = 256$ i $2^9 = 512$, što ukupno daje 1023, uz korak od 1). U BCD sustavu bit će potrebno 12 otpornika (1; 2; 4; 8; 10; 20; 40; 80; 100; 200; 400 i 800). Posebno je povoljno da su u binarnom i tetradskom sustavu brojanja potrebna samo dva broja, koja se vrlo lako i jednostavno daju prikazati pomoću elemenata koji mogu zauzeti dva različita stanja. To naprimjer može biti sklopka ili kontakt releja u zatvorenom, odnosno otvorenom položaju, elektronska cijev ili tranzistor u stanju vođenja ili nevođenja struje, ili magnetska jezgra u točki remanencije -Br, odnosno +Br. Predočavanje rezultata pomoću binarnog sustava naročito je prikladno tamo gdje se mjerni rezultati neposredno dalje obrađuju u nekom računalnom stroju. Međutim, mjerni rezultati u tom obliku nisu pogodni za izravna očitanja zbog našeg načina mišljenja koje je prilagođeno dekadskom sustavu brojanja. U tim prilikama, potrebno je mjerne rezultate preraditi pomoću posebnih sklopova u dekadski oblik.

7.1. Elektronički brojači

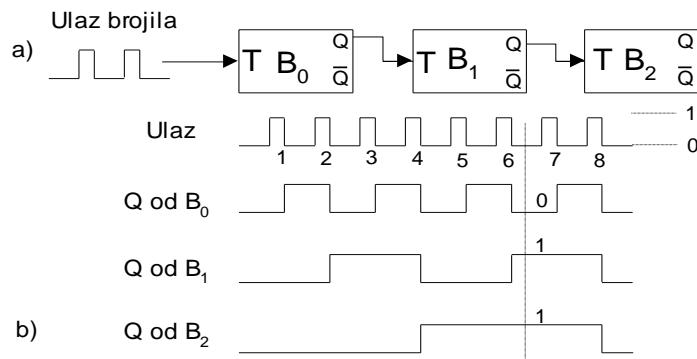
Za brojenje električnih impulsa upotrebljavaju se elektromehanički i elektronički brojači. Kod prvih jedan elektromagnet nakon prestanka svakog impulsa pomiče mehanički brojač za jednu jedinicu. Njihova je izvedba jednostavna, ali omogućava brojanje do samo nekoliko stotina impulsa u sekundi. Zato se u poslijednje vrijeme sve više upotrebljavaju znatno brži elektronički brojači s kojima se danas može brojiti čak i do 10^8 impulsa u sekundi. Elektronički brojači se izvode u različitim spojevima i izvedbama. Često su sastavljeni od takozvanih bistabilnih multivibratora koji imaju to svojstvo da dalje prenose samo svaki drugi primljeni impuls. Svaki takav multivibrator sastoji se od dva tranzistora T_1 i T_2 (Slika 7.1.) čiji su kolektori spojeni preko djelitelja R_1 i R_2 s bazom drugog tranzistora. Drugi kraj tih djelitelja priključuje se na negativni pol prikladnog pomoćnog napona.



Slika 7.1. Bistabilni multivibrator

Prepostavlja se da je tranzistor T_1 u zasićenju. Tada je napon na njegovom kolektoru mali, pa baza tranzistora T_2 , preko dijelitelja R_1-R_2 , dobiva negativni napon. Zato tranzistor T_2 ne vodi struju. Napon na njegovom kolektoru je veliki, pa baza tranzistora T_1 dobiva struju i on je u zasićenju, kako je to na početku i prepostavljeno. Kroz jedan tranzistor teče struja, a kroz drugi ne teče. To stanje je stabilno i neće se samo od sebe promijeniti. Pri tome je kapacitivnost C , koja je spojena na bazu tranzistora T_1 , napunjena, te je njen napon znatno veći od napona kapacitivnosti C , spojene na bazu tranzistora T_2 . Ako na obje stezaljke Q' i Q istodobno najde dovoljno veliki kratkotrajni negativni impuls to će prekinuti struju tranzistora (slično se događa ako impulsi nadodaju na baze tranzistora). Kada impuls nestane, napon na bazi tranzistora T_2 prije će dostići pozitivnu vrijednost jer je kapacitivnost te baze napunjena na manji napon. Zbog toga će sada tranzistor T_2 preuzeti vođenje struje. Ovo novo stanje je stabilno i promijenit će se tek nadolaskom sljedećeg impulsa. Pri tom napon njegova kolektora, odnosno napon točke Q ili Q' ,

pada gotovo na nulu, pa se ovakvim sklopom može dalje proslijediti svaki drugi primljeni negativni impuls. Ako se poveže više ovakvih bistabila jedan za drugim, dobiva se iza prvog svaki drugi, iza drugog svaki četvrti, iza trećeg svaki osmi itd. Impulsi se dovode na ulaz T bistabila B_0 (slika 7.2.), koji je na odgovarajući način povezan s bazama, odnosno s kolektorima njegovih tranzistora.

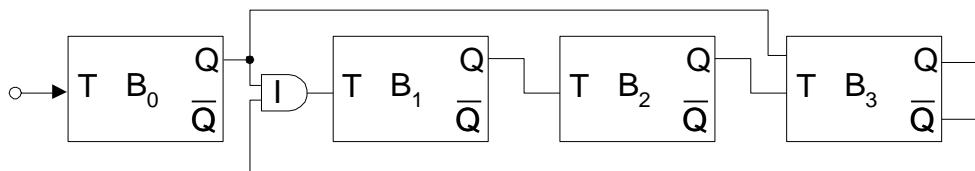


Slika 7.2. Brojilo od tri bistabila

Stanje brojila $110=6[V]$

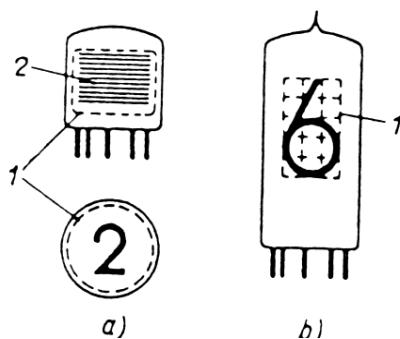
- a) blok shema
- b) vremenski slijed impulsa na ulazu brojila i na Q izlazima bistabila.

Ulazi T sljedećih bistabila spojeni su na Q izlaze prethodnih bistabila, pa svaka promjena stanja od 1 na 0 djeluje na sledeći bistabil. Četiri ovakva bistabila mogu se i tako povezati da tvore jednu dekadsku jedinicu, koja dalje propušta svaki deseti primljeni impuls. Takva jedna mogućnost je prikazana na slici 7.3. Izlaz bistabila B_3 vezan je za jedan ulaz logičkog sklopa I između bistabila B_0 i B_1 , a na drugi ulaz spojen je izlaz iz bistabila B_0 . Logički sklop I prosljeđuje impulse u bistabil B_1 jedino ako oba njegova ulaza dobiju napon. Do osmog impulsa izlaz Q' bistabila B_3 je pod naponom, pa impulsi iz bistabla B_0 ulaze u bistabil B_1 . Deveti impuls mijenja samo stanje bistabila B_0 , a deseti impuls nemože ući u bistabil B_1 jer drugi ulaz logičkog sklopa I nije pod naponom. Taj impuls preko veze b djeluje izravno na bistabil B_3 i mijenja mu stanje. Na taj se način dobiva impuls za sljedeću dekadu, a svi bistabili ove dekade su opet u početnom položaju. Napomenimo još da impulsi iz bistabila B_2 djeluje samo na prvi tranzistor T_1 bistabila B_3 , a impulsi preko veze b samo na njegov drugi tranzistor T_2 . Stoga impulsi preko veze b mijenjaju stanje bistabila B_3 jedino kada njegov tranzistor T_2 vodi struju, a to se događa samo kod desetog impulsa.



Slika 7.3. Primjer povratne veze u dekadskom brojilu

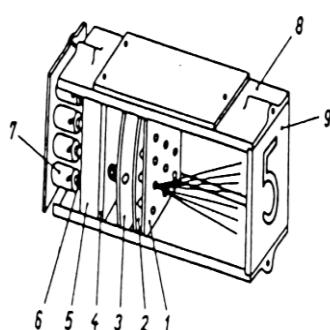
Najjednostavnija mogućnost očitavanja broja primljenih impulsa u brojilo sužarulje priključene na izlaze bistabila preko tranzistorskih sklopki. Kada je bistabil u stanju 1, žarulja svijetli, a ne svijetli kada je u stanju 0. Ipak se umjesto toga redovito upotrebljavaju dekadski indikatori s brojevima od 0 do 9 u raznovrsnim izvedbama. Tako se za tu svrhu upotrebljavaju posebne cijevi punjene plinom, koje imaju jednu zajedničku anodu i deset katoda u obliku brojeva od 0 do 9 (slika 7.4.). Anoda je, već prema konstrukciji, sva u obliku mrežice ili je djelomice masivna, a djelomice mrežasta. Katode u obliku cifri, postavljene su paralelno ili okomito na podnožje cijevi, ovisno o tome je li predviđena horizontalna ili vertikalna montaža cijevi. Katoda koja je pod naponom tinjajuće svijetli pa se iz prilične daljine vidi svijetleći broj.



a) ravnina brojki paralelna s podnožjem cijevi
b) ravnina brojki okomita na podnožje cijevi

Slika 7.4. Pokazne plinske cijevi s katodama u obliku brojeva:

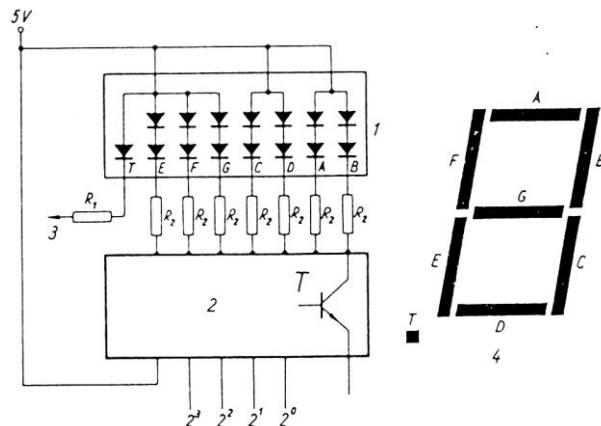
Kod nekih izvedbi brojevi se projiciraju na mlječno staklo. Pri tome se upotrebljava za svaki broj posebna žarulja (slika 7.5.) ili postoji samo jedna sijalica ispred koje se pomiče ploča s izrezanim brojevima od 0 do 9.



1- dijafragma; 2- blok objektiva; 3- blok kondenzor-leća;
4- toplinski filter koji zaštićuje leće od zagrijavanja;
5- držač; 6- žarulje; 7- grla za žarulje; 8- kutija;
9-mlječno staklo na koje se projiciraju znamenke od 0 do 9;

Slika 7.5. Presjek uređaja za projiciranje brojeva na mlječno staklo

U posljednje vrijeme sve se više upotrebljavaju indikatori načinjeni od malih poluprovodničkih dioda koje svijetle pri struji od nekoliko miliampera i naponu manjem od 2[V] (engl. light emitting diodes - LED). Obično se brojevi od 0 do 9 sastavljaju od sedam segmenata (slika 34.), a posebni sklop (dekorer s pobudnim sklopolom) na osnovi podataka, dobijenih iz brojila u tetradskom ili nekom drugom sustavu brojanja, uključuje odgovarajuće segmente preko tranzistorskih skloplki i zaštitnih otpora (T i R₂ na slici 7.6.) na naponski izvor.



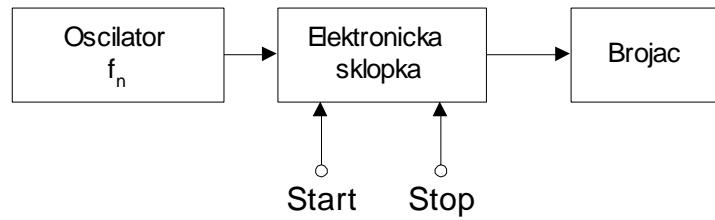
- 1- spoj svijetlećih dioda;
- 2- dekoder s pobudnim sklopolom, koji na osnovi podataka u tetradskom sustavu uključuje odgovarajuće svijetleće diode;
- 3- spoj na sklop koji određuje decimalnu točku;
- 4- vanjski izgled sedam-segmentnog indikatora
(npr. kad indikator pokazuje brojku 1,
osvijetle segmenti B i C, a brojku 2 segmenti A, B, G, E i D itd.)

Slika 7.6. Segmenti indikator od svijetlećih dioda

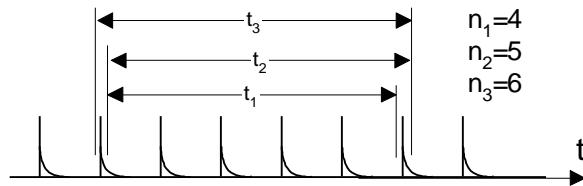
Upotrebljavaju se još indikatori s tekućim kristalima, gdje tanki sloj prozirnog kristala u tekućem stanju pod djelovanjem električnog polja postane neproziran, sijalice sa sedam niti, iz kojih se sastavljaju brojevi, te razna druga rješenja. Pri tome su sama brojila, te dekoderi i pobudni sklopovi redovno izvedeni u tehnici integriranih kola. Elektronički brojači nalaze vrlo široku primjenu u mjerenoj tehnici. Oni se na primjer koriste za vrlo točna mjerena vremena, frekvencije, odnosa frekvencija i trajanja perioda.

7.2. Mjerenje vremena

Izvor izmjeničnog napona, čija je frekvencija f_N točno poznata, priključi se preko elektroničke sklopke na brojač, tako da on broji samo u vremenskom intervalu kad je sklopka zatvorena (sl. 7.7.). Vrijeme t možemo tada odrediti iz broja impulsa n koje je brojač prebrojao: $t = n/f_N$.



Slika 7.7. Blok-sHEMA digitalnog mjerjenja vremena

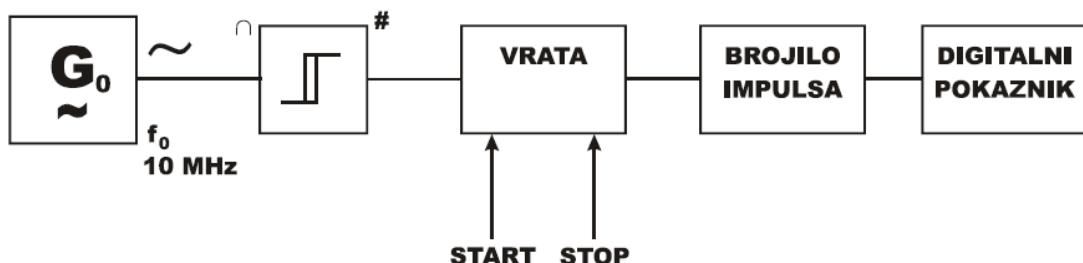
Slika 7.8. Nesigurnost mjerjenja vremena (t_1 , t_2 i t_3 su gotovo jednaki vremenski intervali, a n_1 , n_2 i n_3 pripadni brojevi impulsa)

Zatvaranje i otvaranje elektroničke sklopke izaziva pojavu čije se trajanje mjeri. Pri tome, trenutak zatvaranja i otvaranja sklopke može imati različite fazne pomake prema impulsima iz izmjeničnog izvora, što, u krajnjem slučaju, može izazvati pogrešku od ± 1 impulsa (slika 7.8.).

Zato treba frekvenciju f_N tako odabrati da se dobije dovoljno veliki broj impulsa n . Na primjer, $n = 1000$, pogreška će biti ograničena na $\pm 0,1\%$.

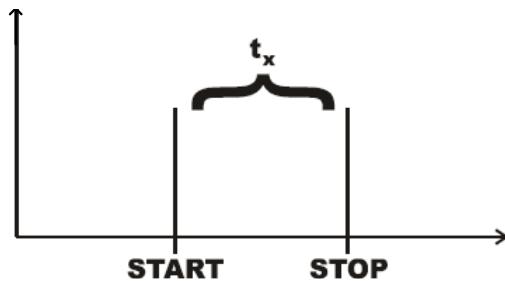
7.3. Mjerjenje frekvencije (digitalni frekventmetar)

Brojač je preko elektroničke sklopke priključen na izvor čija se frekvencija mjeri, te broji impulse iz tog izvora točno određeno vrijeme t_0 (Slika 7.9.). Ovim postupkom mogu se postići izvanredne točnosti, jer se pomoću etalonske frekvencije f_N , dobijene iz termostatskog kvarcnog oscilatora, može odrediti vrijeme t_0 čak u točnosti oko $\pm 10^{-8}$.



Slika 7.9. Digitalno mjerilo vremenskih intervala

Mjeri se vrijeme između start i stop (sl.7.10.).



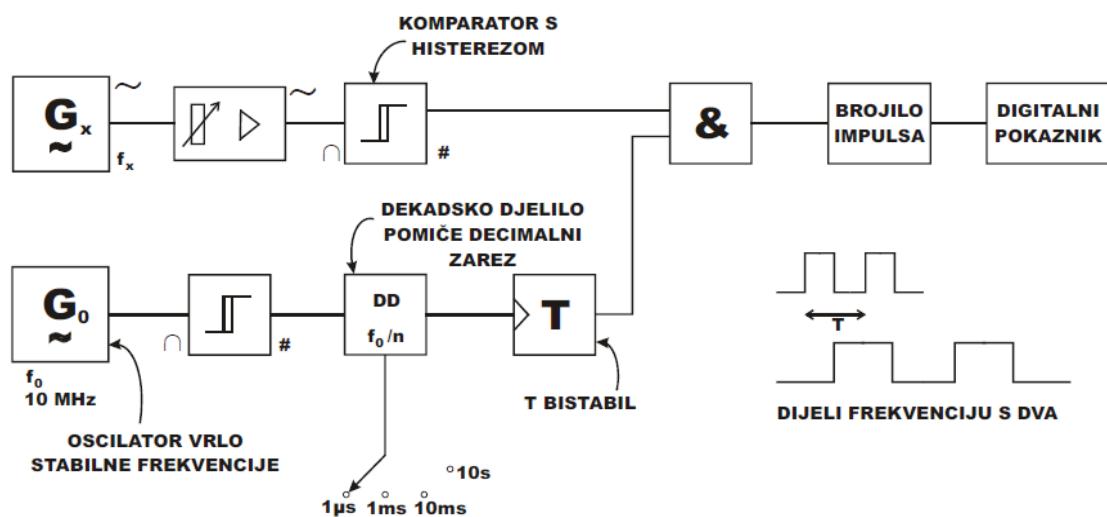
Slika 7.10. Prikaz mjernog intervala

$$N = \frac{t_x}{T_0} \quad ; \quad T_0 = \frac{1}{f_0}$$

Što je f_0 veći, veća je i razlučivost. Start i stop impulsi nisu istodobno sinkronizirani s oscilatorom i zato dolazi do pogreške kvantizacije i odbrojavanja i ona iznosi ± 1 impuls.

Digitalni frekventometar

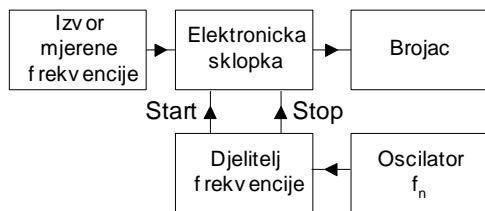
Na slici 7.11. je prikazana blok shema digitalnog frekventmetra.



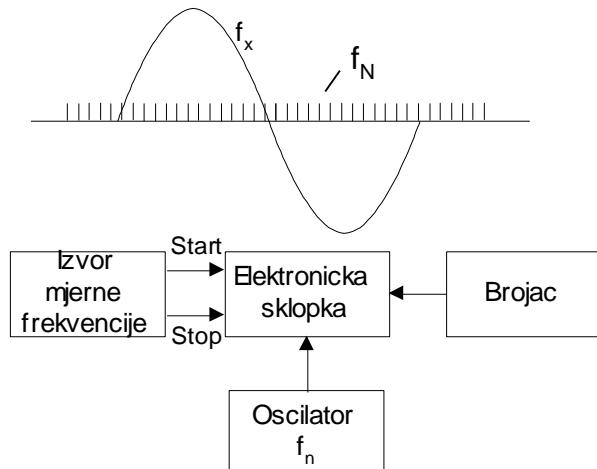
Slika 7.11. Digitalni frekventometar

Impulsi iz kvarcnog oscilatora dovode se na elektroničku sklopku preko djelitelja koji propušta na primjer svaki milijunti impuls (sl. 7.12). Ako je pri tome frekvencija oscilatora na primjer 1[MHz], nailazit će impuls pred elektroničku sklopku jedanput u sekundi. Prvi takav impuls zatvorit će sklopku, a drugi će je otvoriti točno nakon jedne sekunde. Ovakav postupak nije prikladan ako mjerni izvor ima nisku frekvenciju, jer će tada doći do izražaja pogreška od ± 1 impulsa, koja općenito nastupa pri takvim

mjerjenjima. Ona naprimjer pri mjerenu frekvencije $50[\text{Hz}]$ i uz $t_0=1[\text{s}]$ znači postotnu pogrešku od $\pm 2[\%]$. Stoga je pri mjerenu niskih frekvencija povoljnije mjeriti trajanje, naprimjer jednog perioda mjerene frekvencije (Slika 7.13.). Tu jedan impuls iz mjernog izvora zatvara, a drugi otvara električku sklopku, dok brojač za to vrijeme broji impulse pomoćnog oscilatora, točno poznate frekvencije f_N .



Slika 7.12. Blok-shema digitalnog mjerjenja frekvencije



Slika 7.13. Princip i blok shema digitalnog mjerjenja trajanja jedne periode mjerene frekvencije

Uz mjerenu frekvenciju od na primjer $50[\text{Hz}]$ brojač će biti priključen u trajanju od $1/50 [\text{s}]$ pa će, priključen na pomoći oscilator frekvencije od $1 [\text{MHz}]$, prebrojati za to vrijeme 20 000 impulsa. Tu merna nesigurnost od ± 1 impulsa predstavlja samo $\pm 0,05[\%]$. Mjerni izvor može se priključiti na električku sklopku preko djelitelja frekvencije koji propušta na primjer svaki deseti ili stoti impuls, pa će se tada mjeriti trajanje 10, odnosno 100 perioda. Na taj se način dobiva još veća točnost.

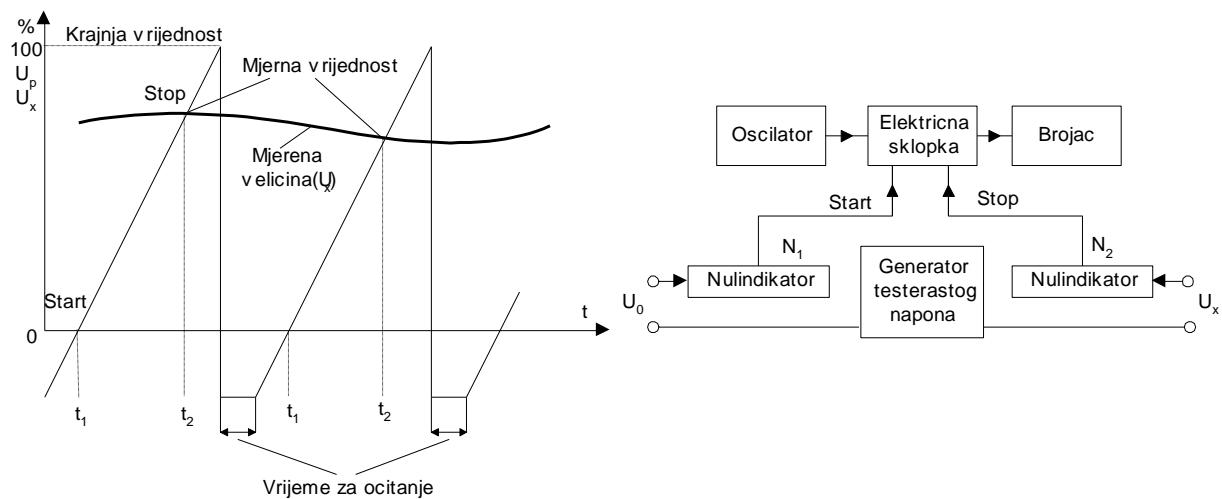
7.4. Pretvaranje analognih veličina u digitalne

Velika većina mjernih pojava po svojoj je prirodi kontinuirano promjenljiva, pa ih se može mjeriti pomoću digitalnih mjernih metoda jedino ako se prethodno pretvore u digitalni oblik. Pri tome je istosmjerni napon posebno pogodan, pa se razne druge

električne i neelektrične veličine, kao što su struja, snaga, otpor, temperatura, geometrijski pomak, brzina okretanja, ubrzanje itd. nastoje prethodno svesti na istosmjerni napon. Najčešće se pretvaranje u digitalni oblik ostvaruje na osnovi pretvaranja istosmjernog napona u vrijeme, odnosno frekvenciju, ili pomoću stepenastih pretvarača. Digitalne metode imaju znatnih prednosti kada se traži velika točnost. Njima se postiže točnost koja je jednaka točnosti najpreciznijih kompenzatora, očitavanje rezultata je objektivno, a ulazna impedancija vrlo visoka. Na taj je način moguće neposredno baždarenje s etalonskim elementom. Digitalna su mjerena posebno su povoljna za daljinska mjerena, jer omogućavaju točna prenošenja mnoštva podataka na daljinu bilo žičnim ili bežičnim putem. Ostvarenje digitalnih mjernih metoda zahtijeva složene elektroničke sklopove, što ograničava najširu primjenu.

7.5. Pretvaranje istosmjernog napona u vrijeme

Pretvaranje napona u vrijeme zasniva se na mjerenu vremenu potrebnog da neki napon koji linearno raste (pilasti napon U_p) naraste do iznosa mjerene napona U_x (slika 7.14.).



Slika 7.14. Princip i blok shema pretvaranja istosmjernog napona u vrijeme

Pilasti napon počinje od nekog negativnog iznosa (da se izbjegnu pogreške pri pokretanju generatora pilastog napona) i u trenutku t_1 postiže vrijednost jednaku nuli, a trenutku t_2 izjednačava se s mjerim naponom U_x u njemu proporcionalnom vremenskom intervalu:

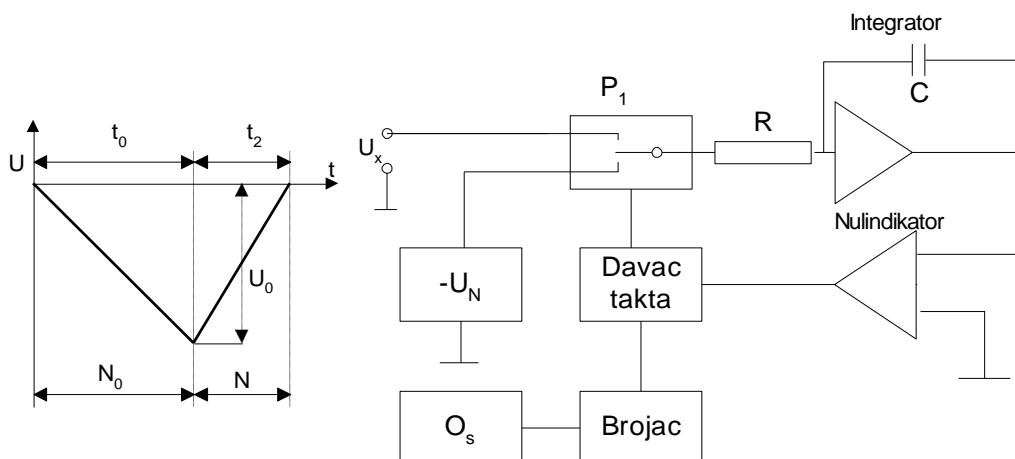
$$\Delta t_x = t_2 - t_1$$

koji se može vrlo točno mjeriti pomoću već opisanih elektroničkih brojača. U trenutku t_1 ($U_p = 0$) nulindikator N_1 zatvori elektroničku sklopku i brojač počinje brojati impulse iz oscilatora. Brojanje prestaje u trenutku t_2 , kada nulindikator N_2 otvoriti elektroničku

sklopku. Broj impulsa koje je brojač prebrojio proporcionalan je vremenskom intervalu Δt_x , odnosno mjerenoj naponu U_x . Izborom frekvencije oscilatora i strmine pilastog napona može se postići da brojač direktno pokazuje vrijednost mjerene napone. Impuls za ponovno uključenje pilastog napona istodobno briše rezultat prethodnog mjerjenja.

Točnost mjerena napona ovim postupkom najviše ovisi o linearnosti pilastog napona. Postižu se granice pogrešaka od 0,1[%] do 0,2[%] i mjerni opsezi od 1[V] pa do 1000[V]. Izbor područja obavlja se automatski, a uređaj pokazuje predznak napona i decimalnu točku. Mjerenje traje od nekoliko mili-sekundi do jedne sekunde. Izvanredna točnost i mala osjetljivost na smetnje, uz relativno jednostavnu izvedbu, postiže se pomoću digitalnih voltmetara s dvostrukim pilastim naponom (Slika 7.15.). Mjerni napon U_x dovodi se integriranim pojačalu i integrira točno određeno vrijeme t_0 (obično 100[ms]), pa napon na izlazu nakon toga iznosi:

$$U_o = U_x \cdot t_0 / RC$$



Slika 7.15. Digitalni voltmetar s dvostrukim pilastim naponom

Nakon toga prebacuje se preklopnik P_1 s mernog napona U_x na točno poznati napon U_N , suprotnog predznaka, i integrira, sve dok na izlazu ne padne na nulu. Vrijeme t_x , koje je za to potrebno, srazmjerno je omjeru U_x/U_N , odnosno:

$$t_x = t_0 \cdot U_x / U_N$$

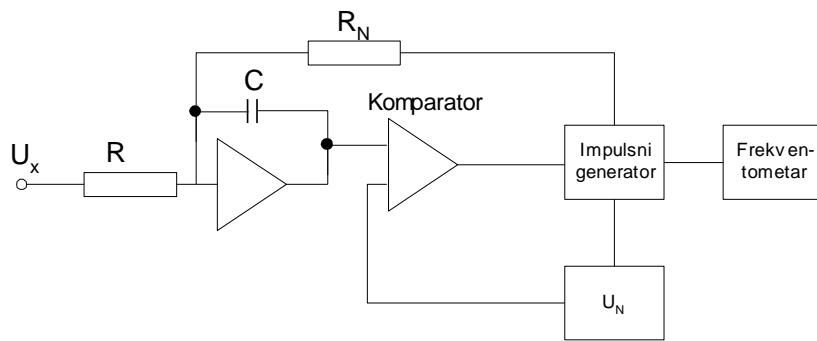
Umjesto vremena elektronički brojač broji impulse primljene iz oscilatora O_s u vremenskom intervalu t_0 i t_x , pa ako broj tih impulsa iznosi N_0 i N , dobiva se:

$$U_x = \frac{U_N \cdot N}{N_0}$$

Pokazivanje brojača ne ovisi o točnosti frekvencije oscilatora Os niti o vremenskoj konstanti RC , već samo o točnosti napona U_N i broja impulsa N_0 i N , što se može vrlo točno realizirati na relativno jednostavan način.

7.6. Pretvaranje napona u frekvenciju

Jedan od načina pretvaranja napona u frekvenciju prikazan je na slici 7.16.



Slika 7.16. Blok-shema pretvaranja napona u frekvenciju

Mjerni napon je priključen na integrirajuće pojačalo koje se sastoji od otpora R , kapaciteta C i pojačala.

Kada napon na izlazu pojačala dostigne napon U_N etalonskog izvora napona, kompenzator uključuje impulsni generator koji impulsom iznosa U_N/C dovodi odgovarajuće pojačalo na nulti položaj, pa proces integriranja počinje nanovo. Naboj koji primi kapacitet C u sekundi iz mjernog izvora, praktički iznosi U_x/R . Ako je integriranje ponovljeno n puta u sekundi, onda je iz impulsnog generatora kapacitet C primio naboj: $U_N \cdot C \cdot n = U_N \cdot T_N \cdot \frac{n}{R_N}$, gdje je T_N trajanje impulsa a U_N njegov napon. Pri velikom n naboji primljeni iz mjernog izvora i etalonskog izvora bit će jednaki ali sa suprotnim predznakom, pa mjerni napon iznosi :

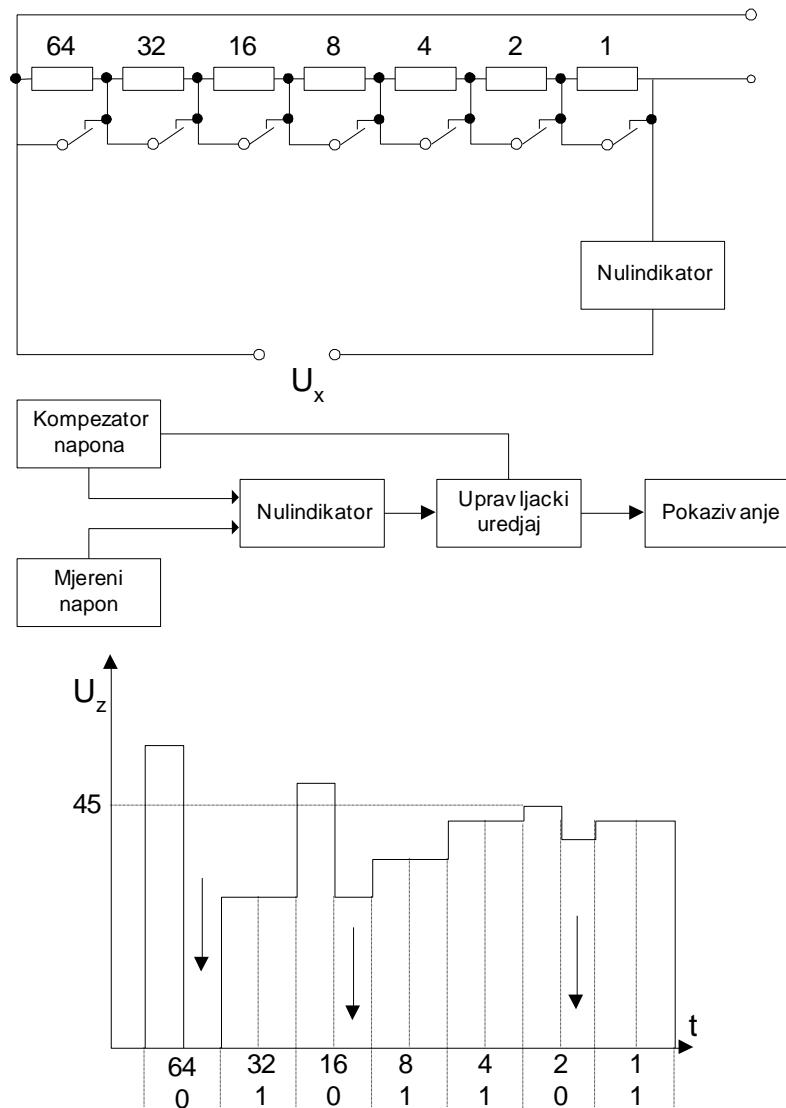
$$U_x = -\frac{U_N \cdot T_N \cdot R \cdot n}{R_N} = -\frac{U_N \cdot T_N \cdot R_f}{R_N}$$

Vidimo da se mjerni napon dobiva iz veličina koje se daju vrlo točno mjeriti i realizirati. Točnost se sve više povećava ako se svaka sljedeća integracija provede s komutiranim priključcima mjernog i etalonskog napona. Time se otklanja greška zbog napona klizanja pojačala (takav pretvarač koristi tvornica «Iskra» u svojim preciznim elektroničkim brojilima).

7.7. Stepenasti pretvarači

Pretvaranje analognih veličina u digitalne pomoću stepenastih pretvarača postiže se u principu na isti način kao kod preciznih kompenzatora i mostova s ručnim uravnoteženjem, s tom razlikom da je njihov proces uravnoteženja potpuno

automatiziran. Stepenasti pretvarači se u biti sastoje od grupe preciznih otpornika, osjetljivog elektroničkog nulindikatora i upravljačkog uređaja koji redom uključuje i isključuje otpornike, sve dok se ne postigne ravnoteža. Uključivanje otpornika provodi se pomoću releja ili elektroničkih sklopki, a stupnjevanje otpornika je ili binarno ili dekadsko. Rezultat slijedi iz položaja sklopki nakon uravnoteženja i može se redovito očitati na brojčanoj skali instrumenta.

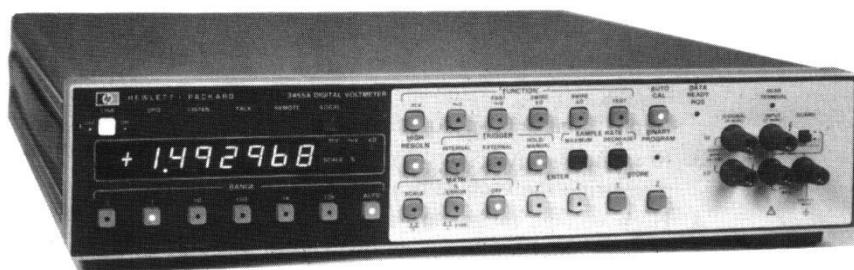


Slika 7.17. Princip i blok-shema stepenastog pretvarača

Na slici 7.17. pokazani su kao primjer načelna shema i proces unapređenja jednostavnog stepenastog pretvarača koji radi na principu kompenzacije i služi za digitalno mjerjenje istosmjernih napona. U njegovu pomoćnom krugu, kroz koji teče konstantna struja I_p , nalazi se 7 binarno stupnjevanih otpora koji služe za dobivanje kompenzacijskog napona U_{kom} . Na početku procesa uravnoteženja svi su otpornici

kratko spojeni ($U_{komp} = 0$). Ugađanje počinje otvaranjem sklopke na najvećem otporniku. Ako nulindikator ustanovi da je tako dobijeni kompenzaciski napon veći od mjerene napona ($U_{komp} > U_x$), uslijedit će ponovno kratko spajanje najvećeg otpora. Ako je U_{komp} manji ili jednak U_x , njegova će sklopka ostati otvorena. U primjeru na slici 7.17. mjeri napon ima vrijednosti 45, dok je pad napona na najvećem otporu 64, pa će uslijediti ponovno zatvaranje njegove sklopke. Nakon toga slijedi otvaranje sklopke na sljedećem manjem otporu.

Kako je $45 > 32$, sklopka ostaje otvorena. Uravnoteženje se tako dalje nastavlja sve dok ne dođe red i na najmanju otpornost. Ako se odabere dovoljno binarno ili dekadski stupnjevanih preciznih otpornika, ovim se rješenjem može doseći točnost najpreciznijih kompenzatora ($0,01[\%]$). Brzina uravnoteženja, ovisno o izvedbi, iznosi od $5[ms]$ do $100[ms]$ po stupnju. Na slici 7.18. prikazan je digitalni multimetar koji pri mjerenu istosmjernih napona ima granice pogrešaka od samo $\pm (0,01[\%])$ mjerene veličine $+0,002[\%]$ mjerog opsega). Slične tome su mu granice pogrešaka kada služi kao ommetar, dok su mu pri mjerenu izmjeničnih napona pogreške znatno veće i ovise o frekvenciji. On automatski odabire odgovarajući mjeri opseg, a može se osim toga izravno uključiti u mjeri sustav upravljan procesnim računalom.



Slika 7.18. Digitalni multimetar (voltmetar za istosmjerne i naizmjenične napone i ommetar) s mjerim opsezima $0,1 \dots 1000[V]$, $10[W] \dots 10[MW]$.

8. MJERENJE NAPONA I STRUJA

8.1. Priklučak voltmetra i ampermetra

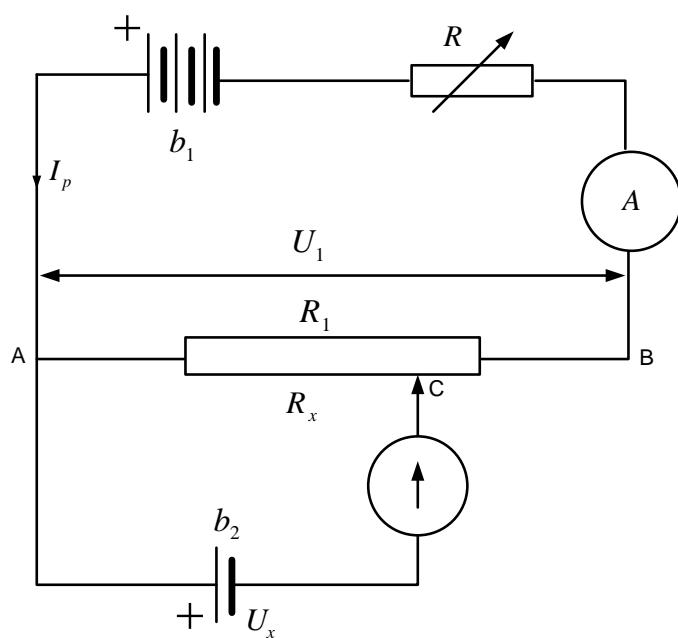
Za mjerjenje napona koristimo voltmetar spojen u paralelni spoj s izvorom, odnosno trošilom, dok za mjerjenja struje koristimo ampermetar u serijskom spoju s trošilom (sl. 8.1.). Voltmetri su stalno priključeni na mrežu, pa njihov unutarnji otpor mora biti vrlo velik, da bi struja kroz voltmetar bila što manja, a time i gubici vrlo mali. Suprotno od voltmetra, unutarnji otpor u ampermetru mora biti što manji, kako bi pad napona na njemu bio zanemariv u odnosu na otpor trošila. To su uvjeti u kojima gubitke svodimo na najnižu razinu.

Slika 8.1. Shema mjerjenja jakosti struje

8.2. Kompenzacijске mjerne metode

8.2.1. Princip rada

Kompenzacijске mjerne metode omogućuju najtočnije mjerjenje napona i struje, pri čemu tijekom mjerjenja izvor mjernog napona nije opterećen. Slika 8.2 pokazuje principijski spoj kompenzatora. Gornji strujni krug sastavljen je od baterije b_1 i otpornika R_1 koji treba biti izrađen kao mjerna žica i snabdjeven odgovarajućom skalom. U tom strujnom krugu teče struja I_p , koja na otporniku R_1 će između točaka A i B uzrokuje pad napona U_1 . Tu struju namještamo regulacijskim otpornikom u gornjem strujnom krugu.



Sl. 8.2. Princip kompenzacijskog mjerjenja napona

Donjistrujnikrugsbaterijom b_2 , čiji napon U_x želimo izmjeriti, u točki Astalnojepriključen na mjernu žicu, dok je drugi pol baterije priključen preko osjetljivog miliampmetra (galvanometra) G na kliznu stezaljku C. Ako kliznu stezaljku C pomicemo po mjernoj žici, opazit ćemo da se na jednom dijelu mjerne žice galvanometarotklanja ulijevo, anadrugomdijeluudesno, dokće na jednompjestrugalvanometarbitibezotkona. To je znak da strujnomkrugusbaterijom b_2 neteće nikakva struja i u jednoznak daje izvormjereno napona U_x , neopterećen. Na tome je mjestu napon U_x , baterije b_2 jednak padu napona $I_p R_x$, između tačaka A i C.

$$U_x = I_p R_x$$

Ako nam je poznata jakost pomoćne struje I_p , možemo na taj način odrediti napon U_x . Kako bi se to postiglo, moraju biti ispunjeni sljedeći uvjeti:

1. Oba strujna kruga moraju biti u opoziciji (pozitivni pol baterije b_1 mora biti spojen s pozitivnim polom baterije b_2 i analogno za negativne polove).
2. Pad napona U_1 na mernoj žici mora biti velik kao napon U_x koji se kompenzira.

Jedino ako su oba uvjeta ispunjena može se na mernoj žici naći točka u kojoj će galvanometar biti bez otklona.

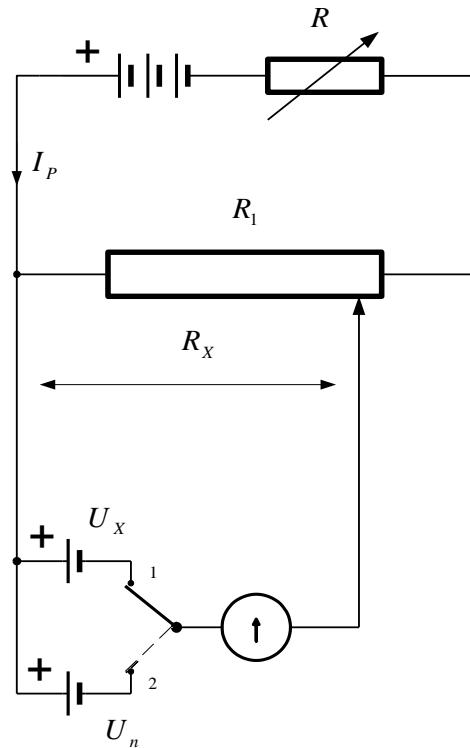
Kod mjerena pomoću opisane kompenzacijeske metode, ako želimo postići što je moguće točnije mjerjenje, moramo poznavati jakost struje u pomoćnom strujnom krugu, pa ju je stoga potrebno izmjeriti vrlo točnim miliampmetrom,. Iz tega slijedi da je točnost mjerena ovisna o točnosti miliampmetra.

8.2.2. Laboratorijski kompenzator

Za laboratorijska mjerena prikazan je princip kompenzatora za istosmjernu struju (sl. 8.3.) U ovom spoju imamo pomoćnu bateriju i otpornik R_p , pomoću kojeg ugađamo struju I_p u pomoćnom strujnom krugu i u mernom otporniku R_x . Razlika se pojavljuje kada preklopku postavimo u položaj 1 i ugađamo pomoćnu struju I_p sve dok na galvanometru ne dobijemo null položaj. U tom položaju vrijedi:

$$U_n = I_p \cdot R_x \Rightarrow I_p = \frac{U_n}{R_x}$$

Prebacimo preklopku u položaj 2 na nepoznati napon U_x , te bez promjene



Slika 8.3. Laboratorijski kompenzator

vrijednosti otpora R_p mijenjamo vrijednost otpora R_x sve dok galvanometar ne pokaže nulti otklon. U toj točki pad napona jednak je nepoznatom naponu :

$$U_x = I_p \cdot R_x \Rightarrow U_x = R_x \cdot \frac{U_n}{R_l}$$

Znamo da je omjer $\frac{U_n}{R_l}$ za vrijeme mjerena stalan, pa je mjereni napon U_x upravo razmjeran otporu R_x , čiju vrijednost očitamo na skali mjernog otpornika. Za izmjeničnu struju ujednačenje treba postići ne samo po veličini već moramo ugoditi i fazu i frekvenciju.

8.2.3. Kompenzatori za izmjeničnu struju

Kompenzatori za izmjeničnu struju djeluju u suštini na istom principu kao i kompenzatori za istosmjernu struju. Od njih se razlikuju u prvom redu po tome da u većini slučajeva također omogućuju mjerjenje faznog kuta napona (Geygerov kompenzator i kompenzator Krokowskog).

Budući da ne postoji naponski etalon za izmjeničnu struju, kod ovih kompenzatora kontroliramo i namještamo pomoćnu struju mjernim instrumentom slično kao i kod tehničkih kompenzatora za istosmjernu struju, i to npr. preciznim elektrodinamičkim ampermetrom razreda 0,2. Kao nulinstrument može poslužiti slušalica ili vibracijski galvanometar, no u novije vrijeme se sve više upotrebljavaju specijalna elektronička pojačala s magičnim okom, Braunovom cijevi ili pokaznim instrumentom kao neposrednim nulindikatorom.

Kako, dakle, kod ovih kompenzatora za izmjeničnu struju namještanje pomoćne kompenzacijске struje ovisi o preciznosti elektrodinamičkog instrumenta,; mjerna točnost je znatno manja nego kod kompenzatora za istosmjernu struju, te pod nepovoljnim uvjetima pogreška može postići 0,5 %. Kada nas pak fazni kut izmjeničnih veličina ne zanima (npr. pri baždarenju izmjeničnih instrumenata), te veličine možemo mjeriti praktično istom točnošću kao i istosmrne napone. U posljednje vrijeme pojavili su se izmjenični kompenzatori sa specijalno izrađenim termopretvaračima pomoću kojih se mjerjenje izmjeničnih struja i napona može reducirati na mjerjenje pripadajućih istosmjemih napona koji se zatim mogu običnim načinom s preciznim istosmjernim kompenzatorima vrlo točno izmjeriti (npr. precizni izmjenični kompenzator tvrtke EG). Takvi izmjenični kompenzatori odlikuju se također razmjerno velikom frekventnom neovisnošću te dozvoljavaju mjerjenja do otprilike 1000 Hz, a s manjom točnošću i preko te frekvencije.

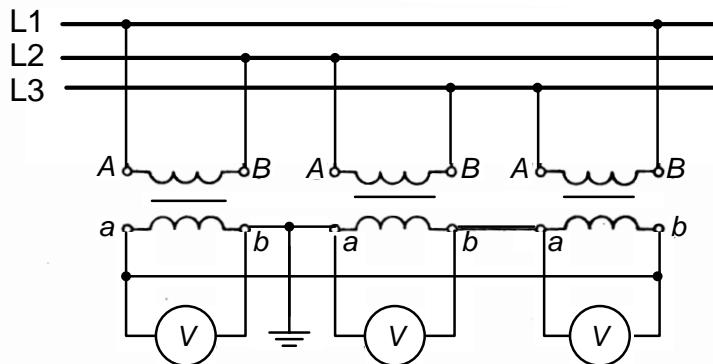
8.3. Mjerjenje izmjeničnih napona i struja

Ako radimo s malim strujama i niskim naponima, instrumente priključujemo neposredno. Za mjerjenje struja velike jakosti i visokih izmjeničnih napona mjeri

opseg proširuje se obično mjernim transformatorima. U poglavlju 9. opisano je na koji se način priključuju mjerni transformatori, kako se na njih priključuju mjerni instrumenti i kakvi su uvjeti za ispravan rad mjernih transformatora. To se vidi i kod priključivanja mjernih transformatora u trofaznim sustavima.

8.3.1. Neizravno mjerjenje napona u trofaznim sustavima

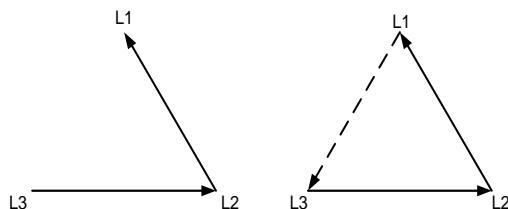
Obično se neizravno mjerjenje napona radi pomoću mjernih transformatora. U trofaznim sustavima mogu se upotrijebiti trofazni mjerni transformatori, koji se u suštini priključuju jednako kao i učinski veliki transformatori u mrežama. Kada je dostupna neutralna točka, mogu se mjeriti fazni naponi priključenjem voltmetara između pojedine faze i neutralne točke. Ako nema neutralne točke, priključenjem voltmetara između faza mjerimo linijske napone. Umjesto trofaznih mjernih transformatora vrlo često se upotrebljavaju i jednofazni mjerni transformatori. U tom slučaju mogu se primijeniti tri vrste spajanja. Na slici 8.4. prikazan je najjednostavniji način spajanja transformatora.



Slika 8.4. Priključak triju jednofaznih naponskih transformatora u trokut

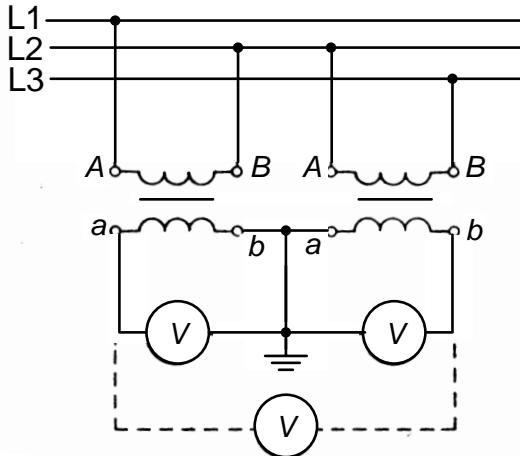
Transformatori su na primarnoj i na sekundarnoj strani spojeni u trokut, te se sekundarni napon 100 V odnosi na mjereni linijski napon. Uzemljenje sekundarnog namotaja transformatora može se izvesti gdje hoćemo.

Poznato je da su u trovodnom trofaznom sustavu dovoljno mjeriti samo dva napona (Aronov spoj) onda su i dovoljna samo dva transformatora priključena u takozvanom „V“ spoju kao što je prikazano na slici 8.5. Ova dva transformatora spojena su na dva linijska napona, pa se tako dolazi do otvorenog naponskog trokuta, kako se vidi na kompleksnom dijagramu na slici 8.6.



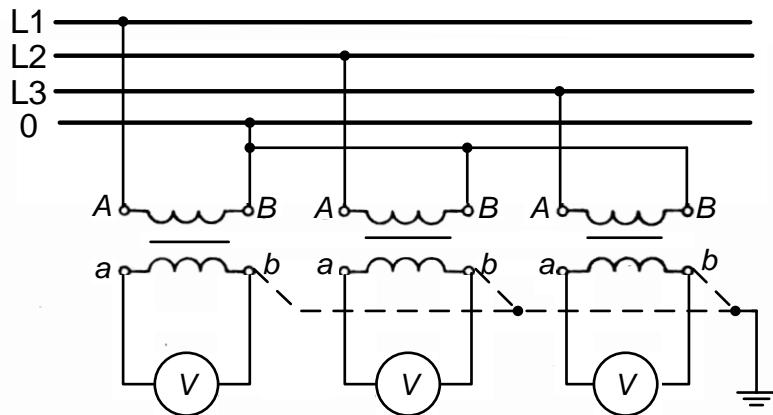
Slika 8.6. Kompleksni „V“ dijagram

Sekundarnu stranu transformatora uzemljimo u točki u kojo su spojena oba sekundarna napona. Kao što se vidi iz kompleksnog dijagrama napon na otvorenim krajevima „V“ spoja jednak linijskom naponu. Zato se može mjeriti i treći linijski napon ako se priključi treći voltmetar (na slici iscrtkano).



Slika 8.6. Priključak dvaju jednofaznih mjernih transformatora u spoju „V“

Kod mjerjenja u četverovodnim trofaznim sustavima naponski mjerni transformatori su spojeni u zvijezdu, kao što je pokazano na slici 8.7. Vidljivo je da se mjeri fazni naponi, pa se 100 V na sekundarnoj strani transformatora odnosi na fazni napon. U skladu s primarnom neutralnom točkom, ovaj put se neutralna točka uzemlji na sekundarnoj strani.

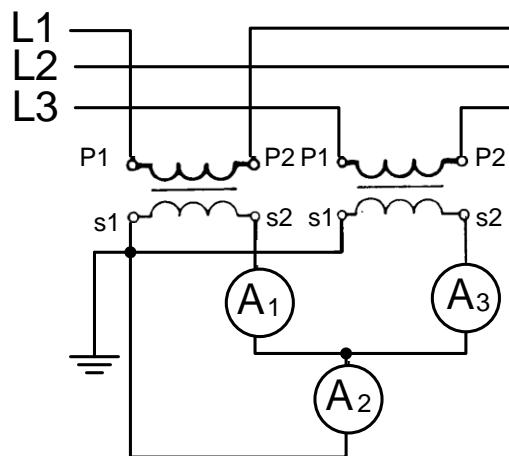


Slika 8.7. Priključak triju jednofaznih mjernih transformatora u zvijezdu

8.3.2. Neizravno mjerjenje struje u trofaznim sustavima

U trofaznim sustavima obično se u svaki fazni vod priključuje po jedan strujni mjerni transformator. Na njihovu sekundarnu stranu priključuju se instrumenti, i to serijski, u slučaju priključenja više ampermetara na isti strujni transformator. Ovdje nema nikakve razlike u usporedbi s jednofaznim sustavom.

Osim ovog načina spajanja koristimo i spoj sa dva strujna transformatora (Aronov spoj) u trovodnim trofaznim sustavima kao što se vidi na slici 8.8. Ako priključimo dva ampermetra i oni pokazuju jednake vrijednosti znači da se radi o uravnoteženom sustavu. Međutim ukoliko pokazuju različite vrijednosti, sustav nije uravnotežen što znači da treba mjeriti sve tri struje (tri ampermetra). Da ne bismo koristili tri strujna transformatora, mjerjenje možemo izvesti i s dva, ako ih spojimo kao na slici 8.8. Kod ovog spoja strujni transformatori su uzemljeni na stezaljkama sekundara (s)



Slika 8.8. Mjerjenje triju faznih struja s dva strujna transformatora

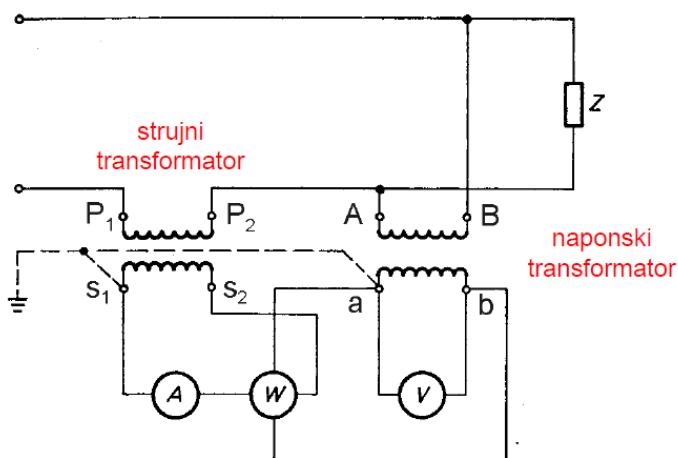
9. MJERNI TRANSFORMATORI

Mjerenje izmjeničnih napona, struja, snaga i energije velikih iznosa, nije praktično izravnim uključivanjem u mjerni krug, a često je i neizvedivo. U takvim slučajevima koriste se strujni i naponski mjerni transformatori, koji mjerene vrijednosti transformiraju na prikladne za mjerjenje. Osim proširenja mjernog opsega, takvi transformatori ujedno izoliraju mjerne instrumente od visokih napona u mjernom krugu, što znači da omogućavaju sigurno rastavljanje visokonaponskih strujnih krugova od niskonaponskih.

Osim toga postižu se i zнатне prednosti, a neke od njih su:

- mjerene struje i naponi različitih iznosa transformiraju se na uvijek iste normirane vrijednosti (struje od 1 A ili 5 A, napone od 100 V, 200 V, $100/\sqrt{3}$ V ili $200/\sqrt{3}$ V); čime je omogućena ujednačena uporaba mjernih, zaštitnih i regulacijskih uređaja;
- mjerni se instrumenti i uređaji izoliraju od visokih napona u mjernome krugu pa rukovanje njima postaje neopasno;
- dobiva se mogućnost galvanskog odvajanja strujnih krugova, a time i prostornog udaljavanja mjernih instrumenata i uređaja od mjernoga strujnog kruga, čime se ujedno sprječava utjecaj često snažnih magnetskih i električnih polja na rad uređaja;
- posebnim se izvedbama mjernih transformatora zaštićuju mjni instrumenti i uređaji od štetnoga dinamičkog i termičkog učinka struja kratkog spoja u mjernome strujnom krugu.

Mjerni se transformatori sastoje od jezgre izrađene od magnetskog materijala te od primarnog i sekundarnog namotaja, koji su međusobno odvojeni i izolirani ovisno o visini napona u mjernom krugu. Primarni se namotaji uključuju u mjereni krug, a na sekundarne se priključuju mjni instrumenti ili zaštita. Upotrebljavaju se dvije vrste mernih transformatora, *naponski i strujni*, a njihov način spajanja u mjerni krug pokazuje slika 9.1.



Slika 9.1. Spajanje mernih transformatora u mjerni krug

Od mjernog se transformatora očekuje da sprega primarne i sekundarne veličine (napona ili struje) bude u praktički stalnom omjeru i bez faznog pomaka. Takve bi zahtjeve ispunio *idealni transformator* sljedećih svojstava:

- nema nikakvih padova napona na otporu namotaja;
- struja magnetiziranja jednaka je nuli zbog neizmjerne magnetske vodljivosti jezgre;
- primarni i sekundarni namotaji obuhvaćaju cijeli magnetski tok;
- postoji stalni odnos između napona, odnosno struja, a taj je odnos određen odnosom broja zavoja N_1 primarnog i N_2 sekundarnog namotaja.

Slično mjernim instrumentima, mjerni transformatori razvrstani su u razrede točnosti kojima su definirane njihove *prijenosne i fazne pogreške*. Prijenosna pogreška pokazuje odstupanje stvarnog omjera primarne i sekundarne veličine u odnosu na nazivni prijenosni omjer transformatora, dok je fazna pogreška iskazana razlikom njihovih faza. Pogreške u naponskim mjernim transformatorima uzrokuju padovi napona na otporima namotaja i njihovim rasipnim induktivitetima, dok je kod strujnih transformatora dominantni uzrok pogreške *struja magnetiziranja* jezgre.

9.1. Naponski mjni transformatori

Poznato nam je iz osnova elektrotehnike da transformatori na jednostavan način smanjuju ili povećavaju napon, razmjerno broju zavoja primarnog i sekundarnog namotaja. $U_1:U_2 = N_1:N_2$ Ovaj napon vrijedi potpuno točno samo za inducirane napone. Vrijedi i na stezaljkama transformatora, ako nije opterećen, dok kod opterećenja imamo padove napona u namotaju primara i sekundara, pa moramo uzeti u obzir pogrešku.

9.1.1. Način rada:

- izvedba kao i normalan transformator snage;
- priključen paralelno s potrošačima na gotovo konstantan napon (neovisan o impedanciji priključenoj na sekundarni namotaj NMT-a);
- osnovna razlika spram transformatora snage – relativno je slabo opterećen kako bi pogreška mjerena bila što manja;
- struja magnetiziranja je ovisna samo o primarnom naponu.

Osnovne karakteristike:

- prijenosni omjer
- naponska pogreška
- klasa točnosti
- kutna pogreška
- nazivni teret ili snaga NMT-a.

Prijenosni omjer:

- omjer nazivnog primarnog i nazivnog sekundarnog napona;
- nazivni primarni napon je jednak *linijskom* nazivnom naponu mreže (npr. 110 kV) ako se radi o ***dvopolno izoliranom*** NMT-u;
- nazivni primarni napon je jednak *faznom* nazivnom naponu mreže (npr. $\frac{110}{\sqrt{3}}$ kV) ako se radi o ***jednopolno izoliranom*** NMT-u;
- u prvom slučaju sekundarni je nazivni napon 100 V, a u drugom slučaju $\frac{100}{\sqrt{3}} \text{ V}$.

Naponska pogreška:

- definicija:

$$p_n = \frac{k_n \cdot U_2 - U_1}{U_1} \cdot 100 \quad (\%)$$

$$k_n = \text{prijenosni omjer NMT-a} = \frac{U_{1n}}{U_{2n}}.$$

Kutna pogreška:

- definira se analogno kutnoj pogrešci SMT-a;
- razlika kuta sekundarnog i primarnog napona.

Klasa točnosti:

- jednaka je maksimalno dozvoljenoj naponskoj pogrešci kada je primarni napon u granicama 0.8-1.2 U_{1n} ;
- prema VDE razlikujemo sljedeće klase točnosti NMT-a: 0.1 0.2 0.5 1 3 dopuštene kutne pogreške za te klase točnosti su: 5° 10° 20° 40° (za klasu točnosti 3 nije definirana dozvoljena kutna pogreška)

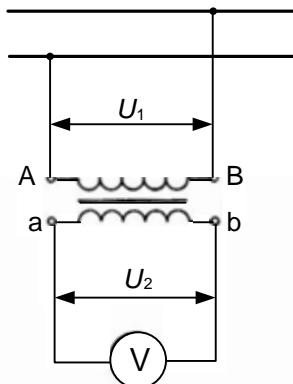
Nazivna snaga:

- maksimalna snaga instrumenata na sekundarnoj strani kojom je moguće opteretiti NMT a da naponska i kutna pogreška ostanu u granicama vrijednosti definiranih klasom točnosti
- pri većim opterećenjima raste naponska pogreška NMT-a (npr. za opterećenje koje je dva puta veće od nazivnog, naponska pogreška može biti tri puta veća od one dopuštene klasom točnosti);
- realno je granična termička snaga, kojom je moguće trajno opteretiti NMT, a da se pri tome ne zagrije iznad dopuštene vrijednosti, nekoliko puta veća od njegove nazivne snage.

9.1.2. Način priključivanja naponskog mjernog transformatora

Naponski mjerni transformator priključujemo između vodiča čiji napon mjerimo i zemlje. Primarne i sekundarne stezaljke izolirane su za puni napon. S obzirom na izvedbu, razlikujemo transformatore sa suhom izolacijom (niski naponi) i

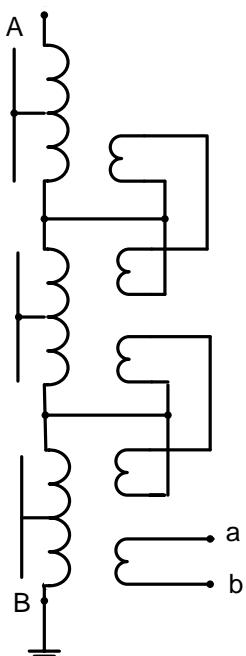
transformatore s uljnom izolacijom (visoki naponi). Na slici 9.2. pokazan je princip spajanja naponskog mjernog transformatora. Spajamo ga između vodiča kojem želimo izmjeriti napon i zemlje.



Slika 9.2. Priključak naponskog mjernog transformatora u mjerni krug

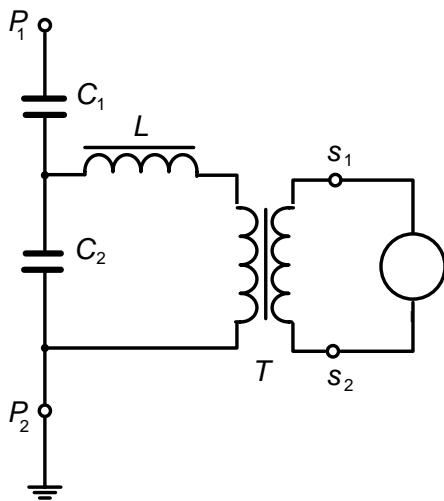
Kod visokih napona zbog ekonomičnosti često koristimo kaskadni spoj naponskih transformatora (sl. 9.3.). To su serijski vezani transformatori između vodiča i zemlje. Svaki od njih je izoliran za niži napon od nazivnog. Pomoću njih uvijek mjerimo samo potencijal prema zemlji, što znači daje slabije izoliran što je bliže potencijalu zemlje, a jače onaj koji je bliže potencijalu vodiča. Kao što se vidi na slici, primarni namotaji spojeni su serijski, pri čemu je sredina svakog namotaja spojena s jezgrom.

Na taj je način kod tri serijski vezana transformatora napon između namotaja i jezgre samo jedna šestina mjerene napona, pa za taj napon treba dimenzionirati izolaciju. Međutim svaku jezgru treba izolirati od drugih jezgri i zemlje, gdje je izolacija to veća što je viši potencijal jezgre. Taj uvjet najčešće ispunjavamo tako da transformatore postavimo jedan iznad drugog u zajedničko porculansko kućište koje se napuni uljem. Transformatori su međusobno povezani kompenzacijskim namotajima koji omogućuju da se pri opterećenju mjereni napon ravnomjerno raspodjeli na sva tri transformatora.



Kaskadni mjerni transformatori upotrebljavaju se samo za vrlo visoke napone (iznad 100 kV). Što se tiče točnosti, za njih važe ista mjerila kao i za obične transformatore. Za vrlo visoke napone upotrebljavamo i kapacitivne mjerne transformatore. Koristimo se kapacitivnim djeliteljem napona, na koji priključujemo mjerni transformator (sl. 9.4.).

Slika 9.3. Kaskadni spoj



Slika 9.4. Kapacitivni mjerni transformator

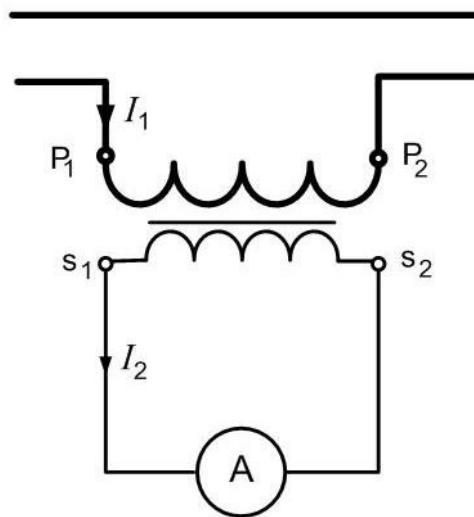
Na slici je prikazan osnovni spoj gdje je paralelno kondenzatoru C_2 spojen mjerni transformator. Između transformatora i kondenzatora je prigušnica koja se ugodi tako da kod nazivne frekvencije postigne rezonanciju pa time poveća sekundarnu struju transformatora na najveću. Kapacitivni mjerni transformatori su ekonomični tek iznad 150 kV. Kapacitivni djelitelj obično se nalazi u porculanskom tijelu u kojem je ulje, dok se prigušnica i transformator nalaze u drugom kućištu u podnožju. Ovaj djelitelj možemo upotrijebiti za spregu s dalekovodom, koja je potrebna za visokofrekventne veze.

9.2. Strujni mjerni transformator

U biti to su praktično kratko spojeni transformatori. Upotrebljavamo ih za proširivanje mjernog opsega ampermetara i strujnih svitaka instrumenata za izmjeničnu struju, a priključujemo ih neposredno u strujni krug kao ampermetar (sl. 9.5.). Suprotno od naponskih, kod strujnih transformatora na primarnoj strani je narinuta struja koja teče prema trošilima. Jakost joj određuju potrošači, a ne opterećenje na sekundarnoj strani transformatora. Kod strujnih transformatora primarni napon je zapravo pad napona na primarnom namotaju, koji ovisno o struji opterećenja, ima različitu vrijednost. Sekundarna strana praktično je kratko spojena jer je na nju priključen samo ampermetar ili strujni namotaj vatmetra. Kratki spoj na sekundarnoj strani transformatora ne može utjecati na struju primarne strane jer ona ovisi o potrošačima. Broj zavoja na primarnoj i sekundarnoj strani obrnuto je razmjeran strujama:

$$I_1 : I_2 = N_2 : N_1$$

Struje I_1 i I_2 su nazivne struje na primaru i ova jednadžba vrijedi samo za idealni strujni transformator (zanemarene pogreške).



Slika 9.5. Spajanje strujnog transformatora u mjerni krug

Važno je znati da se strujni transformatori uvijek priključuju primarnom stranom (stezaljke P_1 i P_2) u krug potrošača, i to stezaljka P_1 na stranu generatora, a stezaljka P_2 na stranu potrošača. Upotrebljavamo ih i u niskonaponskim i visokonaponskim mrežama, s tim da u visoko naponskim mrežama moramo voditi računa o odgovarajućoj izolaciji, a kućište mora biti uzemljeno. Ako to spoj dopušta uzemljimo i jednu stezaljku sekundara transformatora.

9.2.1. Način rada

Kratki spoj ne izaziva nikakvu opasnost po strujni mjerni transformator, jer sekundarna struja ovisi samo o primarnoj struci. Strujni mjerni transformator je moguće ostaviti trajno u pogonu s kratko spojenim sekundarnim stezaljkama jer će pri tome struja na sekundarnoj strani biti tek neznatno veća od struje u normalnom pogonu uz priključenu impedanciju Z .

Osnovne karakteristike:

- prijenosni omjer
- strujna pogreška
- kutna pogreška
- klasa točnosti
- strujni višekratnik
- nazivni teret ili nazivna snaga transformatora.

Prijenosni omjer:

- omjer primarne i sekundarne nazivne struje (ne odgovara omjeru broja zavoja zbog struje magnetiziranja I_0);

- prema primarnoj nazivnoj struji SMT-a odabire se tako da ona bude neposredno veća od maksimalne pogonske struje u dijelu mreže gdje se SMT priključuje (treba izbjegavati velike razlike između I_{1n} i $I_{max-pog}$) jer su time veće strujne pogreške SMT-a;
- standardne vrijednosti primarnih struja: $m^10, m^15, m^20, m^30, m^50, m^75$ (A) za $m=1, 10, 100$;
- standardne vrijednosti sekundarnih struja: 5 A i 1 A (1 A se koristi samo kada jeduljina vodova između SMT-a i mjernih ili zaštitnih uređaja velika –na taj je način za iste I^2R gubitke potreban manji presjek vodova. U sekundarnom krugu 1 nije preporučljivo koristiti kada je snaga i strujni višekratnik SMT-a velik (što znači da sekundarna struja vrlo "vjerno prati" porast primarne struje za vrijednosti struja puno veće od nazivnih vrijednosti) jer će u slučaju kratkog spoja u primarnom strujnom krugu doći do značajnog povećanja sekundarnog napona, pa time i mogućnosti proboga izolacije u sekundarnom krugu; npr. neka je SMT nazivne snage 240 kVA, strujni višekratnik $n=10$, $U_{2n} = 240V$, pri kratkom spoju u primarnom krugu sekundarna struje može postići i deset puta veću vrijednost zbog čega je i $U_2 = 10U_{2n} = 10 \cdot 240 = 2400V$ znači, 1A je preporuka koristiti u postrojenjima gdje struje kratkog spoja nisu velike i gdje je moguće koristiti SMT manje snage, što je gotovo redovit slučaj u rasklopnim postrojenjima s $U_n \geq 60kV$.

Strujna pogreška:

- Kako kod stvarnog mjernog transformatora sekundar i priključeni mjerni instrument (ampermetar) imaju mali ali konačni otpor, potreban je sekundarni napon U_2 za protjecanje sekundarne struje I_2 . Za induciranje tog napona troši se određeni dio primarnih amperzavoja koji magnetizira jezgru. Ti amperzavaji, odnosno struja magnetiziranja (struja praznog hoda) I_0 uzrokom su prijenosne (ili strujne) i fazne pogreške strujnog mjernog transformatora. Strujnu pogrešku definiramo prema

$$p = \frac{k_n \cdot I_2 - I_1}{I_1} \cdot 100 \quad (\%),$$

gdje je k_n nazivni prijenosni omjer strujnog transformatora.

Kutna pogreška:

- definirana je kutom između primarne i sekundarne struje (pozitivna je ako sekundarna struja prethodi primarnoj).

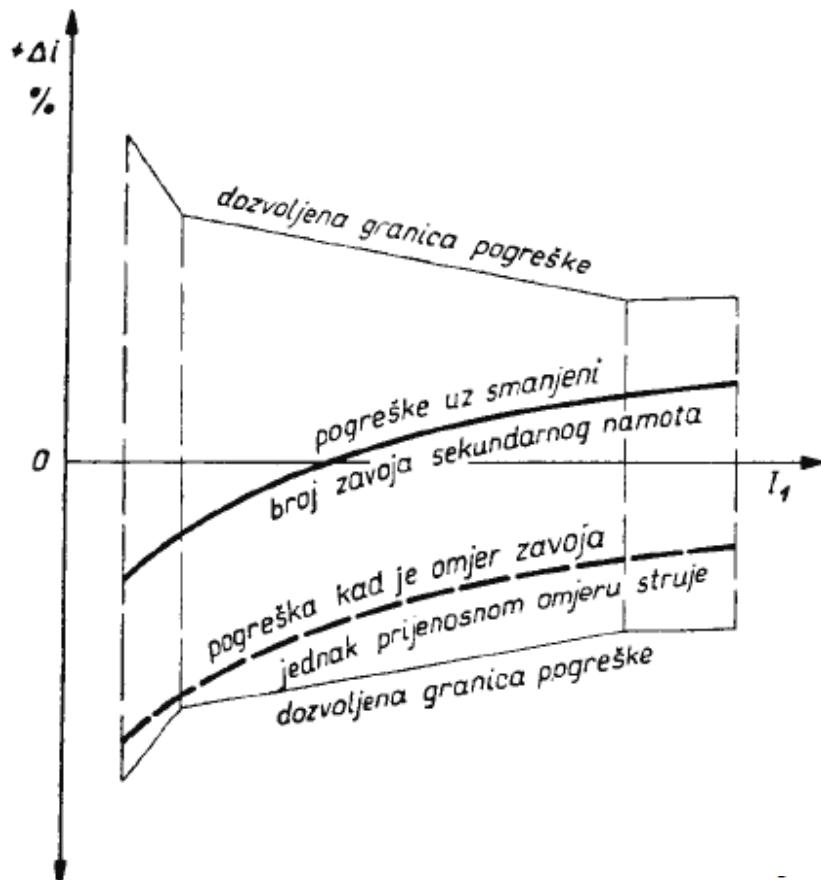
Klasa točnosti (kl):

- kada bi SMT bio izведен s prijenosnim omjerom K jednakim omjeru broj zavoja sekundarne i primarne strane ($\frac{n_2}{n_1}$), strujna pogreška bi stalno bila negativna:

$$\Delta i = \frac{K \cdot I_2 - I_1}{I_1}$$

$$I_2 = \frac{n_1}{n_2} (I_1 - I_0) = \frac{(I_1 - I_0)}{K} \rightarrow \Delta i = \frac{I_1 - I_0 - I_1}{I_1} = -\frac{I_0}{I_1} < 0$$

Na slici 9.6. je to vidljivo



Slika 9.6. Ovisnost pogreške Δi o struji I_1

ako SMT ima manji broj zavoja na sekundarnoj strani ($K > \frac{n_2}{n_1}$), onda vrijednost Δi može biti i pozitivna, ali i nula za neku vrijednost I_1 .

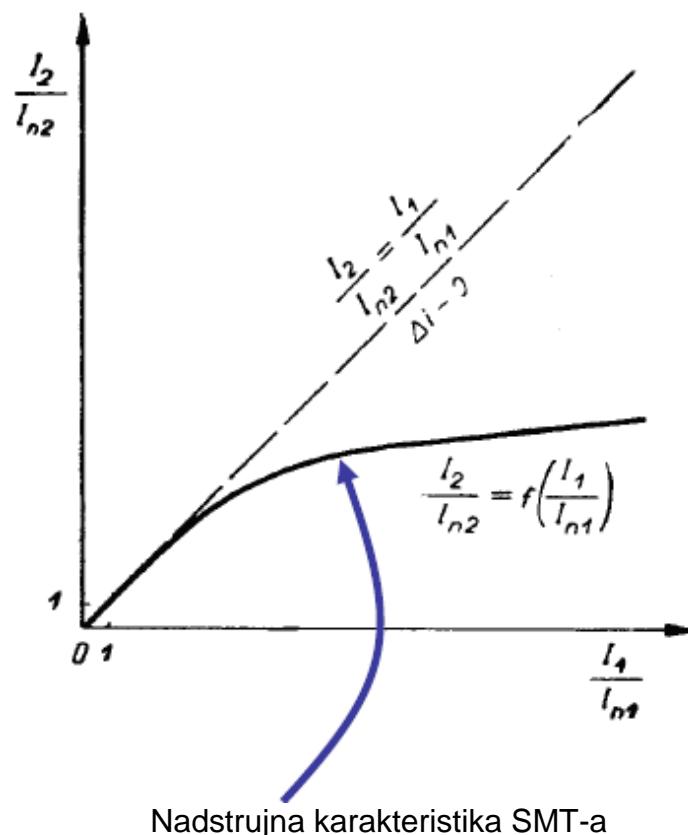
Klasa točnosti: odgovara maksimalno dopuštenoj strujnoj pogrešci SMT-a pri nazivnoj struci i nazivnom teretu, npr. SMT klase točnosti kl=0.1 ima dopuštenu strujnu pogrešku $\Delta i \pm 0.1\%$ pri I_{1n} .

Razlikujemo sljedeće klase točnosti: 0.1, 0.2, 0.5, 1, 3, 5 osim pri nazivnoj struci definirane su i maksimalno dozvoljene strujne pogreške i pri primarnim strujama $I_1 < I_{1n}$.

Strujni višekratnik (n):

- njime je opisano "ponašanje" SMT-a pri primarnim strujama puno većim od nazivne vrijednosti I_{1n} ;

- povećanjem primarne struje, uz konstantnu impedanciju na sekundarnoj strani, raste pogreška SMT-a;
- ako primarna struja toliko naraste da indukcija znatno prijeđe koljeno na krivulji magnetiziranja, porast sekundarne struje biti će proporcionalan s porastom primarne, jer će se tad transformator ponašati kao da željeza nema;
- na slici 9.7. dan je prikaz ovisnosti relativne sekundarne struje ($\frac{I_2}{I_{n2}}$) o relativnoj primarnoj struci ($\frac{I_1}{I_{n1}}$). Pravac označen isprekidanom linijom pokazivao bi ovisnost relativnih struja kada ne bi bilo struje pogreške ($\Delta i=0$)



Slika 9.7. Ovisnost relativne sekundarne struje o relativnoj primarnoj struci

- strujni višekratnik (n) je višekratnik primarne nazivne struje pri kojem je strujna pogreška, uz sekundarno priključenu nazivnu impedanciju, 10%–strujni višekratnik je definiran apscisom točke u kojoj se nadstrujna karakteristika siječe s pravcem $\Delta i=10\%$;
- strujni višekratnik ovisi o impedanciji priključenoj na sekundarnu stranu.

Nazivni teret Z_n ili nazivna snaga S_n :

- nazivnu sekundarnu snagu, odnosno maksimalnu snagu kojom je moguće opteretiti SMT ako se žali ostati u granicama struje pogreške, moguće je definirati na dva načina:
 - stariji: pomoću nazivne impedancije Z_n

- noviji: pomoću nazivne snage P_{n2} pri čemu vrijedi:

$$P_{n2} = I_{n2}^2 \cdot Z_n (\text{VA})$$

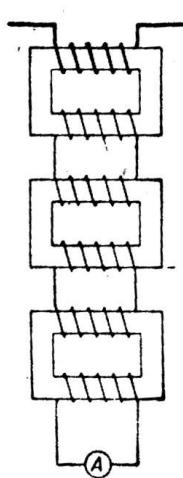
9.2.2. Izvedbe strujnih mjernih transformatora

Kod tehničke izvedbe strujnih transformatora razlikujemo mnogo vrsta. Za mjerjenja u laboratoriju upotrebljavaju se prenosivi strujni transformatori, koji gotovo uvijek imaju više mjernih opsega. U praksi se uveliko upotrebljavaju „strujna kliješta“ (vidi sliku 9.8.) jer se mjerjenje izvodi bez prekidanja strujnog kruga.



Slika 9.8. Izvedba strujnog transformatora - strujna kliješta

U području vrlo visokih napona upotrebljavaju se kaskadno vezani strujni transformatori. Ako nekoliko strujnih transformatora spojimo u kaskadu (sl. 9.9.) te svaki izoliramo prema zemlji, štedimo na izolaciji. Gornji član kaskade je u gornjem naponskom krugu; posljednji član napaja mjerne instrumente. Često kaskadne strujne transformatore smještamo u izolatore (potporni rastavljači).



U većim elektroenergetskim objektima imamo kombinirane strujne transformatore s više jezgri u zajedničkom kućištu (jedna jedinica) pri čemu su svojstva pojedinih transformatora prilagođena specifičnim zahtjevima mjerjenja ili zaštite. Kao primjer možemo navesti kombinaciju u kojoj je jedan transformator izrađen za priključak mjernih instrumenata, drugi za zaštitu od preopterećenja, a treći za zaštitu od zemljospoja.

Slika 9.9. Kaskadni
Spoj SMT-a

Primjer 8:

Strujni mjerni transformator 300/5 A spojen je u jednu fazu trofazne simetrične mreže nazivnog linijskog napona 10 kV. Kolika je djelatna snaga trošila faktora snage 0.5, ako ampermetar na sekundaru transformatora pokazuje 2.2 A ?

Rješenje:

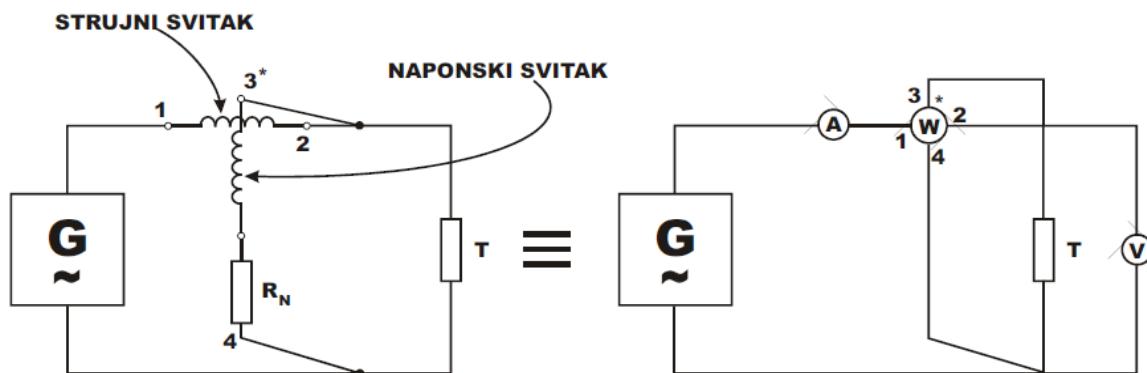
$$P = \sqrt{3} \cdot U \cdot I \cos \varphi$$

$$P = \sqrt{3} \cdot \frac{300}{5} \cdot 10 \cdot 10^3 \cdot 2.2 \cdot 0.5 = 1143000 W$$

$$P = 1143 kW$$

10. MJERENJE SNAGE

Električna snaga je brzina proizvođenja (zračenja) električne energije, $P=dW/dt$ [W]. Mjeri se vatmetrima (umnožilo dva signala napona i struje). Elektrodinamički vatmetar je instrument s elektromehaničkom pretvorbom, dva svitka i četiri stezaljke (dvije strujne i dvije naponske) što se vidi na slici 10.1. Strujni se svitak spaja u seriju trošilu doknaponski u paralelu trošilu. Izolacija nije jaka, otprilike za napone do 100V.



Slika 10.1. Shema mjerjenja snage uz pomoć vatmetara

Pokazivanje vatmetra pri istosmjernoj struci proporcionalno je umnošku napona i struje ($\alpha_W = k \cdot U \cdot I$). Da ne dođe do preopterećenja strujnog i naponskog svitka treba kontrolirati struju, odnosno napon. Kada vatmetar ima više područja napona i struje, treba odrediti konstantu vatmetra k_W

Konstanta vatmetra

$$k_W = \frac{U_N I_N}{\alpha_{\max}}, \quad U_N \cdot I_N - \text{najveće vrijednosti}; \quad P_W = \alpha_W \cdot k_W$$

Promjenom struje i napona mijenja se i snaga: $p = u \cdot i$ (trenutne vrijednosti). Pri izmjeničnim strujama sinusnog oblika

$$p = U_m \sin \omega t \cdot I_m \sin(\omega t - \varphi) = 2U_{ef} I_{ef} \sin \omega t \cdot \sin(\omega t - \varphi) = U_{ef} I_{ef} \cos \varphi - U_{ef} I_{ef} \cos(2\omega t - \varphi)$$

Gdje je $U_{ef} I_{ef} \cos \varphi$ istosmjerna stalna komponenta, a $U_{ef} I_{ef} \cos(2\omega t - \varphi)$ izmjenična komponenta koja ima dvostruku frekvenciju.

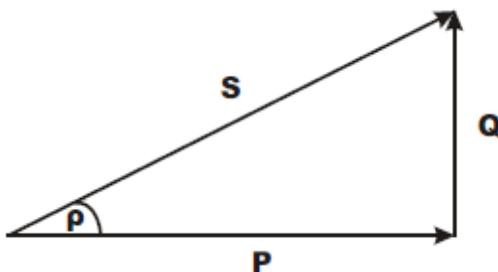
$P=UI\cos\varphi$ -> djelatna snaga, jer se troši na rad (trošilo je nepovratno uzima iz izvora).

Srednja vrijednost snage:

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T p dt = UI\cos\varphi \quad [W]$$

Jalova (reaktivna) snaga:

$$Q = UI \sin \varphi \quad [\text{Var}]$$



Slika 10.2. Trokut snage

Prividna snaga

$$S = UI \quad [\text{VA}]$$

Ako su mali faktori snage, otkloni kazaljke vatmetra su mali. Što je otklon manji, pogreška je veća zato se za mali $\cos \varphi$ koriste posebni vatmetri (npr. prikratkom spoju transformatora). Instrumenti za 0,2, 0,1, 0,05

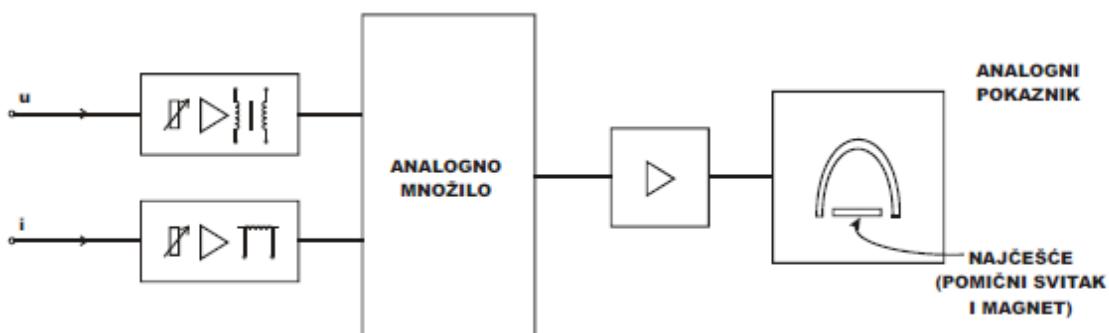
$$\cos \varphi \rightarrow k_W \frac{U_N I_N \cos \varphi_N}{\lambda_{\max}}$$

λ - faktor snage, kod sinusnog oblika je $\cos \varphi$

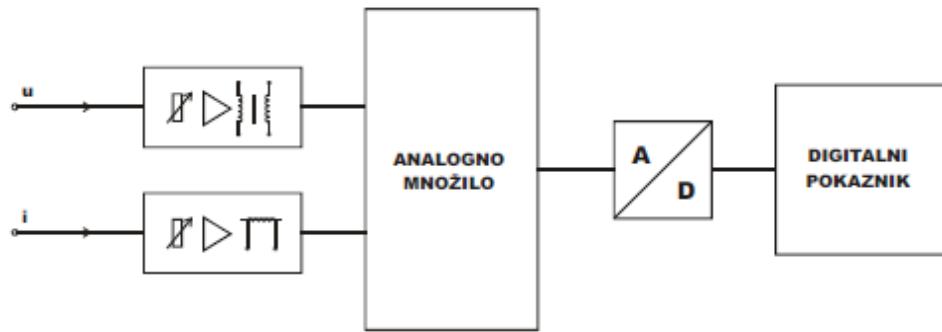
Osim elektrodinamičkih postoje i elektrostatski, induksijski i termički elektromehanički vatmetri. Elektromehaničke vatmetre zamjenjuju elektronički.

Elektronički vatmetri

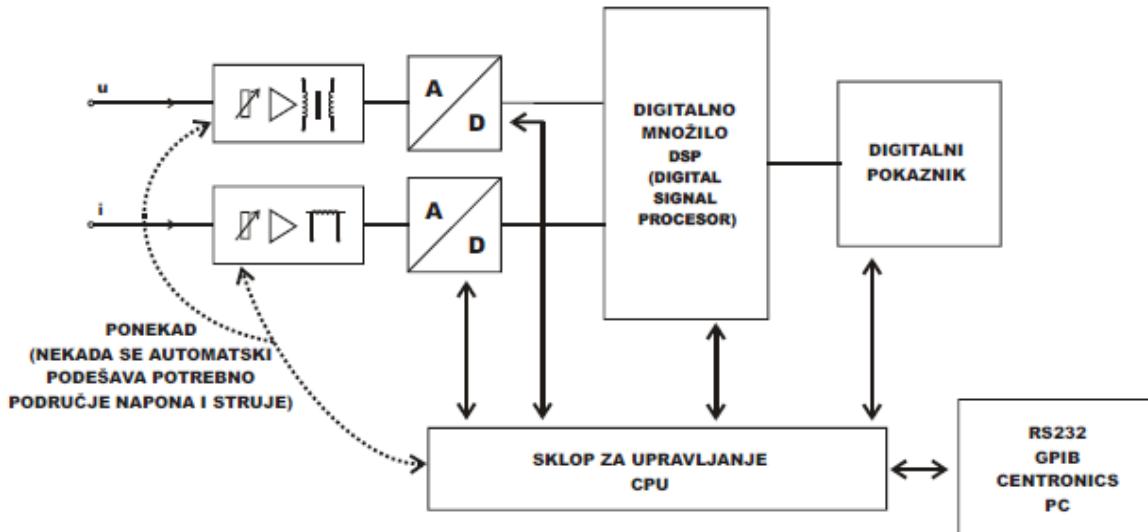
Mogu biti analogni, analogno-digitalni i digitalni što se vidi na slikama 10.3a, 10.3.b, 10.3.,c



Slika 10.3.a Analogni vatmetar



Slika 10.3.b Analogno-digitalni vatmetar



Slika 10.3.c Digitalni vatmetar

S elektroničkim vatmetrima mjerjenje je jednostavnije, brže i komforntnije, automatski odabir strujna i naponska područja. Na digitalnom pokazniku pokazuje inapon i struju i snagu, računa još i jalovu i prividnu snagu, te faktor snage. Osimtoga imaju međusklopove za serijsku i paralelnu komunikaciju s PC uređajem što omogućava automatizaciju mjerjenja, te brzu obradu i prikaz rezultata. Takođersinkrono i simultano "uzimaju" napon i struju.

Princip mjerjenja (računanja)

Mjeri:

$$|\bar{U}| = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |u_i| - \text{srednja ispravljena vrijednost}$$

$$U = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n u_i^2} - \text{efektivna vrijednost}$$

$$P = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n u_i i_i - \text{djelatna snaga}$$

Računa:

$$s = UI$$

$$Q = \sqrt{S^2 - P^2}$$

$$F_0 = \frac{U}{|U|} - \text{faktor oblika}$$

$$F_T = \frac{U_M}{U} - \text{tjemeni faktor}$$

$$\lambda = \frac{P}{S} - \text{faktor snage}$$

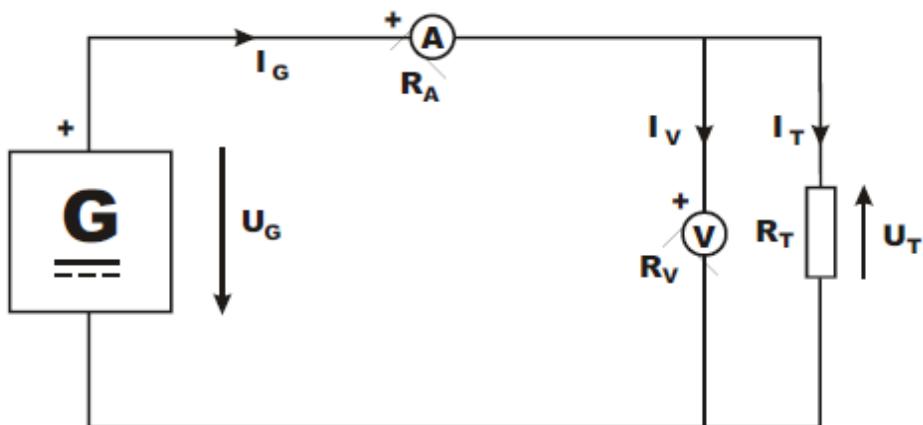
Kod elektroničkih vatmetara nisu nam potrebni ampermetri i voltmetri zazaštitu. Spajaju se jednako kao i analogni. Područja određuju maksimalne vrijednosti napona, a ne efektivne. Treba paziti na točnost kod malih $\cos\varphi$ (proizvođači ga nedaju). $\cos\varphi$ je jako bitan kod gubitaka velikih transformatora.

Iz ovih se formula analogno dobijaju i formule za struju.

Analizatori snage su digitalni voltmetri s dodatnim funkcijama mjerjenja – npr. viših harmonika napona i struje, određivanje izobličenja napona i struja...

10.1. Posredno mjerjenje snage u istosmjernom krugu

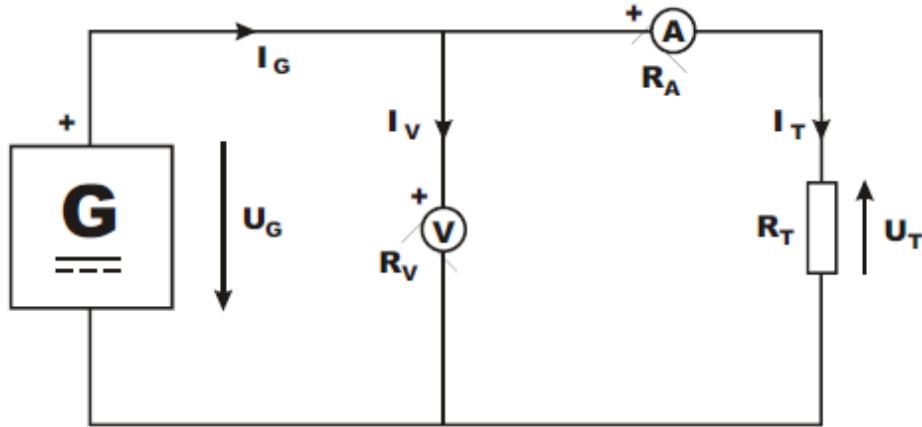
10.1.1. Naponski spoj



Slika 10.4. Shema posrednog mjerjenja snage – naponski spoj

Gdje U_T izravno mjerimo, P_{M2} je mjerena snaga, $\frac{U_G^2}{R_V}$ je korekcija.

10.1.2. Strujni spoj



Slika 10.5. Shema posrednog mjerjenja snage – strujni spoj

$$P_T = I_T U_T = I_T (U_G - I_T R_A) = I_T U_G - I_T^2 R_A = P_{M2} - I_T^2 R_A$$

Gdje je P_{M2} mjerena snaga, a $I_T^2 R_A$ je korekcija.

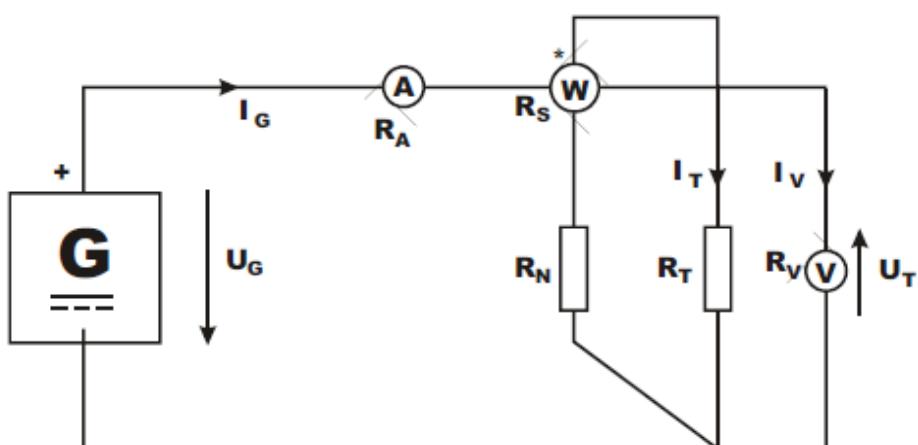
$$P_G = I_G U_G = U_G (I_T + I_V) = I_t U_G + \frac{U_G^2}{R_V} = P_{M2} + \frac{U_G^2}{R_V}$$

Ovdje $\frac{U_G^2}{R_V}$ korekcija.

Treba odabrati onu shemu kod koje su korekcije zanemarivo male. Ako nisu zanemarivo male preporučuje se naponski spoj za P_T (jer je R_V poznat, R_A jetemperaturno osjetljiv), a P_G za strujni spoj.

10.2. Izravno mjerjenje snage u istosmjernom krugu

10.2.1. Naponski spoj

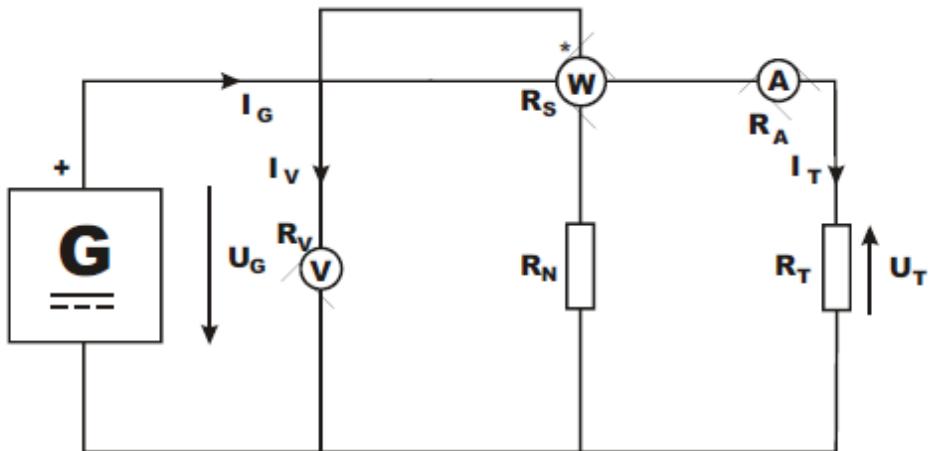


Slika 10.6. Shema izravnog mjerjenja snage – naponski spoj

$$P_T = P_W - \frac{U_T^2}{R_V} - \frac{U_T^2}{R_N}$$

$$P_G = P_W + I_G^2(R_A - R_S)$$

10.2.2. Strujni spoj



Slika 10.7. Shema izravnog mjerjenja snage – strujni spoj

$$P_T = P_W - I_T^2(R_A - R_S)$$

$$P_G = P_W - \frac{U_T^2}{R_V} + \frac{U_T^2}{R_N}$$

10.3. Mjerjenje djelatne snage u izmjeničnom jednofaznom strujnom krugu

Djelatna snaga se pri industrijskim frekvencijama mjeri elektrodinamičkim ili digitalnim vatmetrima. Pri velikim strujama i visokim naponima rabe se strujni i naponski transformatori koji prilagođuju napon i struju i izoliraju od visokog napona.

$$P_{TM} = k_U k_I P_W$$

Gdje je P_{TM} mjerena djelatna snaga trošila, $\frac{k_U}{k_I}$ je nazivni omjer transformacije naponskog/strujnog transformatora i P_W je ispravljena vatmetrom izmjerena snaga.

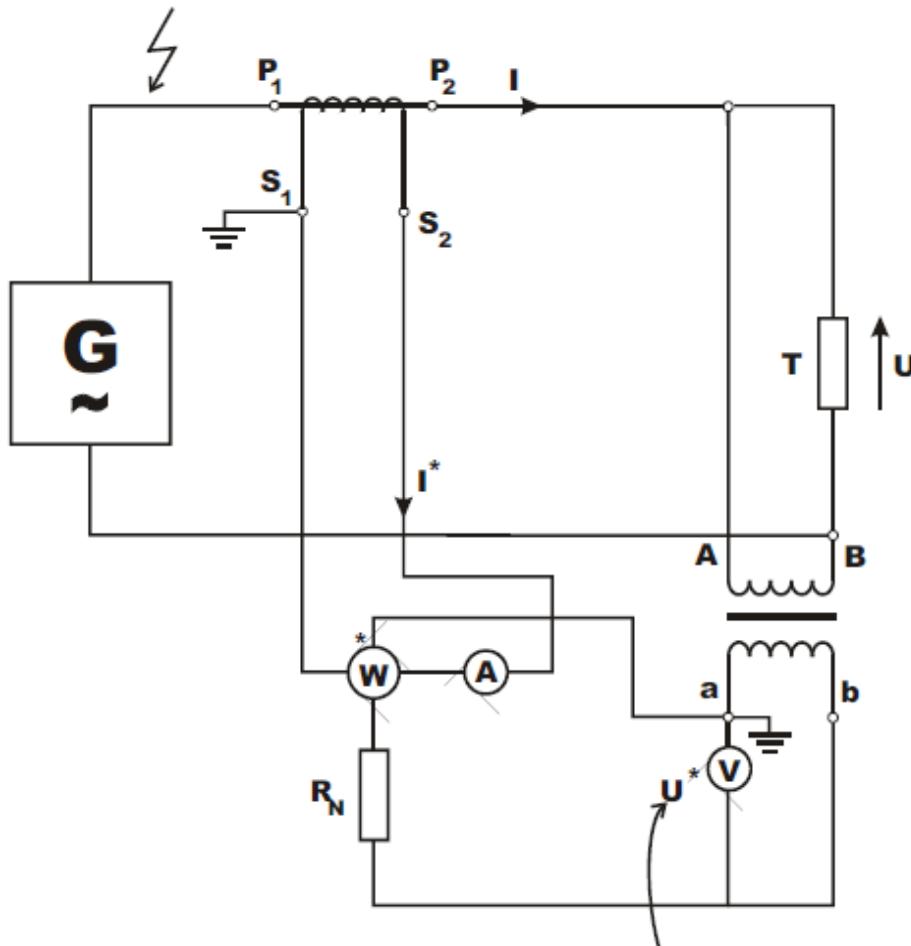
$$P_{TM} = k_U k_I \left[P_W^* - \frac{(U^*)^2}{R_V} - \frac{(U^*)^2}{R_N} \right]$$

$$P_W^* = k_W \alpha_w$$

$$p_t = UI \cos \varphi$$

$$P_{TM} = k_U U \cdot k_I I \cdot \cos\varphi = UI \cos(\varphi - \delta_I - \delta_U) = UI \cos(\varphi - \delta) : \delta = \delta_I + \delta_U$$

$$\varphi^* = \varphi - \delta_I + \delta_U$$



Slika 10.8. Shema mjerjenja djelatne snage u izmjeničnom jednofaznom strujnom krugu

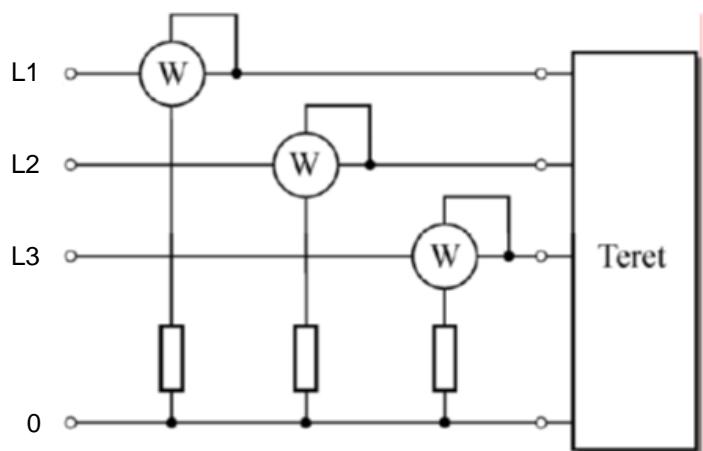
Ako raspolazemo umjernim krivuljama mjernog transformatora, pogreškemožemo smanjiti ispravkom. Ako nemamo umjernu krivulju i ne možemo provesti ispravak onda se ukupna mjerna nesigurnost procjenjuje na temelju graničnih pogrešaka vatmetra, strujnog i naponskog mjernog transformatora i pogreške kutnog zakretanja.

10.4. Mjerjenje snage trofaznog sustava pomoću triju vatmetara

U ovoj metodi kroz strujne grane vatmetra teku fazne struje tereta, dok su njihove naponske grane priključene na pripadne fazne napone. U tom slučaju svaki vatmetar mjeri snagu jedne faze, gdje suma pokazivanja sva tri vatmetra daje ukupnu snagu trofaznog sustava. Ako sustav nema nulvodiča, odvodni krajevi naponskih grana spojeni su zajedno, pa čine zvezdište sustava sastavljenog od tri naponske grane. I ovdje se može pomoći posebne preklopke mjeriti metodom triju vatmetara sa samo

jednim vatmetrom. Pomoću preklopke prebacuju se strujne i naponske stezaljke redom iz jedne faze u drugu. Preklopka mora biti pri tome tako izvedena da ne prekida strujni krug tereta.

U sustavima s neutralnim vodičem upotrebljava se metoda s tri vatmetra (sl. 10.9.), dok kod sustava bez nulvodiča možemo koristiti i metodu dvaju vatmetra. Ukoliko je teret faktora snage blizu jedinice, utoliko prednost ima metoda dvaju vatmetra. Za mjerjenje snage tereta s malim faktorom snage nije prikladno koristiti metodu tri vatmetra ako su vatmetri za $\cos \varphi = 1$. Pravo je rješenje upotreba ove metode uz primjenu vatmetara za mali faktor snage (na primjer 0,2 ili 0,1 ili čak 0,005).



Slika 10.9.. Mjerjenje djelatne snage metodom triju vatmetara

10.5. Mjerjenje djelatne snage pomoću dvaju vatmetra (aronov spoj)

Metodom dvaju vatmetara mjeri se snaga nesimeričnih sustava bez nulvodiča. Pri tome su strujne grane vatmetara W_1 i W_2 priključene u dvije faze, a dovodne stezaljke njihovih naponskih grana na istu fazu u kojoj je i strujna grana (slika 10.10.). Odvodne stezaljke naponskih grana priključuju se na fazu u kojoj nema strujnih grana vatmetara. Treba paziti da dovodne stezaljke strujnih grana budu na strani izvora.

Metoda dvaju vatmetara može se najlakše objasniti promatranjem trenutnih vrijednosti snage u svakoj grani. Suma trenutnih vrijednosti snaga u svakoj fazi daje ukupnu trenutnu vrijednost snage trofaznog sustava:

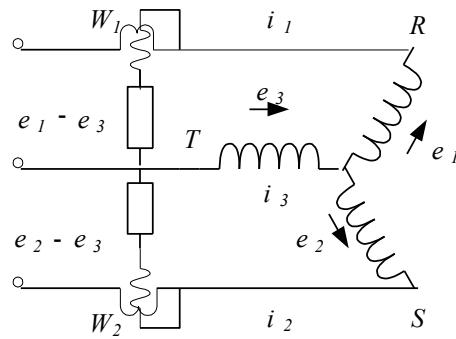
$$P_{tren} = e_1 i_1 + e_2 i_2 + e_3 i_3.$$

Budući da je trofazni sustav bez nulvodiča, suma struja svih triju faza mora biti u svakom trenutku jednaka nuli:

$$i_1 + i_2 + i_3 = 0,$$

ili, iz ove jednadžbe možemo pisati:

$$-i_3 = i_1 + i_2.$$



Slika 10.10. Mjerenje aktivne snage metodom dvaju vatmetara (Aronov spoj)

Ako sada iz jednog izraza uvrstimo u drugi dobijamo da je:

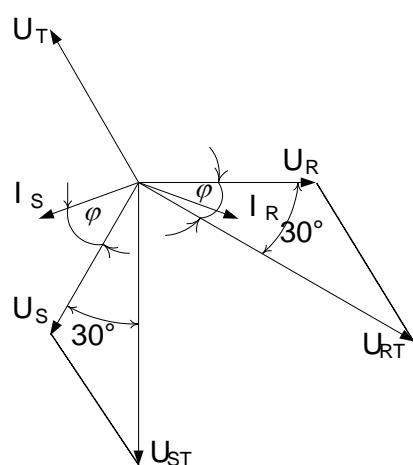
$$P_{tren} = e_1 i_1 + e_2 i_2 - e_3 (i_1 + i_2)$$

$$P_{tren} = i_1 (e_1 - e_3) + i_2 (e_2 - e_3).$$

Kako je naponska grana vatmetra W_1 na naponu $e_1 - e_3$, a kroz njegovu strujnu granu teče struja i_1 , što znači da će taj vatmetar pokazati srednju vrijednost P_1 . Na naponskoj grani vatmetra W_2 je napon $e_2 - e_3$, a kroz njegovu strujnu granu teče struja i_2 , pa će vatmetar W_2 pokazati srednju vrijednost P_2 . Prema tome, suma pokazivanja prvog i drugog vatmetra: $P_1 + P_2$ daje srednju vrijednost snage svih triju faz:

$$P = P_1 + P_2$$

Na slici 10.11. prikazan je vektorski dijagram trofaznog sustava sa simetričnim opterećenjem, gdje fazne struje zaostaju za pripadnim faznim naponom za kut φ .



Slika 10.11.. Vektorski dijagram Aronova spoja za mjerenje aktivne snage

Na naponsku granu vatmetra W_1 djeluje linijski napon $U_R - U_T$, prikazan na dijagramu vektorom U_{RT} . Taj napon, prema naponu U_R zaostaje za 30° , a između struje I_R i napona U_{RT} postoji pomak $30^\circ - \varphi$, odnosno vatmetar W_1 će pokazati:

$$P_1 = I_R U_{RT} \cos(30^\circ - \varphi).$$

Na naponsku granu vatmetra W_2 djeluje linijski napon U_{ST} koji je ispred napona U_S za 30° , pa između struje I_S i napona U_{ST} postoji pomak $30^\circ + \varphi$. Vatmetar W_2 će pokazati:

$$P_2 = I_S U_{ST} \cos(30^\circ + \varphi)$$

Vatmetri imaju skalu sa nulom na lijevom kraju skale. Stoga, kada je P_1 negativan, treba obrnuti naponske priključke kako bi se mogao očitati otklon, jer u slučaju negativnog otklona kazaljke ona prelazi na lijevi kraj skale.

U simetrično opterećenim trofaznim sustavima može se odrediti faktor snage tereta iz omjera jednog i drugog vatmetra. Oduzimanjem izraza dobivamo:

$$P_1 - P_2 = UI \cos 30^\circ \cos \varphi + UI \sin 30^\circ \sin \varphi - UI \cos 30^\circ \cos \varphi + UI \sin 30^\circ \sin \varphi = UI \sin \varphi.$$

Zbrajanjem izraza za P_1 i P_2 dobiva se:

$$P_1 + P_2 = \sqrt{3}UI \cos \varphi.$$

Sada ako podijelimo izraz s izrazom slijedi:

$$\frac{P_1 - P_2}{P_1 + P_2} = \frac{UI \sin \varphi}{\sqrt{3}UI \cos \varphi} = \frac{1}{\sqrt{3}} \operatorname{tg} \varphi$$

ili

$$\operatorname{tg} \varphi = \sqrt{3} \frac{P_1 - P_2}{P_1 + P_2}.$$

Označimo li sa $\xi = \frac{P_1}{P_2}$ dobivamo da je:

$$\operatorname{tg} \varphi = \sqrt{3} \frac{1 - \xi}{1 + \xi},$$

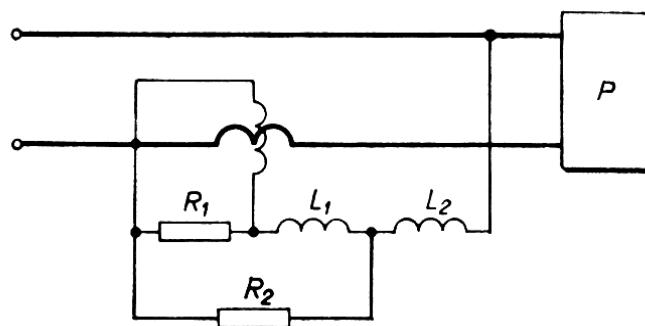
ili

$$\cos \varphi = \frac{1}{\sqrt{1 + 3 \left(\frac{1 - \xi}{1 + \xi} \right)^2}}.$$

Očitanja na vatmetrima treba numerički zbrajati ili oduzimati, ovisno o faktoru snage tereta. Kada ni približno nije poznat faktor snage tereta, pa su moguće zabune. Stoga treba voditi računa o pravilnom priključivanju, to jest mora se paziti na vremenski slijed faza, a i na to koje su dovodne stezaljke na naponskoj i strujnoj grani vatmetra.

10.6. Mjerenje jalove snage u jednofaznim sustavima

Indukcijski mjerni instrumenti imaju otklon proporcionalan umnošku struja kroz njihove zavojnice i sinusa faznog pomaka između tih struja, pa mogu služiti za izravno mjerjenje jalove snage, ako je jedan svitak priključen na napon tereta preko dovoljno velikog aktivnog otpora, a kroz drugi teče struja tereta. Ipak se za mjerjenje jalove snage češće koriste elektrodinamički instrumenti kod kojih je potrebno postići fazni pomak od 90° između struje kroz naponski svitak i napona mjernog tereta. Takav pomak ne može se postići pomoću samo jedne zavojnice spojene u seriju s naponskim svitkom, zbog neizbjegnog djelatnog otpora zavojnice. Potrebna je kombinacija induktiviteta i otpora, kao npr. na slici 10.12..

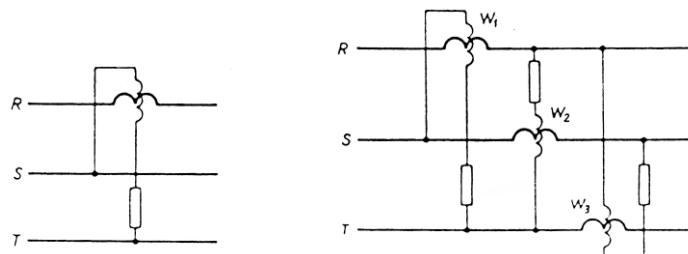


Slika 10.12. Shema spoja za mjerjenje jalove snage

Kombinacija je frekvencijski ovisna, pa se točna mjerena dobivaju samo na frekvenciji za koju je kombinacija ugodena.

10.7. Mjerenje jalove snage u trofaznim sustavima

Mjerenje jalove snage u trofaznim sustavima može se izvesti pomoću instrumenata koji mjere jalovu snagu (var-metri), spajajući ih onako kako se spajaju vatmetri pri mjerenu djelatne snage u trofaznim sustavima. Stoga je i tu moguća metoda jednog, dva ili tri varmetra.



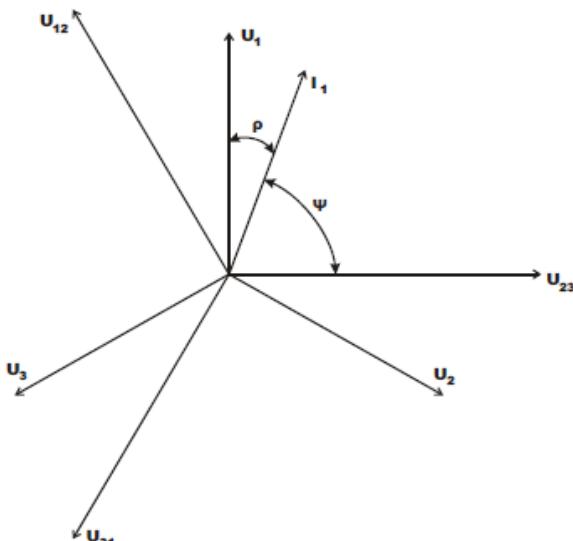
Slika 10.13.a Mjerenje jednim varmetrom Slika 10.13.b Mjerenje sa tri varmetra

Mjerenje jalove snage u trofaznim simetričnim sustavima moguće je i pomoću vatmetara, ako se njihova naponska grana priključi na napon fazno pomaknut za 90° prema naponu koji bi

imala naponska grana pri mjerenu djelatne snage. Tako će se za mjerenu jalove snage po metodi jednog vatmetra upotrijebiti spoj prema slici 10.13.a. Tu je strujna grana vatmetra uključena u fazu R , a naponska grana na linijski napon U_{ST} , umjesto na fazni U_R , kao što bi bilo potrebno pri mjerenu djelatne snage. Odabran je linijski napon U_{ST} jer je fazno pomaknut za 90° prema naponu U_R . Taj napon je $\sqrt{3}$ puta veći od faznog, pa to treba uzeti u obzir pri računanju jalove snage, ili povećati predotpor naponske grane vatmetra za $\sqrt{3}$ puta.

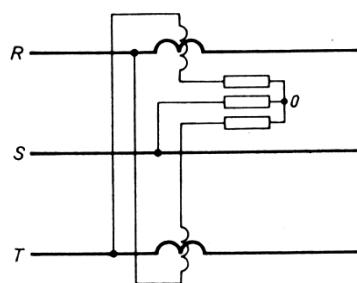
Slično se postupa pri mjerenu jalove snage metodom tri vatmetra (slika 10.13.b.). Jalova snaga P_X trofaznog sustava se određuje iz izraza:

$$P_X = \frac{1}{\sqrt{3}} (P_{XR} + P_{XS} + P_{XT})$$



Slika 10.14. Fazorski dijagram mjerena jalove snage

U trofaznim sustavima bez nulvodiča, moguće je mjerenu jalove snage metodom dva vatmetra (slika 10.15.).



Slika 10.15. Mjerenu metodom dva vatmetra

Ovdje se naponske grane priključuju na fazni napon. Stoga je potrebno, ako nultočka sustava nije pristupačna, izvesti umjetnu nultočku. Pri određivanju jalove snage treba uzeti u obzir da je upotrijebljen za $\sqrt{3}$ puta manji napon:

$$P_X = \sqrt{3}(P_{X1} + P_{X2})$$

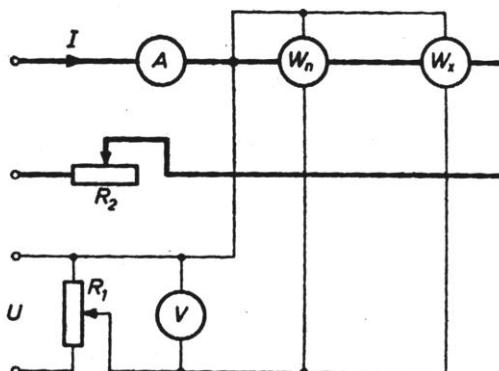
U trofaznim sustavima sa simetričnim opterećenjem može se jalova snaga odrediti i na osnovu očitanja dva vatmetra u Aronovu spoju, ako se oduzmu, (a ne zbroje) njihovi otkloni kako se to vidi iz izraza:

$$P_1 - P_2 = UI \cos 30^\circ \cos \varphi + UI \sin 30^\circ \sin \varphi - UI \cos 30^\circ \cos \varphi + UI \sin 30^\circ \sin \varphi = UI \sin \varphi.$$

Dobivenu razliku treba još pomnožiti s $\sqrt{3}$.

U opisanim spojevima vlada pun linijski napon između strujnog i naponskog svitka, što ograničava njihovu upotrebu na višim naponima. Stoga se obično za napone iznad 110 [V] upotrebljavaju mjerni naponski transformatori.

Kao i sve druge instrumente i vatmetre treba baždariti nakon određenog vremena. Baždarenje se obavlja tako da se otkloni na kontroliranom instrumentu uspoređuju s drugim preciznim instrumentima čija je pogreška pet puta manja od kontroliranog instrumenta. (sl. 10.16.) te se može zanemariti pri kontroli. Vatmetar se kontroliratako da se promjenjivim otpornikom R_1 namjesti napon na nazivnu vrijednost, a zatim se pomoću R_2 podešava struja, a time i otkloni vatmetara. Otkloni se namještaju na



Slika 10.16. Umjeravanje vatmetra

numerirane vrijednosti kontroliranog instrumenta, a zatim se očitaju na preciznom instrumentu prave vrijednosti. Shema na slici je za istosmjerne struje. Kod izmjeničnih struja umjesto promjenjivih otpornika mogu se koristiti transformatori za regulaciju priključeni na stabilizator napona. Za precizne vatmetre (točnije od 0.5%) koristimo laboratorijske kompenzatore i komparatore, tako da se svaka namještена vrijednost struje odredi na kompenzatoru, uz prethodno namještenu vrijednost napona.

Primjer 9:

Postupkom dva vatmetra (Aronov spoj) dobili smo otklone $\alpha_1 = 80 \text{ d.sk.}$ i $\alpha_2 = -20 \text{ d.sk.}$. Koliko iznosi jalova snaga simetričnog trofaznog trošila ako su vatmetri za $450 \text{ V}, 2.5 \text{ A}$ i $\cos\varphi=0.5$, a imaju 150 d.sk. ?

Rješenje:

$$P_1 = \frac{450 \cdot 2.5 \cdot 0.5}{150} \cdot 80 = 300 \text{ VAr}$$

$$P_2 = \frac{450 \cdot 2.5 \cdot 0.5}{150} \cdot (-20) = -75 \text{ VAr}$$

$$P = \sqrt{3} \cdot (P_1 - P_2) = \sqrt{3} \cdot 375 \text{ VAr}$$

$$P = 649.5 \text{ VAr}$$

11. MJERENJE ELEKTRIČNE ENERGIJE

Električna energija je snaga u vremenu:

$$W = P \cdot \Delta t$$

- za izmjeničnu struju najčešće su u primjeni induksijskabrojila i električnabrojila;
- energija (utrošak energije) se mjeri brojilima(istosmjerna i izmjenična);
- izmjenična brojila mogu biti jednofazna i trofazna, za mjerjenje djelatne, jalove i prividne energije.

11.1. Istosmjerna brojila

Za mjerjenje rada koji obavljaju električni strojevi i uređaji koristimo se električnim brojilima. Uglavnom, električno brojilo registrira električnu energiju koju daje generator ili prima trošilo. Razmjerne struje i naponu dobivamo zakretni moment brojila. Brojila su baždarena u vatsatima ili kilovatsatima. Postoje brojila koja mjere količinu elektriciteta koju daje generator ili prima trošilo i ona su baždarena u ampersatima. Tako razlikujemo dvije vrste električnih brojila u istosmjernoj tehnici:

- ampersatna brojila (brojila elektriciteta);
- vatsatna brojila (brojila energije).

Brojila elektriciteta često su izvedena kao mali istosmjerni motori. Rotor se sastoji od trodijelnog namota smještenog između dvije aluminijске ploče, koje se rotiraju u polju dva permanentna magneta. Kada struja protječe kroz namot rotora, na njega djeluje elektromotorna sila koja stvara zakretni moment upravo razmjeran struci opterećenja.

$$M_e = k_1 \cdot I$$

Kako se rotor okreće, aluminijiske ploče sijeku silnice permanentnih magneta , pa se u njima induciraju naponi koji prouzrokuju vrtložne struje. Ove struje se svojim momentom opiru vrtnji i koče rotor. Zato ove ploče nazivamo kočionim pločama. Brzina rotora raste dok se ne uspostavi ravnoteža ova dva momenta. Tada kod konstantne struje ostane i konstantna brzina vrtnje. Što znači da brzina vrtnje zavisi o jakosti struje koja se mijenja s opterećenjem. Kočni moment je razmjeran magnetskom toku i brzini vrtnje. Kako je magnetski tok kod permanentnih magneta konstantan vrijedi:

$$M_z = k_2 \cdot n$$

Kada brojilo postigne ravnotežnu brzinu vrtnje, izjednačuju se momenti:

$$M_e = M_z \quad \Rightarrow \quad k_1 \cdot I = k_2 \cdot n$$

Ako združimo obje konstante, vidimo da je brzina vrtnje razmjerna struji:

$$n = k \cdot I$$

Pomnožena s vremenom jednadžba daje potrošene ampersate :

$$n \cdot t = k \cdot I \cdot t$$

Brojeve okretaja sumira brojač baždaren u ampersatima.

Brojila energije su slična elektrodinamičkim voltmetrima. Fiksni strujni namotaji priključeni su na glavni strujni krug i kroz njih teče struja opterećenja. U njihovom polju giba se rotor. Kroz oba namota i statorski i rotorski teku struje. Zbog zakretnog momenta rotor se počinje okretati.. Zakretni moment je upravo razmjeran umnošku objiju struja :

$$M_e = k_1 \cdot I \cdot I_r$$

Kako je struja rotora upravo razmjerana naponu, vidimo da je zakretni moment razmjeran snazi:

$$M_e = k_2 \cdot I \cdot U = k_2 \cdot P$$

Na istu os pričvršćena je kočna ploča koja se giba između polova permanentnog magneta i stvara kočni moment razmjeran brzini okretanja.

$$M_z = k_3 \cdot n$$

Kod ravnotežnog stanja oba su momenta jednaka.Združivanjem konstanti množenjem cijele jednadžbe s vremenom da je broj okretaja pomnožen s vremenom razmjeran utrošenom radu.

$$n \cdot t = k_2 \cdot P \cdot t = k \cdot W$$

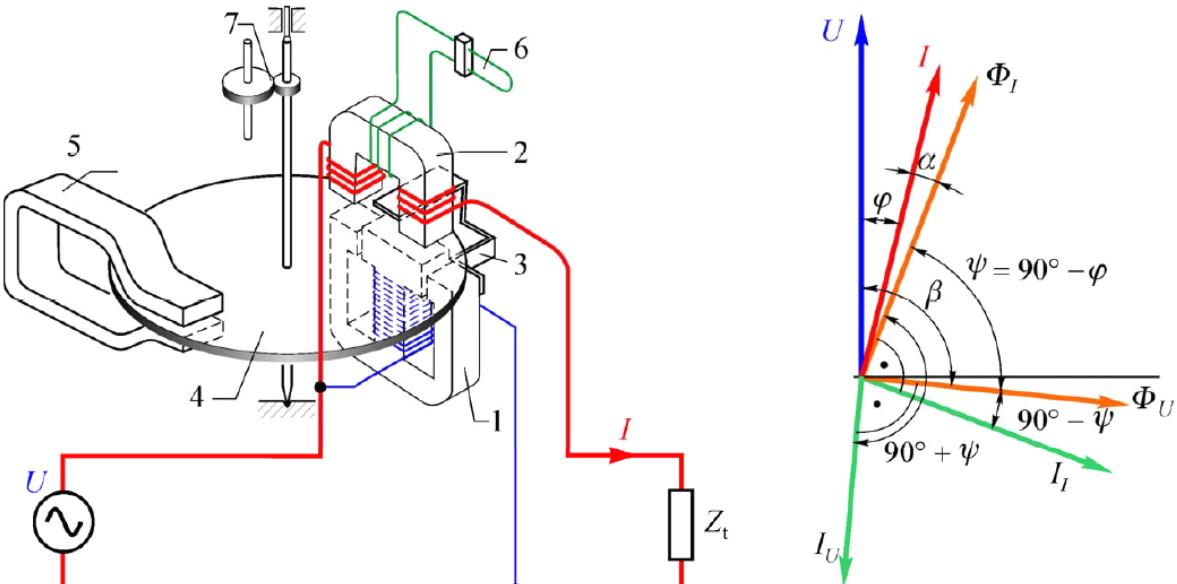
Ovakva brojila upotrebljavaju se uglavnom za istosmjernu struju. Za mjerjenje izmjenične struje koristimo indukciona brojila koja su mnogo isplativija.

11.2. Izmjenična brojila

U tehnički izmjeničnih struja imamo tri vrste snage te sukladno tome dijelimo i brojila za izmjeničnu energiju:

- brojila djelatne energije
- brojila jalove energije
- brojila prividne energije

Brojila djelatne energije rade na principu indukcijskih instrumenata, s tim da trebamo stvoriti putujuće magnetsko polje za ostvarenje zakretnog momenta (sl.11.1.).



Slika 11.1. Indukcijsko brojilo

Na slici 11.1 vidimo: dva elektromagneta strujni (2) i naponski (1), kočni permanentni magnet (5), pomična aluminijска ploča (4) između polova elektromagneta, stremen za povrat magnetskog toka (3), petlja (6) za ugađanje faznog pomaka, prijenos na brojač (7).

Između polova elektromagneta rotira aluminijска ploča. Na jednu željeznu jezgru smješten je mali broj zavoja kroz koje protječe struja opterećenja, a na drugoj željeznoj jezgri nalazi se naponski svitak. Ovakvo brojilo djeluje na principu putujućeg magnetskog polja koje stvaramo položajem polova i faznim pomakom magnetskoga toka koji stvaraju struje u naponskom i strujnom svitku.

Da se induksijskim instrumentima može mjeriti djelatna snaga i energija, fazni pomak između naponskog i strujnog magnetskog toka mora biti 90°. Magnetski tok strujnog svitka nije točno u fazi sa strujom koja ga stvara, zaostaje za neki mali kut, pa moramo napraviti da i magnetski tok naponskog svitka zaostaje za isti kut (slika 11.1.), kako bi pomak u fazi između njih bio točno 90°. Za zakretni moment općenito vrijedi:

$$M_e = k \cdot \phi_U \cdot \phi_I \cdot \sin \psi$$

Kod čistog djelatnog opterećenja $\psi = 90^\circ \Rightarrow \sin \psi = 1$

$$M_e = k \cdot \phi_U \cdot \phi_I = k_1 \cdot U \cdot I = k_3 \cdot P$$

U ovom slučaju imamo maksimalni zakretni moment, za razliku od mješovitog opterećenja gdje su napon i struja u faznom pomaku:

$$M_e = k \cdot \phi_U \cdot \phi_I \cdot \sin(90 - \varphi) = k_2 U \cdot I \cdot \cos \varphi$$

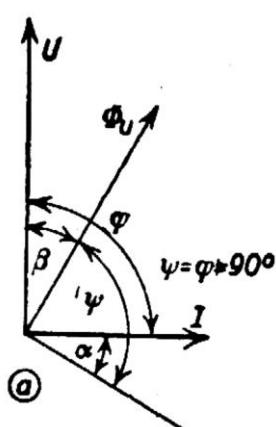
Aluminijska ploča vrti se i kroz silnice permanentnog magneta što stvara kočni moment koji je razmjeran brzini vrtnje, a u ravnotežnom stanju dolazi do izjednačavanja zakretnog i kočnog momenta. Brzina vrtnje brojila djelatne energije upravo je razmjerna električnoj snazi, a broj okretaja u određenom vremenu registrira brojač baždaren u vatima.

$$n \cdot t = k_2 \cdot U \cdot I \cdot \cos \varphi \cdot t = k_3 \cdot P \cdot t = k_3 \cdot W$$

- Indukcijska brojila su građena za struje do 100 A, registriranje može biti u jednoj ili u dvjema tarifama do registriranih 106 ili 107 kWh.
- Tipično su razreda točnosti 2 za djelatnu energiju, dok za reaktivnu (jalovu) energiju pogreška može biti i veća (tipično razred 3).
- Za induksijska brojila definira se konstanta brojila c koja se izražava u broju okretaja po kWh (npr. 1200 okr / kWh).
- Ako se pločica brojila okrenula za vrijeme mjerena N puta, onda brojilo pokazuje utrošak energije:

$$W = \frac{N}{c} [kWh], \quad c \text{ (okr/kWh)}$$

Brojila jalove energije imaju maksimalni zakretni moment suprotno od brojila djelatne energije, što znači kod čistog induktivnog opterećenja (sl. 11.2.). Iz slike je ..

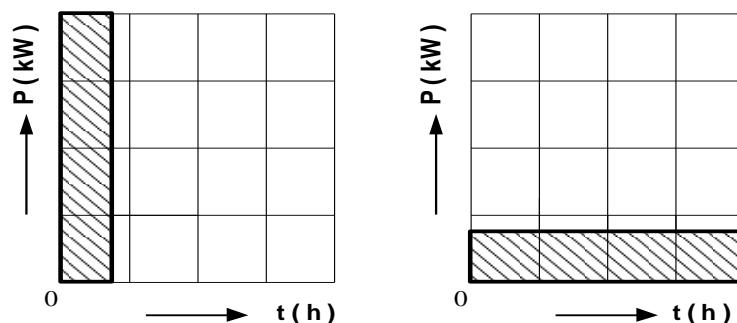


vidljivo da je to samo u slučaju da je $\alpha = \beta$. U tom su slučaju oba magnetska toka kod čistog djelatnog opterećenja u fazi, pa je brojilo bez zakretnog momenta. Kad se između struje i napona pojavi pomak nastaje zakretni moment koji dok kod kuta od 90° ne postigne maksimum. Da bi ispunili zadani uvjet $\alpha = \beta$ paralelno strujnom svitku spojimo otpornik, a u seriju s naponskim svitkom spojimo predotpornik. Vrijednosti tih otpornika su takve da zadovoljavaju gornji uvjet. Brojila jalove energije baždare se u kVAhr (kilovarsat).

Slika 11.2. Fazorski dijagram brojila jalove energije

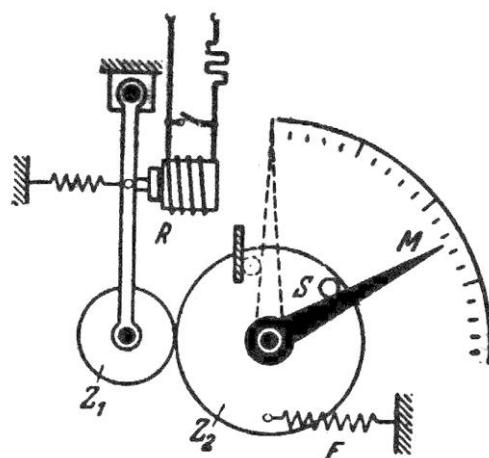
Brojila prividne energije vrlo malo se koriste u praksi za izravno prikazivanje utrošene prividne energije. U osnovi mjerjenje se svodi na pokazivanje utroška djelatne energije i utroška jalove energije, pa ih se zbroji. To znači da se brzine okretanja zbrajaju, ali kao vektori, pa je ukupna brzina rezultat vektorskog zbroja, koji pomnožen s vremenom daje energiju baždarenu u kVAh (kilovoltampersat).

Kod velikih potrošača nije odlučujuća samo ukupna potrošnja, nego i kolika je ona u pojedinim intervalima, kako bi mogli znati koliko je opterećenje izvora. Kod istog broja kW, potrošač može biti priključen samo kratko vrijeme uz veliku priključnu snagu, ili duže vrijeme uz malu priključnu snagu (sl. 11.3.).



Slika 11.3. Raspodjela opterećenja u vremenu

Usporedbom površina potrošnje vidimo da su one jednake, što znači da je potrošena energija jednaka. Uočljivo je da se u prvom primjeru cijeli utrošak dogodio u početku mjerenoj intervala, dok je u drugom primjeru raspoređen jednolikom kroz cijeli interval. Proizvođaču mnogo više odgovara jednolika potrošnja kod koje nema udarnih preopterećenja, pa mu je lakše osigurati dovoljnu količinu energije u svakom trenutku. Za nejednoliku potrošnju mora imati uvijek dovoljno rezerve da može pokriti nagle skokove. Za stimuliranje jednolike potrošnje uvode se brojila s pokazivačem maksimuma. Ona pokazuju maksimalnu potrošnju po intervalima (15 ili 30 min.). Princip rada vidi se na slici 11.4. U početku djelovanja kazaljka je u crtkanom položaju. Brojilo preko zupčanika pomiče kazaljku prema točki maksimuma. Nakon određenog vremena (15 min.), uklopni sat uključuje sklopku. Relej pušta kotvu koju privlači elastično pero i vraća zupčanik u početni položaj. Kazaljka je ostala na mjestu gdje je pomaknuta zupčanikom. Taj otklon je razmjeran energiji koju je potrošač potrošio u tom intervalu. Taj

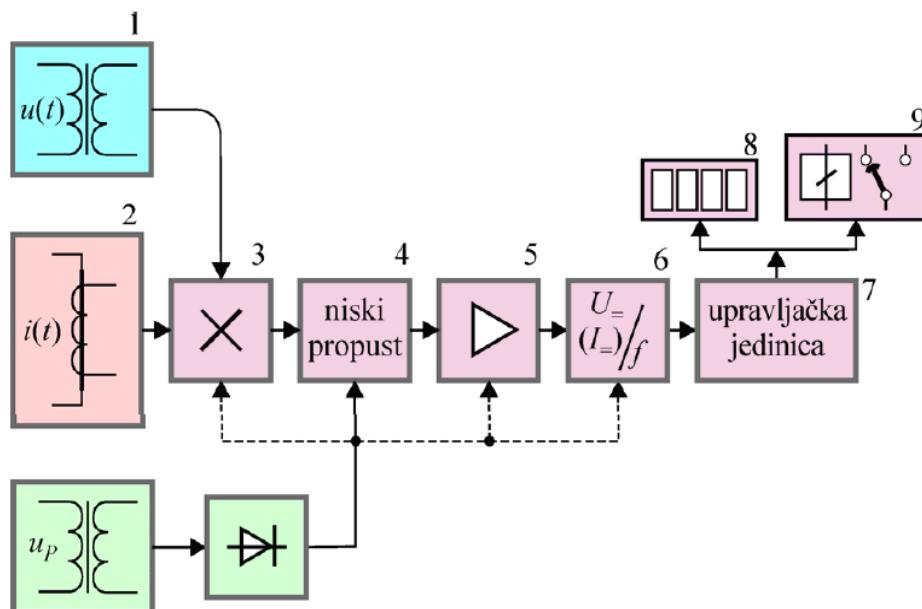


Slika 11.4. Maksimetar

proces se stalno ponavlja jer sklopka je samo za trenutak bila uključena. Čim se isključi, relj opet privlači kotvu i zupčanik opet gura kazaljku. Ako je potrošnja veća nego u prethodnom ciklusu, zupčanik će gurnuti kazaljku još dalje, a ako ne, neće ni doći do nje. Taj se proces odvija sve do očitanja brojila kada se kazaljka vraća u početni položaj. Budući da je vrijeme pomicanja kazaljke poznato, možemo potrošenu energiju podijeliti tim vremenom. Zato su ploče pokazivača maksimuma obično baždarene u kilovatima, što znači da je otklon kazaljke razmjeran srednjoj priključnoj snazi u tom periodu.

11.3. Elektronička brojila

- Koriste se na obračunskim mjernim mjestima većih potrošača, dok se u niskonaponskim mrežama tek probijaju.
- Prednosti:
 1. znatno uže granice pogrešaka (mogu se postići pogreške i 0,1 %)
 2. znatno manji vlastiti potrošak
 3. neosjetljivost na nagib i položaj pri ugradnji
 4. manja ovisnost pokazivanja o promjenama napona i frekvencije
 5. sposobnost pohranjivanja obračunskih podataka nekoliko mjeseci i automatsko očitavanje mjernih vrijednosti na mjernom mjestu.
- Trofazne izvedbe su za linijske napone od 100 V do 415 V, odnosno, za fazne napone od 57,7 V do 240 V.
- Ključni sklop elektroničkog brojila energije jest mjerni pretvornik koji mjerenu snagu pretvara u njoj razmjeran istosmjerni napon.
- Pretvornik se sastoji od mjernih transformatora (1 i 2)(NMT i SMT), množila (3) i niskopropusnog filtra(4), koji izdvaja istosmjernu komponentu izlaznog napona razmjeru snazi trošila.



11.5. Blok shema elektroničkog brojila

- Nakon pojačanja (5)izlaznog napona, napon se pretvara u frekvenciju (niz impulsa), kojom upravlja posebna jedinica (7).
- Broj impulsa u vremenu Δt iz tog pretvornika razmjeran je energiji $W = P\Delta t$.
- Impulsi se privode brojaču (8)i izlaznim kontaktima (9)koji omogućuju prijenos podataka na daljinu ili obradu podataka računalom.
- Posebnim sklopom dobivaju se pomoći naponi napajanja potrebni za rad pojedinih elektroničkih sklopova (napajanje se uzima sa naponskih stezaljki brojila).
- Neke tipične značajke:
 1. nazivna sekundarna struja I_n SMT-a je 1 A ili 5 A
 2. mjerni opseg od 0,2 % do 120 % I_n
 3. vlastiti potrošak snage pri I_n je 0,3 VA
 4. razred točnosti 1,0.
- Za elektroničko brojilo definira se konstanta brojila c koja se izražava u broju impulsa po kWh (npr. 1000 imp / kWh).

11.4. Ispitivanje jednofaznog brojila djelatne energije

Električnim brojilima mjerimo energiju predanu potrošaču u nekom vremenskom razdoblju. Kako bi zadovoljilo zahtje mjerjenja, brojilo mora zadovoljavati važeće propise. Brojilo ispitujemo tako da uspoređujemo potrošnju koju prikazuje ispitivanje brojilo s potrošnjom koju određujemo vrlo preciznim mjerenjem. Postotna pogreška brojila je:

$$p \% = \frac{W_x - W_p}{W_p} \cdot 100$$

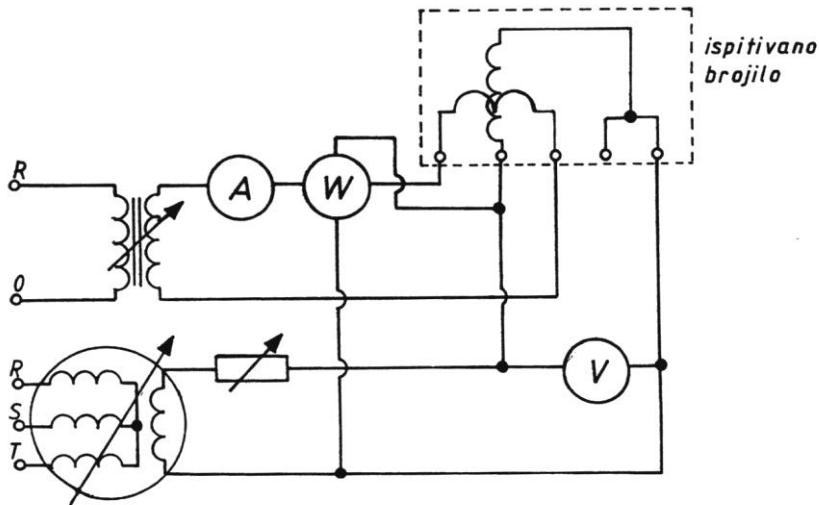
Razred točnosti mjerjenja može biti najviše 2, odnosno $|p \%| \leq 2$. Ispitivanje brojila možemo provesti kod stvarnog opterećenja, ili s umjetnim opterećenjem (sl.50.). Pri umjetnom opterećenju, strujna i naponska grana su posebno priključene na izvore. Izvor na koji je priključena naponska grana opterećujemo samo malom strujom te grane i naponske grane kontrolnih instrumenata. Izvor na koji je priključena strujna grana daje samo mali napon, jednak padu napona u strujnoj grani ispitivanog brojila i strujnoj grani kontrolnih instrumenata. Na ovaj način provodimo ispitivanje brojila uz utrošak neznatne energije.

Brojila električne energije (sl. 11.6.) baždare se vatmetrom i stop-urom, preciznim brojilom, sinkronim postupkom i stroboskopski. Konačna provjera obavljaju se ispitivanjem na trajni rad. Kod ispitivanja vatmetrom (snaga P) i stop-urom (vremenski interval t) uspoređuje se pokazivanje brojila s energijom određenom vatmetrom i stop-urom:

$$W_p = P \cdot t \quad [ws]$$

Energija koju pokazuje brojilo je:

$$W_x = \frac{n}{c} \cdot 3600 \cdot 10^3 \quad [ws]$$



Slika 11.6. Shema ispitivanja jednofaznog brojila

$$W_x = \frac{n}{c} \cdot 3600 \cdot 10^3 \quad [ws]$$

gdje je n broj okretaja aluminijske pločice u vremenskom intervalu, a c $[okr./kWh]$ konstanta brojila. Kod stabilnog naponskog izvora postotnu pogrešku odredimo iz:

$$p \% = \frac{t_x - t}{t} \cdot 100$$

t je stvarno vrijeme izmjereno stop-urom, a t_x zahtijevano vrijeme koje se određuje iz snage opterećenja P , broja okretaja aluminijske pločice u vremenskom intervalu i konstante brojila:

$$t_x = \frac{n \cdot 3600 \cdot 10^3}{c \cdot P} \quad [s].$$

Primjer 7:

Aluminijska ploča magnetomotornog brojila za $U=110[V]$ i $5[A]$ obavila je $10[okretaja]$ u $17,4[s]$, pri opterećenju od $I=4[A]$. Kolika je postotna greška brojila, ako je konstanta brojila $c=4600[okr/kWh]$?

Rješenje:

Energija koju brojilo pokazuje računa se na sljedeći način:

$$W_b = \frac{N}{c} \cdot 3600 \cdot 10^3 = \frac{10}{4600} \cdot 3600 \cdot 10^3 = 7826 \text{ [Ws]}.$$

Energija se može izračunati i preko napona, struje i vremena:

$$W_t = P \cdot t = U \cdot I \cdot t,$$

$$W_t = 110 \cdot 4 \cdot 17,4 = 7656 \text{ [Ws]}.$$

Ove dvije energije bi trebale biti iste. Budući da nisu, onda postoji greška koja se računa na sljedeći način:

$$g\% = \frac{W_b - W_t}{W_t} \cdot 100 [\%],$$

$$g\% = 2,2[\%].$$

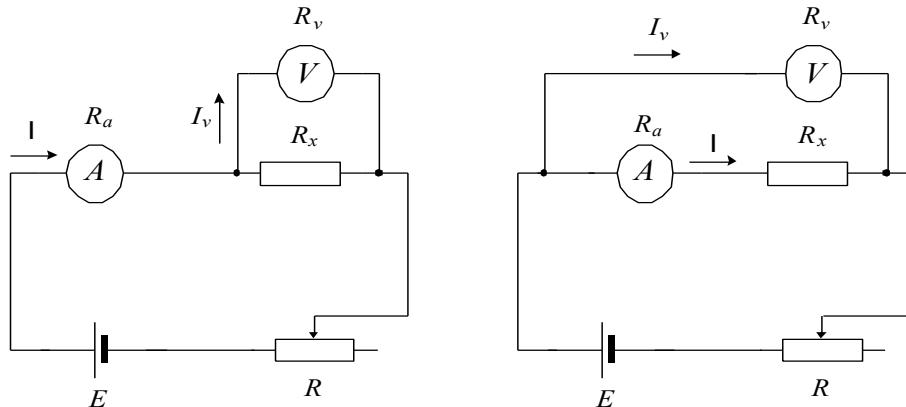
12. MJERENJE OTPORA

Kod mjerjenja otpora moramo voditi računa o pojedinostima koje nisu beznačajne. Ne smijemo zaboraviti pomoćne žice, pomoću kojih mjerimo otpor. Njihov otpor se pribraja mjerenoj otporu. Približno 50 metara bakrene žice presjeka 1mm^2 ima otpor od 1Ω . Lošija obrada kontaktnih površina, oksidacija na spojevima i niz drugih «sitnica» utječu na pogreške pri mjerenuju koje su posebno izražene kod mjerena malih vrijednosti otpora. Termonaponi na priključnim stezaljkama moraju biti što manji, pa treba izabrati prave materijale koji zadovoljavaju kvalitetu mjerena. Utjecaj termonapona eliminiramo tako da u jednom mjerenuju pustimo da struja protječe u jednom smjeru, a kod drugog mjerenuju u drugom smjeru. U jednom slučaju dobivamo višu vrijednost, a u drugom nižu, pa za rezultat uzimamo srednju vrijednost. Kod mjerena omskog otpora zavojnica, ili kod nul metoda, treba počekati da nastupi statičko stanje pa zatim očitati vrijednost. Toplinski koeficijent je različit za različite materijale, pa treba voditi računa o temperaturi okoline. Kod točnijih mjerena najbolje je raditi na temperaturi od 20°C , a ako nije moguće, poželjno je navesti temperaturu pri kojoj su mjerena obavljena. Nekim otpornicima i izolacijskim materijalima opada vrijednost otpora s visinom napona, pa zato treba navesti vrijednost ispitnog napona.

12.1. Mjerjenje malih otpornosti u-i metodom

UI metoda omogućava mjerjenje otpornosti u pogonskim okolnostima, što je posebno važno kod otpornika čija se otpornost mijenja ovisno o pogonskim okolnostima (npr. zbog zagrijavanja, ovisnosti o naponu itd.). Određivanje otpornosti otpornika mjerjenjem napona i struje pogodno je za sve vrijednosti otpornosti (male, srednje i velike). Za izvođenje mjerena potrebni su samo voltmetar i ampermeter. Dakle, instrumenti koji se i inače vrlo često koriste. Moguća su dva spoja: naponski (slika 12.1.)

i strujni (slika 12.2.).



Slika 12.1. Mjerjenje otpora UI metodom
naponski spoj

Slika 12.2. Mjerjenje otpora UI metodom
strujni spoj

U naponskom spoju voltmeter je priključen na stezaljke nepoznatog otpornika, pa je očitani napon U jednak naponu na otporniku. Ampermetar mjeri struju I koja jesu struje kroz otpornik i struje kroz voltmeter I_v . Otpornost R_v voltmetra je poznata, pa se može odrediti njegova struja: $I_v = U / R_v$. Kako kroz mjereni otpornike struja I -

$$R_x = \frac{U}{I - I_v} = \frac{U}{I - \frac{U}{R_v}}$$

I_v , njegova je otpornost:

U strujnom spoju ampermetar mjeri struju kroz nepoznati otpornik, a voltmeter pad naponana ampermetru i nepoznatom otporniku. Ako je otpor ampermetra R_a , tadaje:

$$R_x = \frac{U - R_a I}{I} = \frac{U}{I} - R_a$$

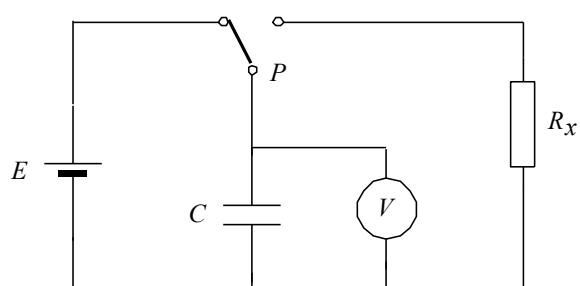
Općenito se upotrebljava onaj spoj u kojem se može zanemariti potrošnja instrumenata i upotrijebiti jednostavan izraz: $R_x = U / I$. To znači da se pri malim otpornostima upotrebljava naponski spoj (slika 66.), jer kroz voltmeter zbog njegove velike unutarnje otpornosti protiče neznatna struja, najčešće zanemariva prema struji koja protiče kroz otpornik nepoznate vrijednosti, odnosno $I \gg I_v$.

U slučaju velikih vrijednosti otpornosti nepoznatog otpornika, upotrebljava se strujni spoj, jer se tada može zanemariti napon na ampermetru u odnosu na napon na nepoznatom otporniku, tj. napon na ampermetru ne djeluje znatnoj mjeri na promjenu ukupnog napona na voltmetu.

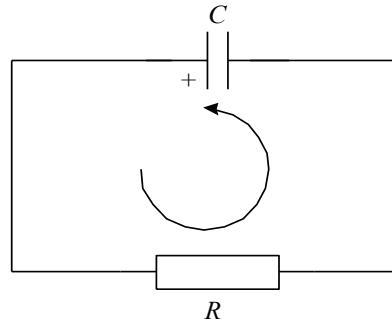
Točnost mjerena otpornosti zavisiće od klase točnosti upotrebljenih instrumenata i veličini njihova otklona. Poželjno je da otkloni budu što bliže punom otklonu. Za preciznija mjerena upotrebljavaju se instrumenti klase 0,2 (ili čak 0,1) s mnogo mjernih opsega, tako da se mogu dobiti zadovoljavajući otkloni. U blizini punog otklona postižu se s instrumentima klase 0,2 sigurne granice pogrešaka mjerene otpora od oko 0,5 %.

12.2. Mjerjenje velikih otpornosti metodom gubitka naboja

Izrazito velike vrijednosti otpornosti otpornika moguće je izmjeriti mjeranjem trajanja izbijanja kondenzatora poznatog kapaciteta C preko otpornika nepoznate otpornosti (sl.12.3.).



Slika 12.3. Metoda mjerena gubitkom naboja



Slika 12.4. Pražnjenje kondenzatora

Prepostavimo da je kondenzator u kolu na slici 12.4. savršen, te da se u trenutku $t_0 = 0$ počinje prazniti preko otpornika R .

Diferencijalna jednadžba za ovo kolo za $t \geq 0$ u tom slučaju glasi:

$$U_c = RC \frac{dU_c}{dt}.$$

Opće je rješenje te jednadžbe:

$$U_c = A e^{\frac{t}{RC}}.$$

Konstanta A određuje se tako što se uzima da je za $t_0 < 0$ napon na kondenzatoru $U_c = U_{c0}$, pa je napon na kondenzatoru:

$$U_c = U_{c0} e^{\frac{t}{RC}}.$$

Ako se prethodni izraz logaritmira kao

$$\ln U_c = \ln U_{c0} + \frac{t}{RC},$$

dobiva se

$$R = \frac{1}{C} \frac{t}{\ln \frac{U_c}{U_{c0}}},$$

gdje je $t = t_2 - t_1$ – trajanje izbijanja kondenzatora.

U_c i U_{c0} – naponi na kondenzatoru na početku i na kraju izbijanja, respektivno.

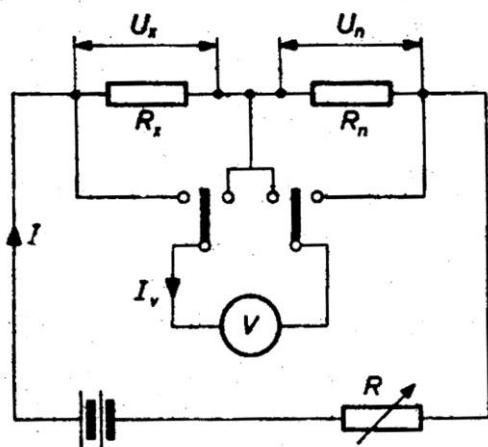
Kondenzator nije idealan, pa se on prvo isprazni preko neke otpornosti R_0 koji predstavlja vlastitu otpornost kondenzatora i priključenog voltmetra. Potom se odredi i otpornost R_e pražnjenjem kondenzatora preko otpornika otpornosti R_x . Otpornost

R_e predstavlja paralelnu vezu otpornika nepoznate otpornosti R_x i otpornosti R_0 te je moguće otpornost R_x odrediti kao:

$$R_x = \frac{R \cdot R_0}{R_0 - R}.$$

12.3. Metode uspoređivanja mjerena djelatnog otpora

Kod poredbenih metoda uvijek imamo poznati otpornik i mjereni otpornik u serijskom ili paralelnom spoju. U serijskom spoju (sl. 12.5.) otpore priključujemo na istosmjerni napon. Struju u strujnom krugu podešavamo promjenljivim otpornikom. Struja stvara



pad napona U_x na nepoznatom otporniku, a U_n na poredbenom otporniku. Ta dva napona mjerimo voltmetrom. Pri stalnoj vrijednosti struje izmjereni naponi moraju biti razmjerni vrijednostima otpora:

$$U_x : U_n = R_x : R_n \quad \Rightarrow$$

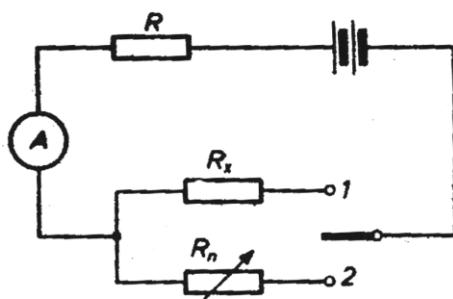
$$R_x = R_n \cdot \frac{U_x}{U_n}$$

Slika 12.5. Metoda uspoređivanja
Što je manji utjecaj voltmetra to je
točnije mjerjenje.

Paralelni spoj je podobniji za mjerene velikih otpora (sl. 12.6.). U ovakovom spoju mjerimo struju u strujnom krugu. Kada je sklopka u položaju 1 mjerimo struju I_x , a kad je u položaju 2 mjerimo struju I_n . Budući da su otpori obrnuto razmjerni vrijednosti mjereneh struja vrijedi:

$$R_x : R_n = I_n : I_x \quad \Rightarrow$$

$$R_x = R_n \cdot \frac{I_n}{I_x}$$



Slika 12.6. Metoda za mjerene
velikih otpora

Metoda zamjene je prikazana na slici 12.7. Nepoznati otpor R_x priključuje se u seriju s ampermetrom i promjenljivim otpornikom R . Promjenljivim otpornikom namještamo jakost struje tako da bude u zadnjoj trećini mjernog područja, nakon toga umjesto nepoznatog otpora uključujemo u strujni krug promjenljivi otpornik R_n i mijenjamo mu vrijednost sve dok ne dobijemo istu mjerenu vrijednost kao i s nepoznatim otporom. Tada vrijedi jednakost:

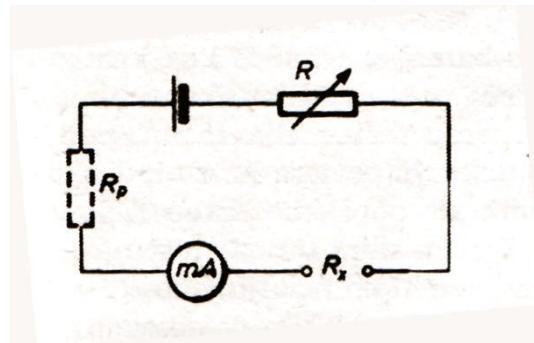
$$R_x = R_n$$

Vrijednost očitavamo na skali promjenljivog otpornika.

12.4. Izravno mjerjenje djelatnog otpora (ommetri)

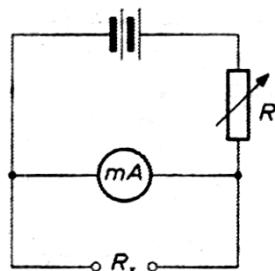
Za izravno pokazivanje vrijednosti otpora koristimo ommetre. Izvedbe tih instrumenata baziraju se na već opisanom principu rada instrumenata s pomičnim svitkom ili digitalnih mjernih uređaja. Koristimo se njima isključivo za brza mjerena malih, srednjih i velikih otpora. Posebne izvedbe su za neposredno mjerjenje otpora od više stotina $M\Omega$. To su mjerila izolacije ili megaommetri.

Po Ohmovom zakonu jakost struje u strujnom krugu (sl. 12.8.) zavisiće od veličine otpora. Zato se skala ampermetra može baždariti u omima, pa možemo izravno očitati vrijednost otpornika u strujnom krugu.



Slika 12.8.. Ommetar za veće otpore

Cijeli postupak podrazumijeva da je napon nepromjenljiv za vrijeme mjerena. Opisani spoj nije pogodan za male otpore jer bi se baterija previše opteretila, pa bi došlo do brzog pada napona. Za mjerjenje malih otpora prikladniji je spoj na slici 12.9.



Slika 12.9. Ommetar za male otpore

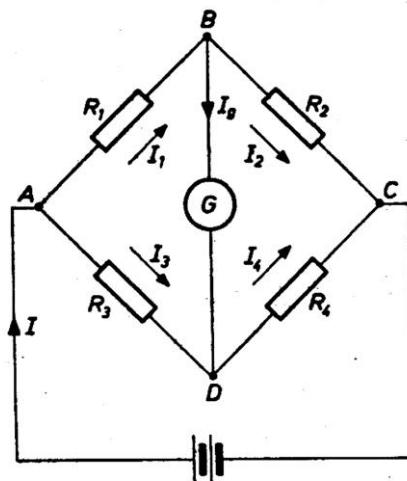
U ovom slučaju mjerni otpor je paralelno priključen mjernom instrumentu, pa je kod kratko spojenih stezaljki R_x instrument bez otklona ($R=0$), a ako su stezaljke otvorene instrument pokazuje puni otklon.

12.5. Mosne metode mjerena djelatnih otpora

Wheatstoneov most

Sastavljen je od četiri otpornika (sl. 12.10.) u obliku kvadrata. Dijagonalno je narinut istosmjerni napon. Između točaka druge dijagonale priključen je galvanometar. Struja I koju daje izvor dijeli se na otpornicima u mostu na četiri struje. Kroz galvanometar protjeće struja I_g . Mijenjanjem vrijednosti otpornika mijenjamo i vrijednosti struja. Dobrom kombinacijom možemo postići da struja kroz galvanometar prestane protjecati ($I_g = 0$). U tom su slučaju točke B i D na istom potencijalu ($U_{BD} = 0$), što je moguće samo ako je pad na otporniku R_1 jednak padu napona na otporniku R_3 . Isto vrijedi i za padove napona na otpornicima R_2 i R_4 . Iz toga slijedi da vrijede sljedeće jednadžbe:

Slika 12.10. Wheatstoneov most



Struja $I_g = 0$, pa su onda jednake i struje:

$$I_1 = I_2 \quad i \quad I_3 = I_4$$

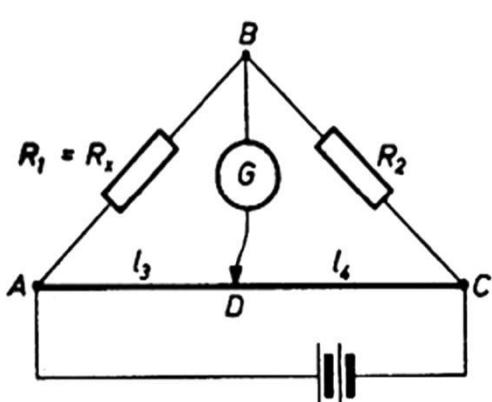
Dijeljenjem jednadžbi dobivamo:

$$\frac{I_1 \cdot R_1}{I_2 \cdot R_2} = \frac{I_3 \cdot R_3}{I_4 \cdot R_4}$$

Ako tražimo vrijednost otpornika R_1 , izračunamo iz izraza:

$$R_1 = R_2 \cdot \frac{R_3}{R_4}$$

Iz svega ovoga zaključujemo da moramo poznavati vrijednosti tri otpornika kako bi odredili četvrti nepoznate vrijednosti. Zato možemo razmotriti nešto jednostavniju mogućnost. Iz zadnje jednadžbe vidimo da je dovoljno poznavati vrijednost otpornika R_2 i omjer otpornika R_3 i R_4 . Pogledajmo Wheatstoneov most s mjernom žicom (sl. 12.11.) Vidimo da smo umjesto otpornika R_3 i R_4 , između točaka A i C, spojili mjernu žicu koja na sebi ima skalu. Mjerenje obavljamo tako da mjerni kontakt pomicemo po žici sve dok se kazaljka galvanometra ne zaustavi u nultom položaju, čime je postignuta ravnoteža lijeve i desne strane mosta. Nepoznati otpor izračunamo iz:



$$R_1 = R_x = R_2 \cdot \frac{l_3}{l_4}$$

Točnost mjernih mostova zavisi od točnosti otpornika u mostu, a naročito o točnosti poredbenog otpornika R_2 . Što je veći mjerni otpor to mora biti veći poredbeni otpor, pa na taj način određujemo i granice napona. Pogreška pogonskih mjernih mostova iznosi oko 1%, dok pogreška preciznih mostova iznosi 0.05%

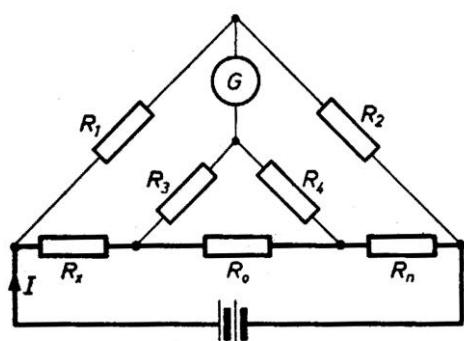
Slika 12.11. Most s s mjernom žicom

Thomsonov most

Za mjerjenje malih otpora pogodniji je od Wheatstoneovog mosta. Pri mjerenu otpora manjih od 1Ω otpor dovoda previše utječe na mjerjenje, pa je Wheatstoneov most skoro neupotrebljiv. Taj nedostatak je eliminiran kod Thomsonovog mosta (sl.12.12.). U ovom mostu otpornici su tako kombinirani, da glavni dio struje protječe kroz nepoznati i poredbeni otpornik, a kroz ostale otpornike protječe vrlo slaba struja. Jakost struje podesimo tako da na nepoznatom otporniku dobijemo dovoljno veliki pad napona. U ravnotežnom stanju kroz galvanometar ne protječe struja, pa vrijede sljedeće jednadžbe:

$$I_2 \cdot R_x + I_3 \cdot R_3 = I_1 \cdot R_1$$

$$I_2 \cdot R_n + I_3 \cdot R_4 = I_1 \cdot R_2$$



Slika 12.12. Thomsonov most

Iz ovih jednadžbi slijedi:

$$\frac{I_2 \cdot R_x}{I_1 \cdot R_1} = 1 - \frac{I_3 \cdot R_3}{I_1 \cdot R_1}$$

$$\frac{I_2 \cdot R_n}{I_1 \cdot R_2} = 1 - \frac{I_3 \cdot R_4}{I_1 \cdot R_2}$$

Iz praktičnih razloga izjednačimo otpornike: $R_1 = R_2$ i $R_3 = R_4$, pa dobivamo jednake desne strane u gornjim jednadžbama

$$\frac{I_2 \cdot R_x}{I_1 \cdot R_1} = 1 - \frac{I_3}{I_1}$$

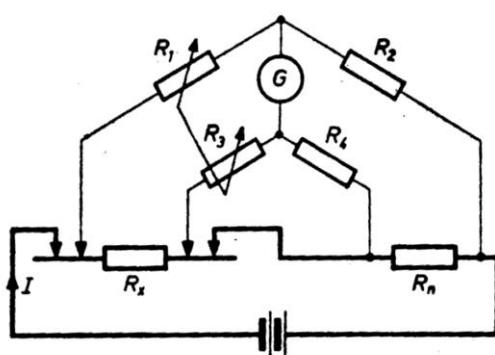
$$\Rightarrow \quad \frac{I_2 \cdot R_x}{I_1 \cdot R_1} = \frac{I_2 \cdot R_n}{I_1 \cdot R_2}$$

$$\frac{I_2 \cdot R_n}{I_1 \cdot R_2} = 1 - \frac{I_3}{I_1}$$

Jednadžbu podijelimo sa strujama i ostane omjer otpornika:

$$\frac{R_x}{R_1} = \frac{R_n}{R_2} \quad \Rightarrow \quad R_x = R_n \cdot \frac{R_1}{R_2} \quad ili \quad R_x = R_n \cdot \frac{R_3}{R_4}$$

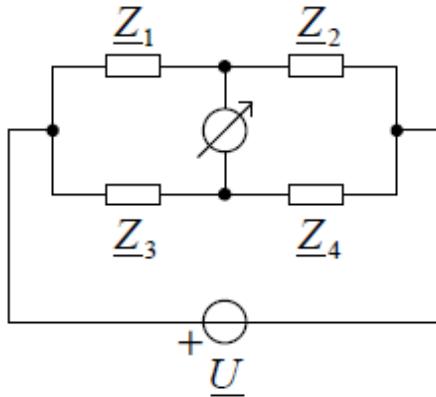
Spajanje galvanometra na spojno mjesto između R_3 i R_4 umjesto spojnjog mjeseta između R_x i R_n nema značaja, a time smo eliminirali otpor dovoda. Izvedbu laboratorijskog Thomsonovog mosta vidimo na slici 12.13. Poredbeni otpornik je obično etalonski i za vrijeme mjerjenja je stalan, a ravnoteža mosta se dobiva istodobnim mijenjanjem otpora R_1 i R_3 . Thomsonovim mostom mjerimo otpore kovinskih traka, šipki, žica i sl.



Slika 12.13. Laboratorijski Thomsonov most

Mostovi za izmjeničnu struju

Opća spoj i uvjet ravnoteže mosta (sl. 12.14.)



Slika 12.14. Most za izmjeničnu struju

Mostovi koji se napajaju istosmjernom strujom omogućuju mjerenje samo omskih otpora, ali kad ih priključimo na izmjeničnu struju možemo mjeriti i induktivne ili kapacitivne otpore, a možemo ih koristiti za mjerena otpora uzemljenja, za mjerene frekvencije i sl. Uglavnom se koristimo izmjeničnom strujom raznih frekvencija. Kod niskih frekvencija za nul-instrumente koristimo se vibracijskim galvanometrima, dok se za srednje frekvencije koristimo slušalicama. Za nul-instrument upotrebljavamo i elektronska pojačala, kojima podesimo mjerenu frekvenciju radi povećanja osjetljivosti. Na izlazu iz pojačala je miliampermetar ili katodna cijev. Jednakost omjera otpornika u istosmjernim mostovima možemo primijeniti i kod izmjeničnih

$$\hat{Z}_1 : \hat{Z}_2 = \hat{Z}_3 : \hat{Z}_4 .$$

Prividne otpore izrazimo pomoću njihova kompleksnog zapisa:

$$(R_1 + jX_1) : (R_2 + jX_2) = (R_3 + jX_3) : (R_4 + jX_4) \Rightarrow$$

$$R_1 : R_2 = R_3 : R_4 = X_1 : X_2 = X_3 : X_4$$

Vrijednosti jalovih otpora znamo iz relacija :

$$X_L = \omega L \quad i \quad X_C = \frac{1}{\omega C} .$$

U slučaju da imamo i jedan i drugi jalovi otpor, na primjer u serijskom spoju:

$$X = \omega L - \frac{1}{\omega C} .$$

Iz ovoga vidimo da kod mostova za izmjeničnu struju u ravnotežu treba dovesti i jalove otpore, što postižemo promjenljivim zavojnicama ili promjenljivim kondenzatorima.

12.6. Mjerenje specifičnog otpora (metala)

Za određivanje specifičnog otpora metala potrebna su nam svojstva koje ima Thomsonov most. Metal u obliku žice ili trake kojoj želimo mjeriti specifični otpor uronimo u petrolejsku kupelj, koju stalno miješamo. Tako postižemo konstantnu temperaturu mjerенog predmeta. Izmjerimo presjek i duljinu predmeta, pri određenoj temperaturi i izračunamo specifični otpor;

$$\rho = R \cdot \frac{S}{l}$$

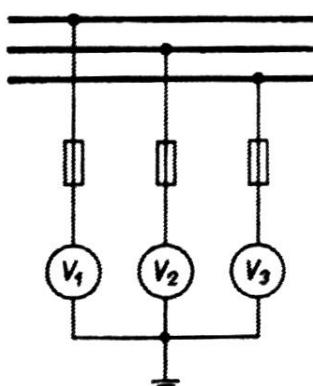
R – izmjereni otpor pomoću Thompsonovog mosta.

Kako je petrolejska kupelj snabdjevena grijačima to možemo po želji mijenjati temperaturu mjerrenom predmetu, a samim tim odrediti i **toplinski koeficijent otpora**. Izmjerimo otpor pri temperaturama ϑ_1 i ϑ_2 i izračunamo toplinski koeficijent iz poznate jednadžbe:

$$\alpha = \frac{R_2 - R_1}{R_1 \cdot (\vartheta_2 - \vartheta_1)}$$

12.7. Mjerenje otpora izolacije (megaommetri)

Mjerenje izolacijskih otpora spada u područja mjerenja velikih otpora. Za takva mjerenja potreban je dovoljno visok napon. To postižemo ugrađivanjem malih generatora istosmjernog napona i tranzistorskih pretvarača, koji mogu proizvoditi napone i do nekoliko tisuća volti, u instrumente za mjerenje velikih otpora (megaommetre).



Slika 12.15. Kontrola izolacije

U osnovi razlikujemo dvije vrste megaommetara. Jedni imaju instrument s pomičnim svitkom, a drugi su s unakrsnim svicima. Kod mjerila s pomičnim svitkom napon mora biti konstantan, što zahtjeva vrlo konstantan broj okretaja generatora. Kod mjerila s unakrsnim svicima broj okretaja ne mora biti u tolikoj mjeri konstantan, pa im ne treba kontrola broja okretaja. Otpor izolacije mjeri se između vodiča i vodiča, kao i između vodiča i zemlje. Otpor se mjeri na novim instalacijama, ali i povremeno u kasnijem radu, radi slabljena otpora zbog starenja izolacijskog materijala. Kod izmjeničnih struja zbog kapacitivnih jalovih struja mjerjenje se ne može obavljati za vrijeme rada, pa kontrolu izolacije obavljamo pomoću voltmetara (sl.12.15.) , kojima kontroliramo napon između vodiča i zemlje. Ako se pojavi dozemni spoj, ili oštećenje izolacije na nekom od vodova dolazi do pada napona između tog vodiča i zemlje, dok će naponi na druga dva vodiča porasti. Ovakav spoj koristimo i kod viših napona, s tim da voltmetre priključimo preko naponskih transformatora. Ponekad se izvodi i spoj u koji spajamo i sirenu, koja u slučaju proboga izolacije zvučnim signalom upozorava na nastalo oštećenje.

Primjer9:

Za postrojenja s pogonskim naponom ispod 1000 V, mjerjenja treba obaviti pogonskim naponom ili naponom od najmanje 100 V.

Kažemo da takva postrojenja imaju zadovoljavajuću izolaciju, ako gubitak između dva susjedna osigurača, ili iza posljednjeg osigurača ne prelazi 1 mA, pri pogonskom naponu (za 220 V to iznosi $220 \text{ k}\Omega$)

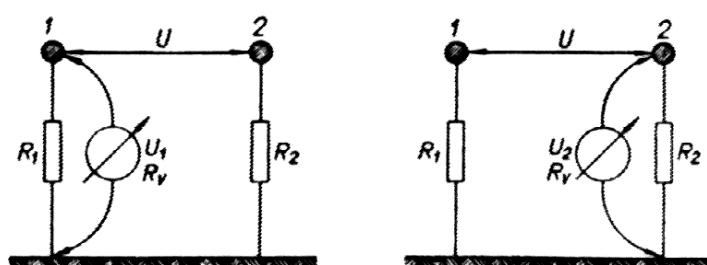
Ove vrijednosti uzimamo kao informaciju uz koju moramo provjeriti važeće propise i iskustvene podatke.

Još je potrebno naglasiti da se kod ovih ispitivanja ne traži neka posebna točnost, zbog naravi samih izolacijskih otpora. Oni nemaju stalnu vrijednost radi utjecaja prašine, vlage, temperature itd.

Mjerenje izolacije u pogonu

Upravo u pogonu nam je važno znati vrijednost otpora izolacije.

Frischovom metodom određujemo napone između dva neuzemljena vodiča , a zatim i napone vodiča prema zemlji (sl. 12.16.)



Slika 12.16. Mjerenje izolacije u pogonu (Frischova – metoda)

Omjer napona vodiča prema zemlji razmjeran je omjeru otpora:

$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{R_1}{R_2} \Rightarrow R_1 = R_2 \frac{U_1}{U_2}$$

Napon prema zemlji odnosi se prema naponu između dva vodiča, isto kao otpor paralelne veze otpora R_V i otpora R_1 , prema otporu te paralelne kombinacije vezane u seriju s otporom R_2 . Iz toga slijedi:

$$\frac{U_1}{U} = \frac{\frac{R_V \cdot R_1}{R_V + R_1}}{\frac{R_V \cdot R_1}{R_V + R_1} + R_2} \Rightarrow R_1 = R_V \frac{U - U_1 - U_2}{U_2}$$

isto vrijedi i za drugi vodič:

$$R_2 = R_V \frac{U - U_1 - U_2}{U_1}$$

Primjer 10:

Koliki otpor ima otpornik preko kojeg se kondenzator od $0.08 \mu F$ izbija na polovinu početnog napona za 1.53 s ? Kondenzator se sam izbije na polovinu početnog napona za 62 s .

Rješenje:

$$CR_0 = \frac{62}{\ln\left(\frac{U}{U/2}\right)} = \frac{62}{\ln 2} = 89.4 \Rightarrow R_0 = \frac{89.4 \cdot 10^6}{0.08} = 1118 M\Omega$$

$$CR = \frac{1.53}{\ln\left(\frac{U}{U/2}\right)} = \frac{1.53}{\ln 2} = 2.207 \Rightarrow R = \frac{2.207 \cdot 10^6}{0.08} = 27.59 M\Omega$$

$$R_x = \frac{R \cdot R_0}{R_0 - R} = 28.28 M\Omega$$

Primjer 11:

Koliki je otpor izolacije, ako smo mjeranjem (Frischova metoda) dobili napon između vodiča 220 V. Napon prvog vodiča prema zemlji je 31 V, a drugog vodiča je 45 V ? Otpor voltmatra je $300 k\Omega$.

Rješenje:

$$R_1 = \frac{220 - 31 - 45}{45} = 960 \text{ k}\Omega$$

$$R_2 = \frac{220 - 31 - 45}{31} = 1390 \text{ k}\Omega$$

12.8. Mjerenje specifičnog otpora tla

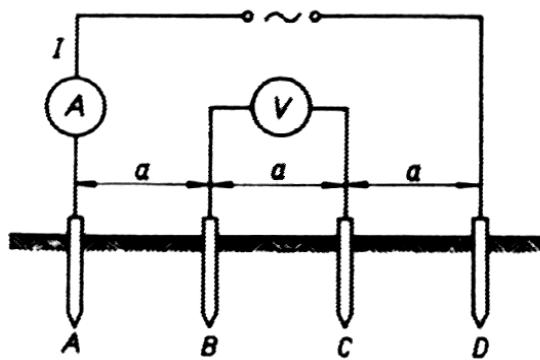
Pri projektiranju uzemljenja moramo odrediti dimenzije uzemljivača. Zato trebamo prethodno odrediti specifični otpor tla. Moramo voditi računa o:

- nehomogenosti tla
- ovisnosti otpora o klimatskim uvjetima

Upravo zato mjerenja obavljamo više puta u različita doba godine.

Mjerenja obično radimo pomoću četiri sonde (sl. 12.17.) zabijene u zemlju na jednakim dovoljno velikim udaljenostima a .

Na vanjske elektrode priključuje se izvor izmjeničnog napona, a pomoću voltmetra s velikim unutarnjim otporom izmjerimo pad napona između unutarnje dvije elektrode. Ako su elektrode razmjerno male u odnosu na njihovu međusobnu udaljenost tretiramo ih kao točkaste uzemljivače.



Slika 12.17. Mjerenje specifičnog otpora tla

Potencijal elektrode « B » je:

$$V_B = \frac{I \cdot \rho}{2\pi a} - \frac{I \cdot \rho}{2\pi \cdot 2a} = \frac{I \cdot \rho}{4\pi a}$$

Potencijal elektrode « C » je:

$$V_C = \frac{I \cdot \rho}{2\pi \cdot 2a} - \frac{I \cdot \rho}{2\pi a} = -\frac{I \cdot \rho}{4\pi a}$$

Razlika potencijala između elektroda « B » i « C » iznosi:

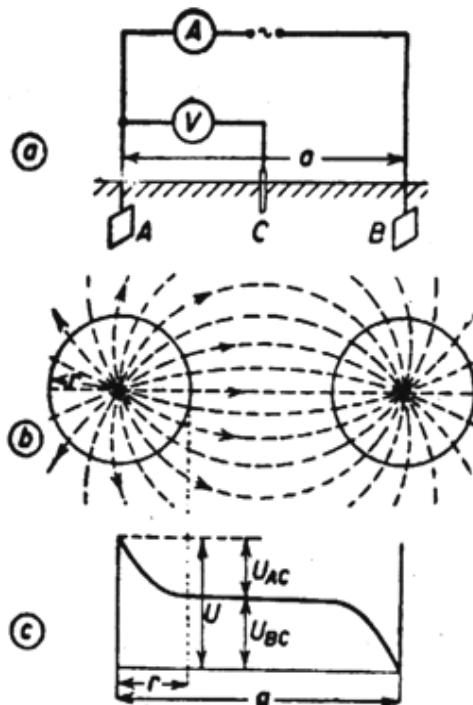
$$U_{BC} = V_B - V_C = \frac{I \cdot \rho}{2\pi a}$$

Vrijednost specifičnog otpora tla dobijemo iz:

$$\rho = 2a\pi \cdot \frac{U_{BC}}{I}$$

12.9. Mjerenje otpora uzemljenja

Prema propisima kućišta električnih uređaja moraju biti uzemljena, kao zaštita u slučaju greške u izolaciji. Takva zaštita ima svoju svrhu samo ako je pravilno izvedena, što znači da otpor uzemljenja mora biti dovoljno nizak. U tu svrhu radimo mjerenja otpora uzemljenja. Nakon izvedbe uzemljenja pristupimo mjerenuju otpora uzemljenja, da odredimo dali je svrshishodno. Poslije povremeno provjeravamo radi eventualnih oštećenja koja mogu utjecati na ispravnost uzemljenja. Da bi razumjeli kako funkcioniра uzemljenje, prvo moramo znati kako zemlja provodi električnu struju. Postavimo dva uzemljivača (sl.12.18.) na određeni razmak. Kada na njih narinemo napon, dolazi do protjecanja električne struje od jednog prema drugom uzemljivaču. Slika pokazuje da struja izlazi u svim smjerovima. Širi se u okolini uzemljivača, da bi se sjedinila u blizini drugog uzemljivača. U neposrednoj blizini uzemljivača struja ima mali presjek, pa mora svladati veliki otpor, zbog čega je pad napona velik, dok u sredini između dva uzemljivača presjek velik, otpor je malevrijednosti, pa je i pad napona malen. Što znači da se napon razdjeli nejednoliko između uzemljivača. Veliki pad napona je u neposrednoj blizini uzemljivača, dok je vrlo mali na srednjoj udaljenosti od njih. Područje gdje je najveći



Slika 12.18. Mjerenje otpora uzemljenja

pad napona nazivamo zapornom plohom. Veličina zaporne plohe zavisi od veličine uzemljivača. Kod malih uzemljivača njezin promjer je oko 5 m. Vidimo da zapornu plohu možemo mjeriti voltmetrom s dovoljno velikim unutrašnjim otporom. Pomoću voltmetra možemo snimiti krivulju pada napona između uzemljivača. Iz ove krivulje vidimo da se sav otpor uzemljenja nalazi u području zaporne plohe (najveći pad napona) pa ga tu i mjerimo. Otpor mjerimo tako da postavimo pomoćni uzemljivač C i mjerimo otpor između A i C. Pomoćni uzemljivač točka C mora biti najmanje udaljen za dvostruki polumjer zaporne plohe. Za male uzemljivače najmanje 10 metara, uz preporuku da se uzemljivači postavljaju na 15 do 20 m. da se zaporne plohe ne bi preklopile što bi izazvalo pogrešku u mjerenu. Otpor uzemljenja mjerimo izmjeničnom strujom, jer kod istosmjerne struje dolazi do polarizacije koja ometa mjerjenje i kvari točnost rezultata. Za ovakva mjerena postoji više načina kako se ono izvodi, pa ćemo ih spomenuti, da bi dobili uvid o mjerenu .

Mjerjenje otpora uzemljenja mjerenjem struje i napona

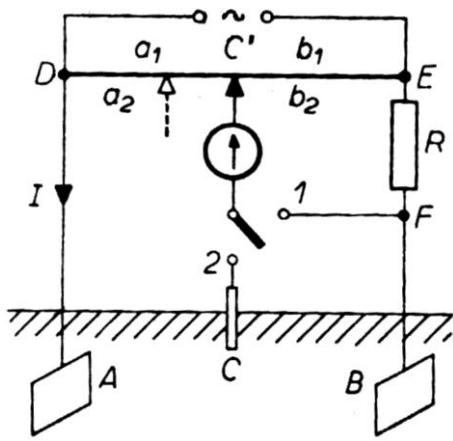
U spoju kao na slici 66. pomoću ampermetsra mjerimo struju koja protjeće između uzemljivača , a voltmetrom mjerimo napon između uzemljivača i pomoćnog uzemljivača, koji je postavljen izvan zaporne plohe. Otpori uzemljivača A i B su:

$$R_A = \frac{U_{AC}}{I} \quad i \quad R_B = \frac{U_{BC}}{I}$$

Za ovakvo mjerjenje potreban je voltmetar s vrlo velikim ulaznim otporom. Pomoćni uzemljivač mora biti malog otpora, da bi postigli dovoljnu jakost električne struje.

12.10. Mosne metode mjerena otpora uzemljenja

Wiechertov most



Princip je potpuno isti kao u Wheatstoneovom mostu s mjernom žicom (sl.12.19.). Omogućava podesnije mjerjenje od prethodnog. Imamo pomoćni uzemljivač B i sondu C . Izvodimo dva mjerena. Uprvom mjerenu (sklopka u položaju 1) tražimo na mjerenoj žici točku C' , koja u ravnoteži ima isti potencijal kao točka F . U tom slučaju obadva otpora uzemljenja nalaze se u jednoj grani pa vrijedi jednakost :

$$(R_A + R_B) : R = a_1 : b_1 = \alpha_1$$

gdje je R otpornik za usporedbu.

Slika 12.19. Wiechertov most

Kod drugog mjerjenja (sklopka u položaju 2) otpornici R_B i R nalaze se u serijskom spoju u istoj grani. U tom slučaju dobijemo novu jednakost :

$$R_A : (R_B + R) = a_2 : b_2 = \alpha_2$$

Iz ovih jednadžbi odredimo otpor uzemljenja uzemljivača A .

$$R_A = R \cdot \alpha_2 \cdot \frac{1 + \alpha_1}{1 + \alpha_2}$$

Ova metoda je složenija, ali i točnija.

Stöselov most

Na slici 12.20.. prikazan je princip mjerjenja pomoću ovakvog mosnog spoja. Također nam trebaju dva mjerjenja, ali rezultate možemo izravno očitati , za razliku od Wiechertovog mosta. U prvom mjerjenju (sklopka u položaju 1) pomicanjem klizača C' dovodimo most u ravnotežno stanje, a tada vrijedi:

$$R_1 : R_2 = R : (R_A + R_B)$$

Kod drugog mjerjenja (sklopka u položaju 2) pomičemo klizač za novu ravnotežu u mostu :

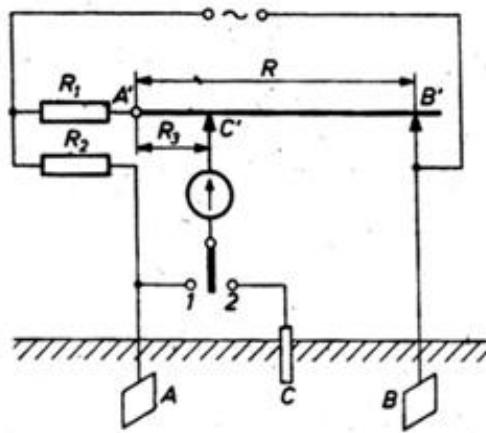
$$\frac{R_1 + R_3}{R_2 + R_A} = \frac{R - R_3}{R_B}$$

$$R_A = R_3 \cdot \frac{R_2}{R_1}$$

Ako stavimo $R_1 = R_2$, a skalu na mjernoj žici baždarimo u omima možemo neposredno očitati vrijednost otpora uzemljenja uzemljivača A . Za promjenu mjernog opsega, mijenjamo omjer otpornika R_1 i R_2 za onoliko puta koliko želimo da se promijeni mjerni opseg.

Behrendova kompenzacijска metoda

Shema na slici 12.21. omogućuje mjerjenje otpora uzemljenja samo jednim mjerjenjem. U strujnom krugu nalazi se transformator s prijenosnim omjerom 1,uzemljivač A kojem mjerimo otpor i pomoći uzemljivač B. U sekundarnom krugu



Slika 12.20. Stöselov most

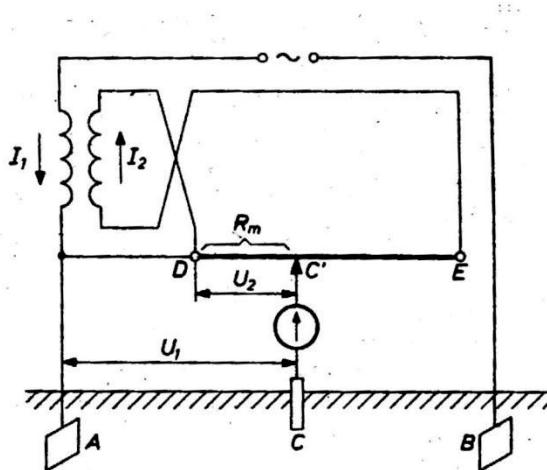
transformatora je poredbeni otpornik u obliku mjerne žice, te je sekundarni krug transformatora u stvari pomoći strujni krug kompezatora. Nulti instrument mogu biti slušalice ili instrument s pomičnim svitkom. Kada klizačem podesimo nulu na instrumentu u strujnom krugu vrijedi:

$$I_1 \cdot R_A = I_2 \cdot R_m$$

Gdje je R_m otpor mjerne žice u nultom položaju.

Kod jednakih napona $U_1 = U_2$ jednake su i struje $I_1 = I_2$, pa je $R_A = R_m$

Ovu metodu danas vrlo često primjenjujemo. Mjerni opseg možemo mijenjati pomoći transformatora s nekoliko prijenosnih omjera, ili da mjernom otporu paralelno priključimo drugi otpor poznate vrijednosti



Slika 12.21. Berendova kompenzacijaska metoda

13. ODREĐIVANJE MJESTA GREŠKE NA KABELU

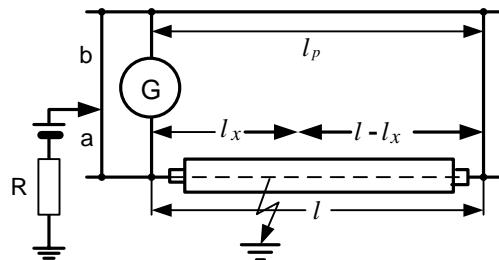
Prilikom greške na kabelu moramo što točnije odrediti mjesto greške , jer su kabeli obično ispod zemlje . Kod kabela registriramo tri vrste grešaka :

- dozemni spoj
- kratki spoj
- prekid vodiča

Za lociranje greške na kabelu postoji više načina koje ćemo opisati. Osnovno što moramo znati je kako i gdje je kabel položen , da bi na osnovu mjerjenja zaključili na kojoj udaljenosti od mjesta mjerjenja je greška na kabelu.

Žični most

U suštini to je Wheastoneov most (sl. 13.1.). Za mjerjenje trebamo pomoći vod. Obično koristimo zdravu žicu u kabelu, ili paralelan kabel. Pomjeranjem klizača dovedemo most u ravnotežno stanje, a tada vrijedi:



Slika 13.1. Žični most

$$\frac{a}{b} = \frac{l_x}{l_p + (l - l_x)}$$

Odakle lako odredimo udaljenost do mjesta greške:

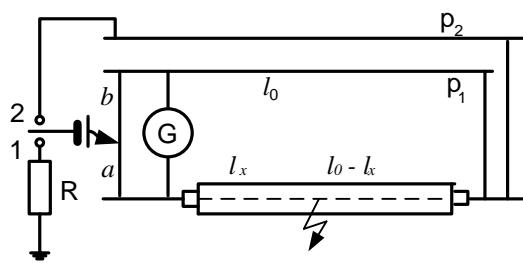
$$l_x = \frac{a}{a+b} \cdot (l + l_p)$$

Pretpostavlja se da je presjek vodiča jednak presjeku pomoćnog voda.

Heinzelmannova metoda

Kod ove metode utjecaj otpora pomoćnog voda eliminiraо tako da izvedemo još jedno mjerjenje, ali oštećeni kabel iskopčamo. Za to nam je potreban još jedan pomoći vod, podrazumijeva se da presjek mора biti isti (sl. 13.2.) U prvom mjerenuju preklopka se nalazi u položaju 1, u ravnotežnom stanju vrijedi :

$$\frac{a_1}{b_1} = \frac{l_x}{l_p + (l - l_x)}$$



Kod drugog mjerjenja preklopka je u položaju 2, pa odredimo omjer otpora kabela i pomoćnog voda p_1 , pri čemu pomoći vod p_2 služi samo za dovod struje drugom kraju kabela, te njegov otpor ne utječe na mjerjenje. U ravnotežnom stanju vrijedi:

$$Slika\ 13.2.\ Heinzelmanova\ metoda \frac{a_2}{b_2} = \frac{l}{l_p}$$

Ako iz ovog mjerjenja izračunamo l_p i uvrstimo ga u prijašnju jednadžbu dobijemo udaljenost greške od mjesta mjerjenja:

$$l_x = l \cdot \frac{a_1}{a_2} \cdot \frac{a_2 + b_2}{a_1 + b_1}$$

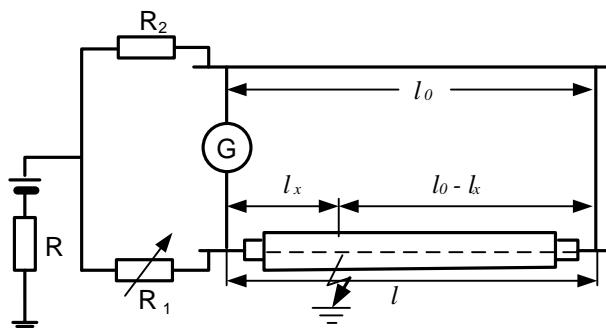
Kako je $a_2 + b_2 = a_1 + b_1$ imamo:

$$l_x = l \cdot \frac{a_1}{a_2}$$

Iz ovoga vidimo da bi odredili udaljenost greške na kabelu moramo poznavati odsječke a_1 i a_2 (koje dobijemo prvim i drugim mjerjenjem), kao i dužinu oštećenog kabela. Otpor i dužina pomoćnih vodova nisu važni.

Murayeva metoda

Upotrebljava se u spoju koji pokazuje slika 13.3., za određivanje mjesta greške u kabelima velikog otpora npr. telefonski kabeli. Umjesto mjerne žice imamo promjenljive otpornike. Most dovodimo u ravnotežu mijenjanjem otpora R_1 . U položaju ravnoteže vrijedi:



Slika 13.3. Murayeva metoda.

$$l_x = (l + l_p) \cdot \frac{R_1}{R_1 + R_2}$$

R' – dio otpornika R_1 u ravnotežnom stanju

l – dužina oštećenog kabela

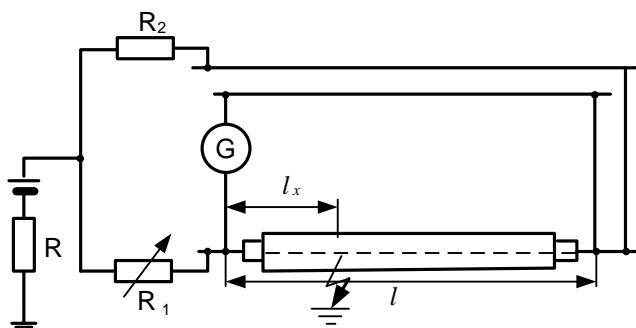
l_p – dužina pomoćnog voda

Da ne bi preračunavali presjek pomoćnog voda, uobičajeno je da ima isti presjek kao i oštećeni kabel.

Murayeva metoda za određivanje mesta greške kod kabela malog otpora zahtjeva dva pomoćna voda (sl.13.4.), ali samo jedno mjerjenje. Otpor R_2 mora biti toliko velik, da se može zanemariti otpor pomoćnog voda. Pomoću otpora R_1 most dovedemo u ravnotežno stanje :

$$l_x = l \cdot \frac{R_1}{R_1 + R_2}$$

Ovakav spoj koristimo kod kabela jake struje .



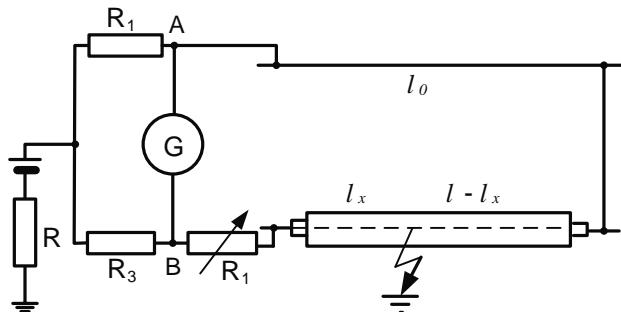
Slika 13.4 Metoda s dva pomoćna voda

Varleyeva metoda

Upotrebljava se za određivanje greške kod kabela velikog otpora. U seriju s oštećenim kabelom spajamo promjenljivi otpornik. Budući da se njegov otpor zbraja s otporom kabela moramo ga preračunati u nadomjesnu dužinu kabela s istim presjekom. Označimo li presjek kabela kao A , dobit ćemo da je otpor preračunat u dužinu kabela :

$$l_R = 57 \cdot \frac{R_1}{A}$$

Naravno radi se o bakrenom vodiču, gdje je za bakar $\lambda = 57 \text{ m}/\Omega \text{ mm}^2$. Most se dovodi u ravnotežu mijenjanjem otpora R_1 , (sl.13.5..). Uravnoteži vrijedi:



Slika 13.5. Varleyeva metoda

$$\frac{R_2}{R_3} = \frac{(l - l_x) + l_p}{l_R + l_x}$$

U slučaju $R_2 = R_3$ udaljenost od mesta kvara iznosi:

$$L_x = \frac{l + l_p - l_R}{2}$$

Ako za povratni vod upotrijebimo zdravi vodič istog kabela dobijemo još jednostavniji izraz:

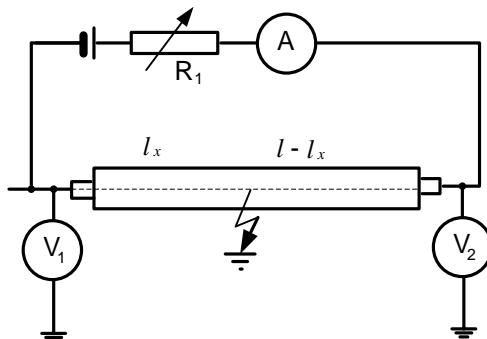
$$l_x = \frac{2l - l_R}{2}$$

Ovakvim mjeranjem dobiju se dovoljno točni rezultati, pa je mjesto kvara vrlo blizu izmjereno.

13.1. Oređivanje mesta dozemnog spoja

Metoda s povratnim vodom

Mjesto dozemnog spoja određujemo pomoću pada naponu. Krajeve kabela priključimo na istosmjerni napon, tako da protjecanje struje prouzrokuje pad naponu u njemu (sl.13.6.). Na taj način mjerimo pad naponu cijelog kabela i mjerimo



Slika 13.6. Metoda s povratnim vodom

pad napona cijelog kabela i pad napona do mjesta kvara. Zatim se prema padu napona odredi udaljenost od početka do točke kvara. Da bi to odredili moramo znati otpor kabela po jedinici dužine. Prilikom mjerjenja, baterija treba biti izolirana od zemlje. Povratni vod nam služi za priključak drugog kraja kabela na istosmjerni napon. U seriju s baterijom stavili smo promjenljivi otpornik kojim mijenjamo jakost struje u strujnom krugu. Voltmetre smo postavili tako da jedan mjeri pad napona od početka kabela do mjesta Kvara, a drugi od mjesta kvara do kraja kabela. Omjeri pokazivanja voltmetara razmjeri su dužinama do mjesta dozemnog spoja s jednog i drugog kraja kabela:

$$\frac{l_x}{l-l_x} = \frac{U_1}{U_2}$$

Isti zapis možemo zabilježiti u sljedećem obliku:

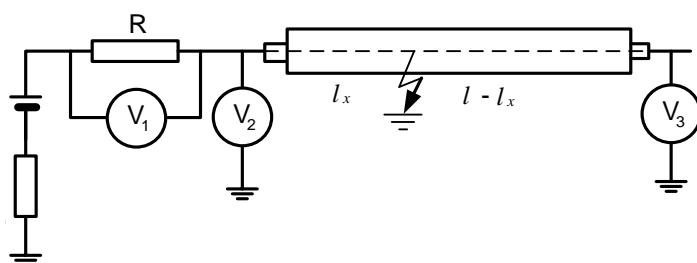
$$\frac{l_x}{l} = \frac{U_1}{U_1 + U_2}$$

$$l_x = l \cdot \frac{U_1}{U_1 + U_2}$$

Što nam daje traženu dužinu od početka kabela do mjesta kvara.

Metoda bez povratnog voda

U slučaju da nemamo mogućnosti za povratni vod poslužit ćemo se ovom metodom (sl.13.7.). U seriju s kabelom priključimo otpor poznate vrijednosti. Jedan kraj otpornika je spojen s baterijom, a drugi sa zemljom. Napon ćemo mjeriti na tri mesta . Mjerimo pad napona na otporniku i padove napona s obadva kraja kabela do mjesta kvara. Omjeri padova napona i otpora u strujnom krugu su:



Slika 13.7. Metoda bez povratnog voda.

$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{R}{R_x + R_p} \quad i \quad \frac{U_1}{U_3} = \frac{R}{R_p}$$

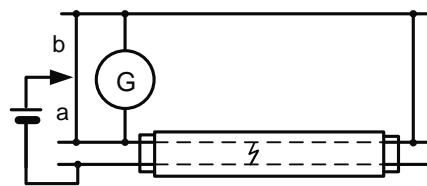
Gdje je R_p prijelazni otpor na mjestu dozemnog spoja. Iz gornjih jednadžbi izračunamo traženi otpor od početka kabela do mjesta kvara:

$$R_x = R \cdot \frac{U_2 - U_3}{U_1}$$

Ako znamo opor kabela po jedinici dužine možemo odmah izračunati kolika je dužina od početka kabela do mjesta kvara.

13.2. Određivanje mjesta kratkog spoja

Razlikujemo kratki spoj koji je istovremen s dozemnim spojem i kratki spoj koji nije združen s dozemnim spojem. Mjesto greške određujemo prema dosad opisanim principima, s tim da ih prilagodimo za mjerjenje kratkog spoja (sl.13.8.). U takvom slučaju jedan od vodiča u kratkom spoju smatramo zemljom. Na slici vidimo u ovaku svrhu preuređen žični most.



Slika 13.8. Određivanje mjesta kratkog spoja

13.3. Prekid vodiča

Kod prekida vodiča mjesto prekida određujemo tako da izmjerimo kapacitet vodiča s obadvije strane kabela do mjesta prekida. U tom slučaju kabel promatramo kao kondenzator koji električki nabijemo, a potom ispraznimo preko galvanometra. Kako mjerimo dva kapaciteta dobijemo dva otklona galvanometra:

$$\frac{\alpha_1}{\alpha_2} = \frac{l_x}{l - l_x}$$

odakle izračunamo dužinu do mjesta prekida:

$$l_x = l \cdot \frac{\alpha_1}{\alpha_1 + \alpha_2}$$

- α_1 - otklon galvanometra od početka kabela
- α_2 - otklon galvanometra od kraja kabela

13.4. Metode za određivanje svih triju vrsta kvarova na kabelima

Ubraja se u novije metode i služi za određivanje sve tri vrste kvarova na kabelima i vodovima.

Zasniva se na mjerenu vremena potrebnog da putujući val prevali udaljenost od mjernog mesta do mesta kvara. Kratkotrajni impuls pošaljemo s mjernog mesta u ispitni vod. Putujući val nailazi na mjesto oštećenja gdje se zbog promjene impedancije stvara reflektirajući val. Na osnovi vremena od polaska impulsa do povratka reflektirajućeg vala možemo odrediti udaljenost do mesta kvara.

$$l_x = \frac{t_1}{t_2} l$$

t_1 - vrijeme od polaska do povratka reflektiranog impulsa s mesta kvara

t_2 - vrijeme od polaska do povratka reflektiranog vala ispravnog voda

l - ukupna duljina voda

Za mjerjenje u praksi koristimo **ton-generatore** koji uključuju 500 puta u sekundi impulsni generator, koji svaki put pošalje jedan kratkotrajni impuls u vodič s oštećenjem, kao i u zdravi vodič. Na zaslonu osciloskopa paralelno pratimo slike događaja i uspoređujemo ih. Otklanjanje elektronskog snopa je baždareno u mikrosekundama, pa vremena t_1 i t_2 izravno očitamo na osciloskopu.

Metoda stojnih valova

Iz oscilatora frekvencije 30kHz do 10000kHz , dovodimo izmjenični napon na ispitivani vod. Napon se rasprostire duž voda i reflektira na mjestu oštećenja. Pri određenoj frekvenciji nastaje stojni val koji lako odredimo na osnovi maksimalnog otklona voltmetra, priključenog na ulazu ispitnog voda.

$$l_x = \frac{v \cdot n}{2 \cdot f_1}$$

Nakon toga povečavamo frekvenciju dok opet ne dobijemo maksimalni otklon na voltmetru, pa je:

$$l_x = \frac{v(n+1)}{2f_2}$$

Iz toga slijedi:

$$l_x = \frac{v}{2(f_2 - f_1)} = \frac{v}{2\Delta f}$$

Brzinu rasprostiranja v odredimo ako isti postupak primjenimo na zdravi vod, ili ako mjerjenje obavimo s oba kraja oštećenog voda.

Indukcijska metoda

Do sada opisane metode omogućavaju da se mjesto kvara odrediti s većom ili manjom točnošću . Nakon toga mjesto kvara točno određujemo induksijskom metodom. Kabel napajamo ton-frekventnom strujom ili visokofrekventnim impulsima, koji oko njega stvaraju magnetsko polje. Stoga seu svitku inducira napon koji stvara zujanje u slušalicama priključenim na taj svitak. Na mjestu kvara prestaje zujanje u slušalicama.

Primjer 12:

Pri određivanju mesta dozemnog spoja Murayevom metodom, dobili smo ravnotežu za $R_1 = 32.8\Omega$, a $R_2 = 67.2\Omega$. Na kojoj duljini je nastao kvar, ako je ukupna duljina kabela 2000 m ?

Rješenje:

$$l_x = (l + l_p) \cdot \frac{R_1}{R_1 + R_2} = 2 \cdot 2000 \cdot \frac{32.8}{32.8 + 67.2}$$

$$l_x = 1312m$$

14. MJERENJE INDUKTIVITETA

Određivanje induktiviteta mjeranjem napona i struje

Zavojnica bez željezne jezgre ima omski i induktivni otpor. Ako joj narinemo izmjenični napon protjecat će struja:

$$I = \frac{U}{\sqrt{R^2 + (\omega L)^2}} \quad (A)$$

Izraz u nazivniku je impedancija (prividni otpor) zavojnice:

$$Z = \sqrt{R^2 + (\omega L)} \quad (\Omega)$$

Induktivitet zavojnice možemo odrediti iz izraza :

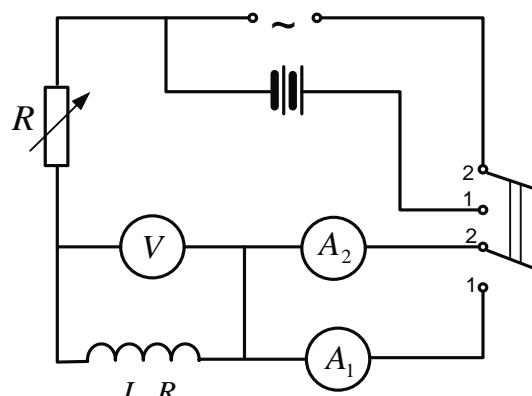
$$L = \frac{\sqrt{Z^2 - R^2}}{\omega} \quad (H)$$

Naš zadatak je da odredimo omski i prividni otpor zavojnice (sl.14.1.). U tu svrhu izvest ćemo dva mjerena. Kod prvog mjerena preklopka će biti u položaju 1, pa metodom mjerena struje i napona mjerimo omski otpor . Istosmjernu struju koju mjeri ampermetar podesimo promjenljivim otpornikom tako da je otklon oko dvije trećine punog otklona. Voltmetrom mjerimo napon na zavojnici. Iz obadva čitanja odredimo omski otpor zavojnice.

Kod drugog mjerena preklopka je u položaju 2, a zavojnica je priključena na izmjenični napon. Kod tog mjerena ampermetrom mjerimo struju koju namjestimo na prikladnu jakost promjenljivim otpornikom. Voltmetar i ampermetar daju nam vrijednost prividnog otpora zavojnice:

$$Z_x = \frac{U_2}{I_2}$$

Na osnovu obadva mjerena možemo izračunati induktivitet zavojnice,s tim da je poznata frekvencije izmjenične struje.



Slika 14.1

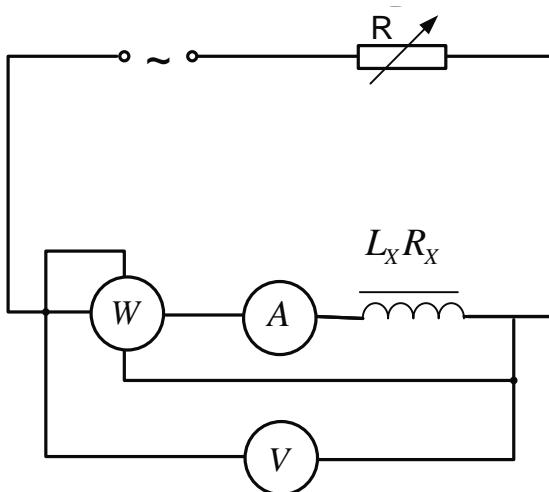
$$L_x = \frac{\sqrt{Z_x^2 - R_x^2}}{\omega} \quad (H)$$

Zavojnica sa željeznom jezgrom, razlikuje se od zavojnice bez jezgre po tome što osim gubitaka u bakru, koji ovise o omskom otporu zavojnice, ima i gubitke u željezu. Zato se djelatna komponenta prividnog otpora zavojnice poveća za otpor gubitaka u željezu (sl.14.2.). Na osnovu toga kod zavojnice sa željeznom jezgrom

dobijemo slijedeći izraz za impedanciju:

$$Z = \sqrt{(R_{Cu} + R_{Fe})^2 + (\omega L)^2} \quad (\Omega)$$

Zavojnicu priključimo preko promjenjivog otpornika na izmjenični napon. Vatmetrom mjerimo djelatnu snagu koja se troši za pokrivanje gubitaka u bakru i željezu, ampermetrom mjerimo struju kroz zavojnicu, a voltmetrom napon na zavojnici. Prividni otpor odredimo iz rezultata mjerjenja:



Slika 14.2. Zavonica sa željeznom jezgrom

Kao što vidimo za dobiti vrijednost induktiviteta trebamo odrediti otpore bakra i željeza. Te otpore odredimo iz podataka pri mjerenu djelatne snage:

$$R_{Cu} + R_{Fe} = \frac{P}{I^2}$$

Sada imamo sve potrebne podatke za odrediti induktivitet:

$$\frac{U^2}{I^2} = \frac{P^2}{I^4} + \omega^2 \cdot L_x^2 \quad \Rightarrow$$

$$L_x = \frac{\sqrt{U^2 \cdot I^2 - P^2}}{\omega \cdot I^2} \quad (H)$$

Kako gubici u željezu ovise o struji i frekvenciji, mjerjenje treba izvesti pod normalnim pogonskim uvjetima.

Za ampermetar i voltmeter obično se koriste instrumenti spomičnim željezom, a za vatmetar elektrodinamički instrument, ukoliko mjerjenja ne obavljamo pomoću digitalnih instrumenata.

14.1. Mosne metode mjerjenja induktiviteta

Most s mjernom žicom (zavojnica bez željezne jezgre)

Principjelni spoj je prikazan na slici 14.3. Mjerna žica s klizačem spojena je između točaka A i B. Na jednoj strani mosta je etalonski induktivitet (L_n i R_n), a na drugoj strani je zavojnica čiji induktivitet mjerimo i promjenljivi omski otpornik. Most napajamo izmjeničnom strujom sinusnog oblika. Most je u ravnoteži ako je :

$$\frac{R_x}{R_n} = \frac{L_x}{L_n} = \frac{a}{b}$$

U ravnotežnom stanju za omske otpore vrijedi:

$$\frac{R_x + R'}{R_n} = \frac{a}{b}$$

isto tako vrijedi i za induktivitete:

$$\frac{L_x}{L_n} = \frac{a}{b}$$

Slika 14.3. Most s mjernom žicom

Iz obadvije jednadžbe dobijemo ukupni izraz kao uvjet za ravnotežu mosta:

$$\frac{R_x + R'}{R_n} = \frac{L_x}{L_n} = \frac{a}{b} \quad \Rightarrow \quad R_x = R_n \cdot \frac{a}{b} - R' \quad i \quad L_x = L_n \cdot \frac{a}{b}$$

R' - otpor uklopljenog dijela promjenljivog otpora R .

Poželjno je da razlika etalonskog induktiviteta i mjerene zavojnice bude što manja.

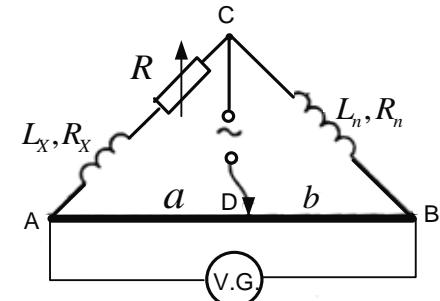
Zavojnica sa željeznom jezgrom

Već smo rekli da kod zavojnice sa željeznom jezgrom osim gubitaka u bakru imamo i toplinske gubitke u željeznoj jezgri. Kada most dovodimo u ravnotežu moramo uzeti i ove gubitke kao dodatni otpor:

$$\frac{R_{Cu} + R_{Fe} + R'}{R_n} = \frac{a}{b}$$

Za induktivitet ostaje isto kao kod zavojnice bez željezne jezgre:

$$\frac{L_x}{L_n} = \frac{a}{b}$$



Iz gornje dvije jednadžbe dobijemo:

$$R_{Cu} + R_{Fe} = R_n \cdot \frac{a}{b} - R \quad i \quad L_x = L_n \cdot \frac{a}{b}$$

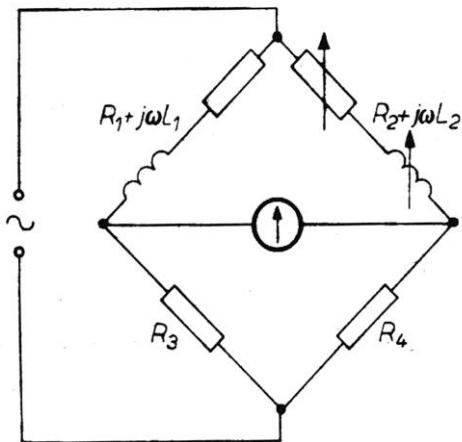
Ako bi htjeli omski otpor izdvojiti od otpora gubitaka trebali bi otpor zavojnice izmjeriti istosmjernom strujom.

Maxwellov most

Za mjerjenje induktivnog otpora odnosno induktiviteta često koristimo upravo ovaj most (sl.14.4.). U donjem dijelu mosta su čisti omski otpori, a u gornjem je mjereni induktivitet i poredbeni induktivni otpor. Kod ravnoteže mosta imamo;

$$\frac{Z_1}{Z_2} = \frac{Z_3}{Z_4} \Rightarrow$$

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{R_3}{R_4} = \frac{L_1}{L_2}$$



Zato je nepoznati induktivitet :

$$L_1 = L_x = L_2 \cdot \frac{R_3}{R_4} \text{ Slika 14.4. Maxwellov most}$$

a omski dio otpora je:

$$R_1 = R_x = R_2 \cdot \frac{R_3}{R_4}$$

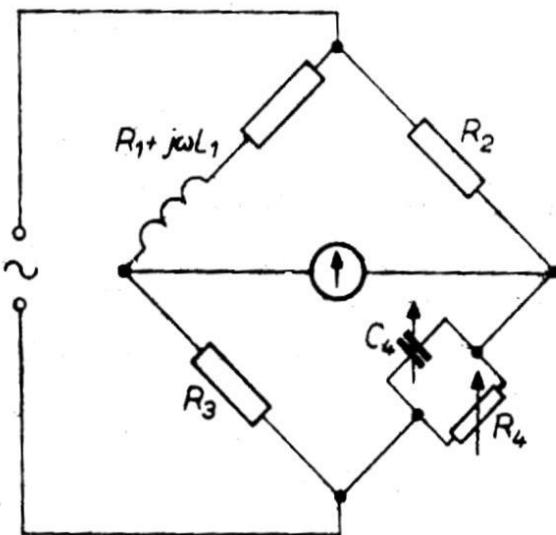
Most dovodimo u ravnotežu izmjeničnim mijenjanjem R_2 i L_2 .

Maxwell-Wienov most

Razlikuje se po tome što se kao poredbeni član upotrebljava kondenzator (sl. 14.5.). Naizmjeničnim mijenjanjem vrijednosti promjenljivog kondenzatora i otpornika dovodimo most u ravnotežu.

$$R_1 = R_x = R_2 \cdot \frac{R_3}{R_4}$$

$$L_1 = L_x = R_2 \cdot R_3 \cdot C_4$$



Slika 14.5. Maxwell-Wienov most

Prednost je što se lakše izvode promjenljivi kondenzatori nego promjenljive zavojnice.

Mjerenje induktiviteta pomoću rezonancije

Priklučimo zavojnicu u titrajni u kojem mijenjamo kapacitet uz stalnu frekvenciju, ili mijenjamo frekvenciju uz stalni kapacitet. Poslužit ćemo se **metodom supstitucije**. Rezonantni krug kojeg čine mjerna zavojnica i promjenljivi kondenzator napajamo izmjeničnom strujom. Tada vrijedi:

$$\omega^2 = \frac{i}{L_x \cdot C_n}$$

Poslije ovog mjerjenja zavojnicu zamijenimo zavojnicom poznatog induktiviteta, pa rezonanciju dobijemo u drugom položaju kondenzatora, pri čemu se frekvencija ne smije mijenjati.

$$\omega^2 = \frac{1}{L_n \cdot C_n}$$

Iz ove dvije jednadžbe izračunamo imduktivitet :

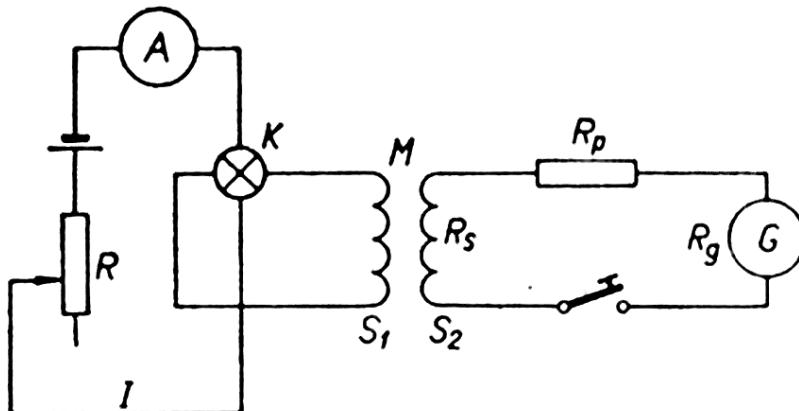
$$L_x = L_n \cdot \frac{C'_n}{C_n}$$

14.2. Mjerenje međuinduktiviteta

Međuinduktivitet možemo mjeriti pomoću više metoda.

Balističke metode

Međuinduktivitet između dva namota možemo izmjeriti pomoću balističkog galvanometra (sl.14.6.) ili pomoću instrumenta za mjerenje magnetskog toka (fluksmetra).



Slika 14.6. Metoda balističkog galvanometra

Svitak S_1 priključimo preko komutatora K na istosmjerni izvor napona. Otporom R namjestimo pogodnu struju I koju očitamo na ampermetru.

Na svitak S_2 priključimo balistički galvanometar preko otpora R_g .

Promjena struje u prvom svitku inducirat će napon u drugom svitku, pa će kroz galvanometar prostrujati određena količina elektriciteta Q .

Pomoću komutatora komutiramo struju u prvom svitku (promjenimo je od +1 na -1) pa kroz galvanometar prostruji naboј:

$$Q = \frac{2M I}{R_a + R_g}$$

$R_a = R_s + R_p$ - vanjski granični otpor galvanometra

R_g - otpor galvanometra

Galvanometar postigne neki otklon α proporcionalan naboju $Q = C_B \cdot \alpha$.

C_B - poznata konstanta galvanometra

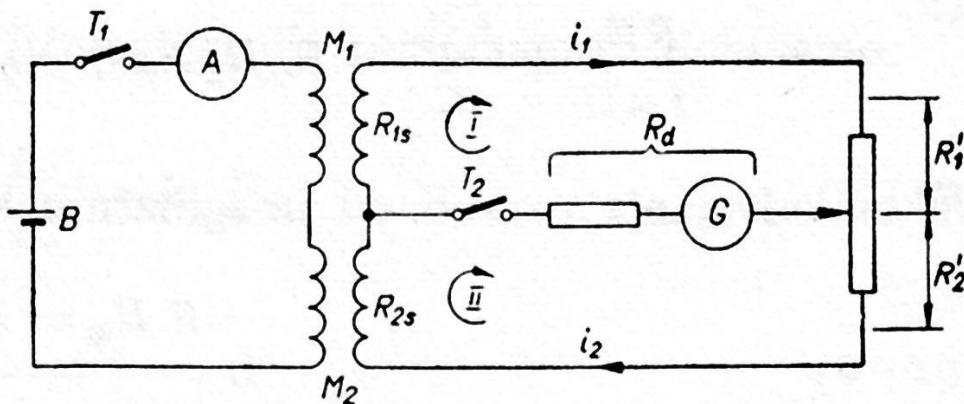
Međuinduktivitet iz ovoga je:

$$M = \frac{C_B (R_a + R_g) \alpha}{2I}$$

Točniji rezultati dobiju se upotrebom mosnog spoja s balističkim galvanometrom. U mostu imamo poznati međuinduktivitet M_2 , čiji je jedan namot preko preklopke spojen na istosmjerni izvor. Drugi (sekundarni namot) opterećen je serijkom kombinacijom otpora R'_1 i R'_2 . Drugu granu mosta čine namoti mjernog induktiviteta. Spoj sekundarnog namota i serije otpornika premošten je galvanometrom. (sl. 14.7.)

Most će biti u ravnoteži za:

$$\frac{M_1}{R_1} = \frac{M_2}{R_2}$$



Slika 14.7. Mosni spoj s balističkim galvanometrom.

Mjerenje međuinduktiviteta pomoću metode samoinduktiviteta

Pomoću mosnih spojeva za mjerjenje samoindukcije možemo mjeriti i međuinduktivitet.

Spajanjem u seriju primarnog i sekundarnog namota, tako da im se magnetski tokovi potpomažu, dobijemo:

$$L' = L_1 + L_2 + 2M$$

Ako ih spojimo da su suprotni dobivamo:

$$L'' = L_1 + L_2 - 2M$$

L_1 i L_2 - samoinduktiviteti primara i sekundara

M - međuinduktivitet između njih

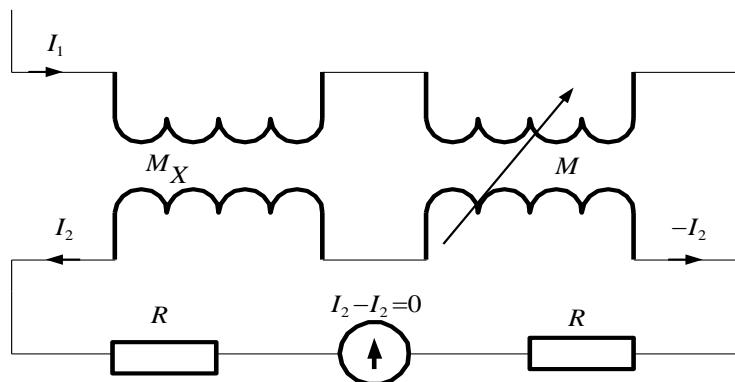
Oduzimanjem gornjih izraza dobijemo:

$$M = \frac{L' - L''}{4}$$

Dakle iz izmjerениh vrijednosti samoinduktiviteta možemo odrediti i međuinduktivitet.

Metoda opozicije

Primarni namoti transformatora (sl. 14.8.) nepoznatog međuinduktiviteta i transformatora poznatog promjenljivog induktiviteta, spojeni su u seriju i kroz njih protječe ista izmjenična struja.



Slika 14.8. Metoda opozicije

Sekundarni namoti su također spojeni u seriju, ali u opoziciji, tako da se induciteti naponi protive jedan drugom. Nul-indikator priključen na slobodne stezaljke sekundarnih namota pokazat će nulu kada se naponi inducirani u sekundarnim namotima izjednače.

Ravnoteža se postiže ugađanjem promjenljivog poznatog induktiviteta:

$$M_x = M$$

Primjer 13:

Koliki je međuinduktivitet zračnog transformatora ako serijski spoj njegovih svitaka ima induktivitet $L_1 = 152 \text{ mH}$, a protuspoj $L_2 = 96 \text{ mH}$?

Rješenje:

Serijski spoj: $L_1 = L' + L'' + 2M$

Protuspoj: $L_2 = L' + L'' - 2M$

Pa imamo: $4M = L_1 - L_2$

$M = 26mH$

15. MJERENJE KAPACITETA

15.1. Mjerenje kapaciteta mjeranjem napona i struje

Apsolutno mjerenje kapaciteta

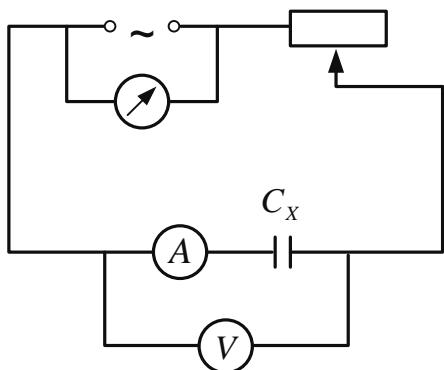
Kondenzator u izmjeničnom strujnom krugu (sl. 15.1.) predstavlja kapacitivni otpor:

$$X_C = \frac{1}{\omega C}$$

pa je struja koju protjera izmjenični napon:

$$I = \frac{U}{X_C} = \omega C U = 2\pi f \cdot C U$$

$$\Rightarrow C = \frac{I}{2\pi f \cdot U} \quad (F)$$



Frekventmetrom mjerimo frekvenciju, dok struju i napon mjerimo ampermetrom i voltmetrom. Uvrštavanjem podataka u gornju jednadžbu dobivamo vrijednost kapaciteta. Mjerenje je točno isključivo za sinusni oblik struje.

Mjerna točnost zavisi od točnosti mjerena frekvencije i normalno o razredu točnosti instrumenata. Upotrebom instrumenata razreda 0.5, pogreška iznosi do 2 %, što je dobro za pogonska mjerenja.

Slika 15.1. Apsolutno mjerenje kapaciteta

Metoda supstitucije

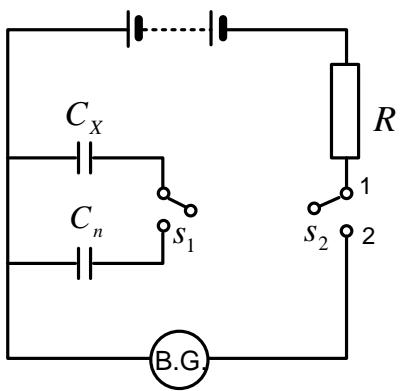
Spoj za mjerenje je jednak prijašnjem, jedino treba izvesti dva mjerenja. U prvom mjerenu je priključen mjerni kondenzator, a u drugom poznati kondenzator promjenljivog kapaciteta. U prvom mjerenu pomoću promjenljivog otpornika podesimo struju na dovoljno veliku vrijednost, a zatim u drugom mjerenu podešavamo promjenljivi kondenzator sve dok ne dobijemo isti otklon na ampermetru. Tada su kapaciteti obadva kondenzatora jednaki:

$$C_x = C_n$$

Sa skale promjenljivog kondenzatora očitamo vrijednost kapaciteta.

Mjerenje kapaciteta balističkim galvanometrom

Na slici 15..2. prikazan je spoj za ovakvo mjerjenje. Imamo mjerni kondenzator kojeg uključujemo kada je preklopka u položaju 1. Prebacivanjem preklopke u položaj dva on se isprazni preko balističkog galvanometra. Otklon na galvanometru je razmjeran kapacitetu kondenzatora:



$$\alpha_x = k \cdot C_x$$

Sada priključimo poznati kondenzator na istosmjerni izvor, pa ga zatim ispraznimo preko galvanometra, dobijemo otklon koji je razmjeran kapacitetu poznatog kondenzatora:

$$\alpha_n = k \cdot C_n \quad \Rightarrow$$

Slika 15.2. Mjerenje kapaciteta

balističkim galvanometrom

$$\frac{\alpha_x}{\alpha_n} = \frac{C_x}{C_n} \quad \Rightarrow \quad C_x = C_n \cdot \frac{\alpha_x}{\alpha_n}$$

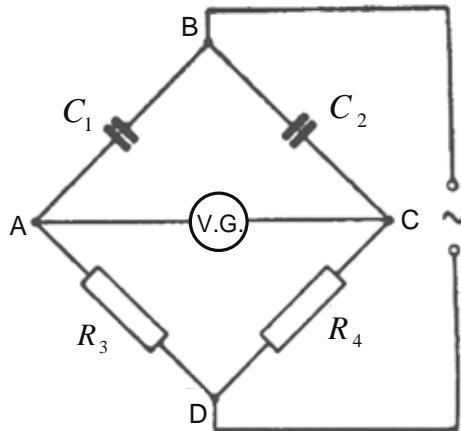
Zadatak otpornika u strujnom krugu je da spriječi kratki spoj, ako dođe do proboga kondenzatora. Dobivena vrijednost kapaciteta je u istom redu veličine kao i poznatog kondenzatora.

15.2. Mosne metode mjerena kapaciteta

Pristup mjerenuju kapaciteta mosnom metodom prikazan je na slici 15.3. U stvari je isti princip kao u Wheatstonovom mostu tim da se u gornjim granama nalaze kondenzatori, a u donjim dva čista omska otpora. Za razliku od mosta za istosmjernu struju, zamijenjeni su priključci nul-instrumenta i izvora struje. Uz pretpostavku da se gubici u kondenzatoru mogu zanemariti dobijemo jednostavan omjer:

$$\frac{X_1}{X_2} = \frac{R_3}{R_4} \quad ili$$

$$\frac{\frac{1}{\omega C_1}}{\frac{1}{\omega C_2}} = \frac{R_3}{R_4}$$



Slika 15.3. Mosna metoda za mjerjenje kapaciteta.

Odatle dobijemo konačan rezultat:

$$C_x = C_1 = C_2 \cdot \frac{R_4}{R_3}$$

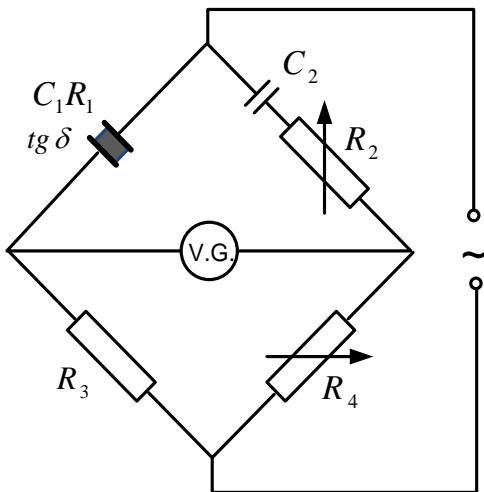
Vidimo da je ovisnost o frekvenciji eliminirana, dok su kapaciteti obrnuto razmijerni otporima u trećoj i četvrtoj grani mosta.

Wienov most

Do sada smo radili bez uzimanja u obzir gubitaka na kondenzatoru, međutim oni postoje (manji ili veći), pa u nadomjesnom spoju kondenzatore predočavamo s omskim otporom, vezanim serijski ili paralelno s kapacitetom. Ako u most na slici 15.4. priključimo kondenzator C_1 kao kondenzator s gubicima, a poredbeni kondenzator C_2 je bez gubitaka, ne možemo postići ravnotežu u mostu. Uklanjanje te teškoće postižemo tako da u seriju s kondenzatorom stavimo promjenljivi otpornik, pa do ravnotežnog stanja dolazimo kao i kod mjerjenja induktiviteta :

$$\frac{C_1}{C_2} = \frac{R_2}{R_1} = \frac{R_4}{R_3}$$

Iz ovih omjera dobijemo vrijednosti za kapacitet i omski otpor mjernog kondenzatora.



Slika 15.4. Wienov most.

$$C_x = C_1 = C_2 \cdot \frac{R_4}{R_3} \quad i \quad R_1 = R_2 \cdot \frac{R_3}{R_4}$$

Ono što nas zanima je koliki je koeficijent gubitaka kondenzatora, a njega odredimo iz dobivenih vrijednosti:

$$\operatorname{tg} \delta = R_1 \cdot \omega C_1$$

Točnost Wienovog mosta je vrlo velika. Pogreška je u granicama $\pm 0.1\%$.

Mjerenje kapaciteta pomoću rezonancije

Kao i kod mjerena induktiviteta, ovu metodu koristimo isključivo u tehnici visokofrekventnih struja. Postupak je isti, s tim da ovdje moramo imati poznate kapacitete, da bi mogli odrediti vrijednost mjereneog kondenzatora.

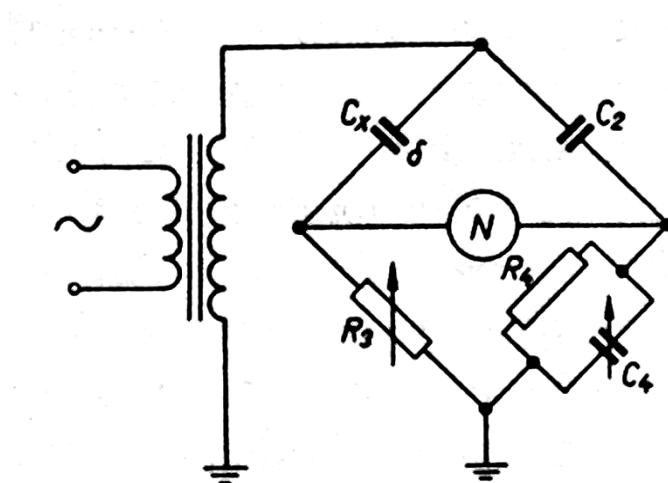
Sheringov most

Upotrebljava se pri ispitivanju izolatora, provodnika, kondenzatora, kabela i raznih visokonaponskih aparata.

Ovakav most (sl. 15.5.) se prvenstveno koristi za mjerenje kuta gubitaka

C_2 - etalonski kondenzator

C_4, R_3 i R_4 - poznate vrijednosti koje možemo podešavati



Slika 15.5. Sheringov most

Impedancije pojedinih grana mosta su:

$$Z_1 = R_x + \frac{1}{j\omega C_x}, \quad Z_2 = \frac{1}{j\omega C_2}, \quad Z_3 = R_3, \quad Z_4 = \frac{R_4}{1 + j\omega C_4 R_4}$$

Uvjet ravnoteže postignut je za:

$$\left(R_x + \frac{1}{j\omega C_x} \right) \cdot \frac{R_4}{1 + j\omega C_4} = \frac{R_3}{j\omega C_2}$$

Nakon odvajanja realnih od imaginarnih komponenti imamo:

$$C_x = C_2 \frac{R_4}{R_3} \quad i \quad R_x = R_3 \frac{C_4}{C_2}$$

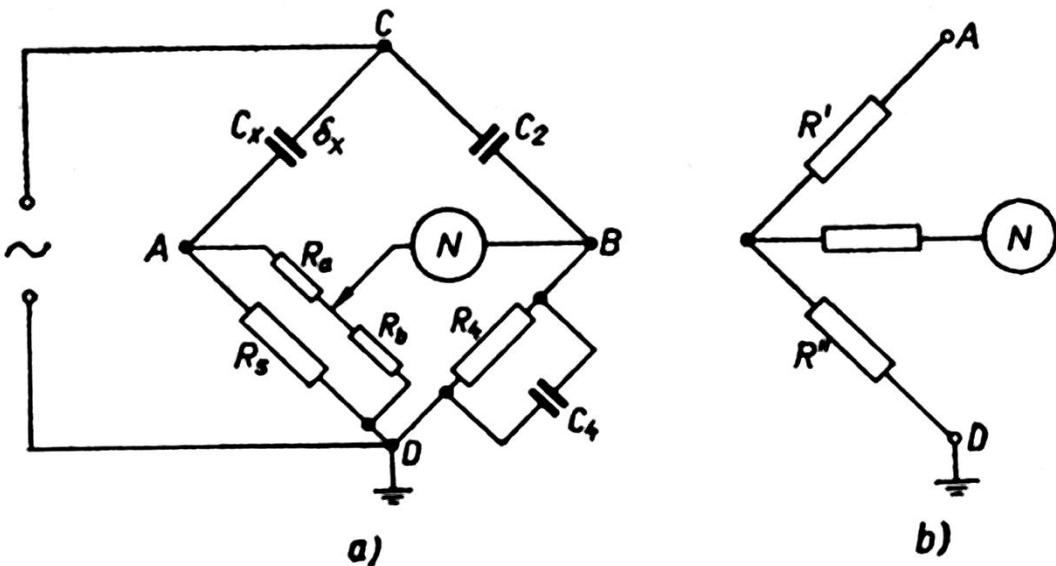
Tanges kuta gubitaka iznosi:

$$\operatorname{tg} \delta = \omega C_x R_x = C_2 \frac{R_4 C_4}{R_2 C_2} R_3 \omega$$

Podešavanjem komponenti možemo dobiti:

$$\operatorname{tg} \delta = \omega C_4 R_4$$

Kod velikih vrijednosti kapaciteta C_x , kroz treću granu teče znatna struja, pa se ona shantira prikladno dimenzioniranim shantom (sl. 15.6.).



Slika 15.6. Shantiranje velikih vrijednosti kapaciteta

R_a i R_b - dijelovi otpora klizne žice

Paralelno shuntu nalazi se seruijska kombinacija fiksnog otpornika klizne žice, čiji je klizač priključen na nul-indikator.

Pretvorimo zadani trokut u zvijezdu s nadomjesnim otporima :

$$R' = \frac{R_a + R_s}{R_a + R_b + R_s} \quad i \quad R'' = \frac{R_b + R_s}{R_a + R_b + R_s}$$

Iz ravnoteže mosta slijedi :

$$C_x = C_2 \frac{R_4}{R''} = C_2 R_4 \frac{R_a + R_b + R_s}{R_b + R_s}$$

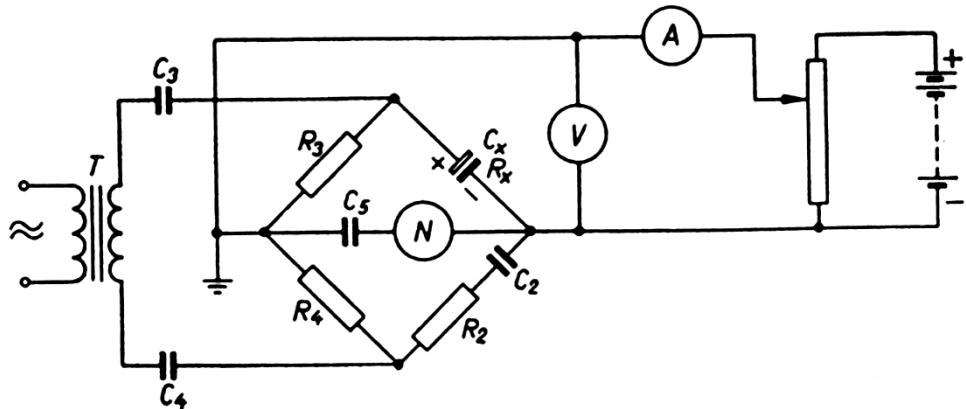
Često je $C_2 \frac{R_a}{R_b}$ znatno manji od C_4 , pa onda vrijedi :

$$\operatorname{tg} \delta = \omega R_4 C_4$$

Mjerenje kapaciteta elektrolitskih kondenzatora

Na elektrolitski kondenzator smije se priključiti samo istosmjerni napon određenog polariteta. U suprotnom dolazi do razaranja dielektrika. Isto se događa i kod

superponiranja većeg izmjeničnog napona. O tome vodimo računa pri mjerenu njihovog kapaciteta (sl.15.7.)



Slika 15.7. Mjerenja kapaciteta elektrolitskih kondenzatora

Prolaz istosmjerne struje kroz transformator i nul-indikator sprječavaju kondenzatori C_3, C_4 i C_5 .

Primjer 14:

Prilikom mjerena kapaciteta Sheringovim mostom uz $C_2 = 180 \text{ pF}$ i $R_3 = 30 \text{ k}\Omega$ u ravnoteži se dobilo:

$C_4 = 25 \text{ nF}$, $R_4 = 14 \text{ k}\Omega$. Napon na mostu je 75 kV, frekvencija je 50 Hz. Kolika je snaga disipacije na otporniku R_3 , u trenutku ravnoteže.

Rješenje:

$$C_x = C_2 \frac{R_4}{R_3} = 4.167 \text{ M}\Omega$$

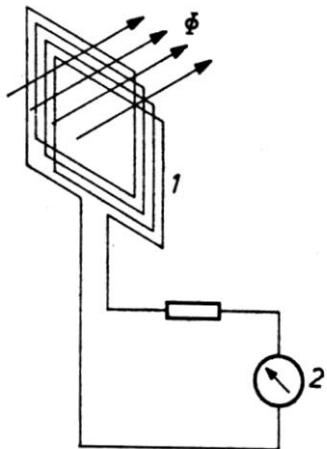
$$X_{C_x} = \frac{1}{\omega C_x} = 37.894 \text{ M}\Omega$$

$$Z = \sqrt{X_{C_x}^2 + (R_x + R_3)^2} = 38.125 \text{ M}\Omega$$

$$I = \frac{U}{Z} = 1.967 \text{ mA} \quad \Rightarrow \quad P_{(R_3)} = I^2 \cdot R_3 = 0.117 \text{ W}$$

16. MAGNETSKA MJERENJA

Mjerenje balističkim galvanometrom



Za mjerjenje magnetskog toka balistički galvanometar spojimo s mjernim svitkom čije su dimenzije usklađene s rasporom u kojem mjerimo magnetski tok (sl.16.1.). Svitak postavimo okomito na silnice polja, a onda ga naglo izvučemo iz polja. U tom trenutku u njemu se inducira naponski impuls ovisan o broju zavoja svitka i magnetskom toku. U strujnom krugu u kojem je galvanometar pojavi se određena količina elektriciteta o kojoj zavisi koliki je otklon galvanometra. Ako znamo konstantu galvanometra odredimo vrijednost magnetskog toka kojeg zatvara svitak:

$$N \cdot \phi = K_B \cdot \alpha_1$$

Slika 16.1. Mjerenje balističkim galvanometrom

Kako se radi o homogenom polju iz geometrije svitka možemo izračunati i gustoću magnetskog toka B . Za mjerjenje magnetskog polja, pri serijskom mjerenu permanentnih magneta kod brojila ili mjerne instrumente, radije ćemo upotrijebiti mjerače magnetskog toka (fluksmetre). Njihova prednost u poređenju s balističkim galvanometrom je u tome što je njihovo pokazivanje praktički neovisno o brzini promjene magnetskog toka (brzini pomicanja svitka), pa se otklon galvanometra lako očita.

Mjerenje rotirajućim ili titrajućim svitkom

U ovom slučaju mjerimo napon koji se inducira u svitku koji rotira ili titra određenom frekvencijom. Izmjenični napon koji se inducira u svitku s N zavoja, površine A , a rotira jednolikom brzinom n iznosi:

$$U_{im} = 2\pi n N A B_m \quad \Rightarrow$$

$$B_m = \frac{U_{im}}{2\pi n N A}$$

Inducirani izmjenični ispravljamo komutatorom na osi mjernog svitka, ili poluvodičkim ispravljačem i mjerimo ga instrumentom s pomičnim svitkom.

Na sličan način mjerimo gustoću magnetskog toka titrajućim svitkom, koji titra frekvencijom od nekoliko kHz, pri čemu se u njemu inducira napon koji mjerimo.

Mjerenje Hallovom sondom

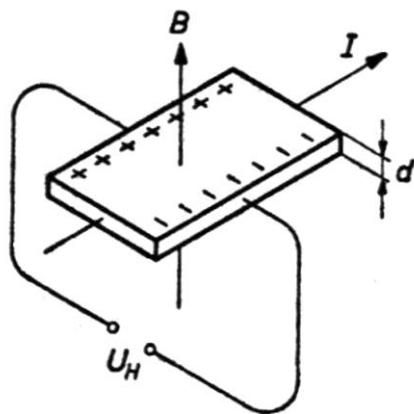
U ovom mjerenu koristimo se Hallovim efektom (sl.16.2.) koji je naročito izražen kod poluvodiča, kao što su indijev arsenid, indijev antimonid i silicij. Pločicu napravljenu od jednog od navedenih materijala stavimo u magnetsko polje gustoće B , tako da jepolje okomito na pločicu, a pločicu spojimo na konstantnu istosmjernu struju, u poprečnom smjeru se pojavi Hallov napon, koji je razmjeran gustoći magnetskog toka:

$$U_H = R_H \cdot \frac{I \cdot B}{d} = k \cdot B$$

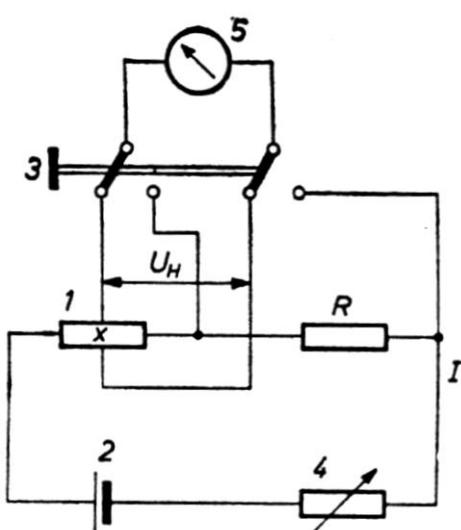
R_H - Hallova konstanta

d - debljina pločice

Hallov napon mjerimo instrumentom, a osnovni mjereni spoj je prikazan na slici 109. Uzbudnu struju dobivamo iz istosmjernog izvora, a podešavamo je pomoću promjenljivog otpora. Kod tvorničkih izvedbi mjerila, na skali instrumenta je označena vrijednost na koju *Slika 16.2.Hallov sonda* treba namjestiti struju.



Hallove sonde se izrađuju u raznim oblicima i dimenzijama, ovisno o potrebama mjerjenja. Mogu se izrađivati vrlo malih dimenzija (debele nekoliko desetinki milimetra), mjerjenje magnetskih polja je omogućeno u vrlo malim zračnim rasporima. Mjerni opseg za mjerjenja u zraku je od 0.005 do 2T. Za manje ili veće gustoće magnetskog polja koristimo posebne izvedbe. Mjerna točnost kreće se u okviru $\pm 1\%$.



Slika 16.3. Mjerenje pomoću Hallove sonde

Mjerenje otpornom sondom

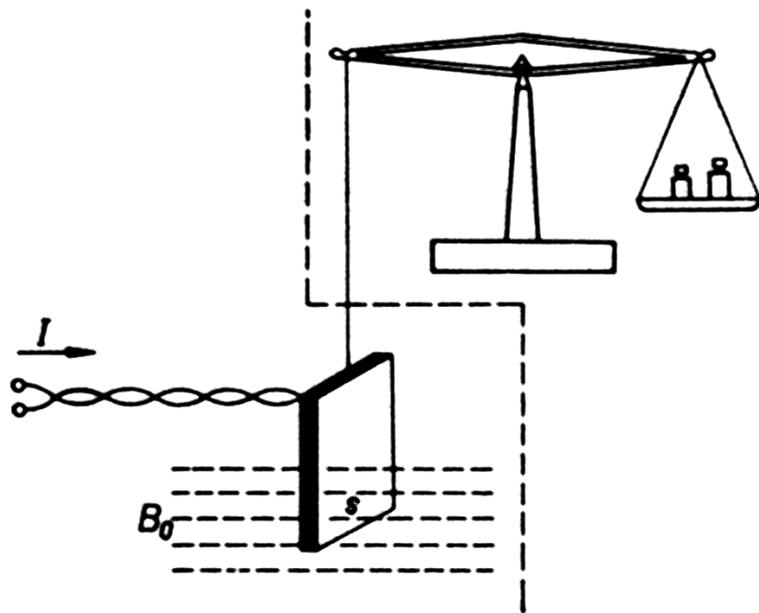


Kod mjerena magnetskog polja otpornom sondom koristimo se pojavom da se omski otpor nekih materijala mijenja ovisno o magnetskom polju (sl.16.4.) toliko da se ta pojava može koristiti u mjerne svrhe. Ova pojava je jako izražena kod bizmuta. Spirale izrađene od bizmuta, kao na slici, postave se u magnetsko polje, čiju gustoću želimo mjeriti. Spiralu uključimo u jednu granu Wheatstoneovog mosta. Otpor spirale iznosi od 5 do 20 Ω , ali pri promjeni magnetskog toka za 0.1 T otpor se poveća za cca. 5 %.

Slika 16.4. Mjerenje otpornom sondom

Mjerenje magnetske indukcije pomoću sile na vodiče

Sila koja djeluje na vodič (sl.16.5.) duljine l , protjecan strujom I u polju magnetske indukcije B je:

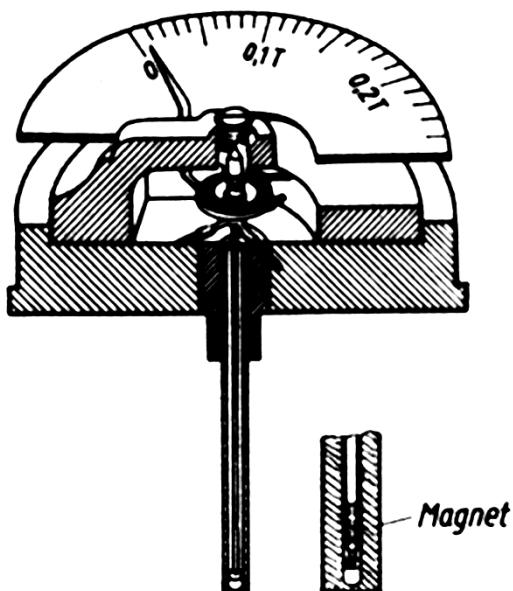


Slika 16.5. Mjerenje magnetske indukcije pomoću sile na vodiće

Ovakav postupak se ne koristi mnogo u praksi. Koristimo ga samo u ekstremno točnim mjerenjima (0.005 %). Struju mjerimo najpreciznijim kompenzatorima i provodi

se kroz vodiče namotane na pravokutnu ploču, obješenu za jedan krak precizne analitičke vase.

Magnetometri



Slika 16.6. Magnetometar

Za brzo mjerjenje magnetskog polja u zraku, upotrebljavamo magnetometre. Magnetsku indukciju određujemo na osnovi zakretnog momenta permanentnog magneta dovedenog u magnetsko polje.

Magnetometar postavimo tako da kazaljka pokazuje nulu, što nam pokazuje smjer polja. Zatim zakrećemo kućište dok ne dobijemo maksimalni otklon, što znači da je os magneta okomita na polje. Otklon kazaljke pokazuje mjerenu indukciju.

Koristimo ih za mjerjenja od 10^{-8} do $0.5T$.

16.1. Mjerjenje svojstava magnetskih materijala

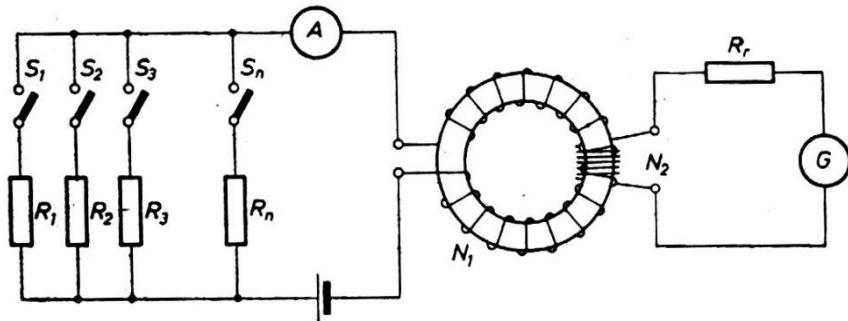
Istosmjerno magnetiziranje magnetskih materijala

Prvenstveno nas zanima krivulja prvog magnetiziranja, komutacijska krivulja i histerezna petlja. Za takva mjerena postoji mnogo metoda zbog raznolikosti magnetskih materijala. Mjerena se kreću od 10^{-1} do $10^6 A/m$ ovisno da li se radi o mekomagnetskim ili tvrdmagnetskim materijalima. Podudarno s time razlikuju se oblici i veličine uzoraka, te brzina i točnost mjerena. Uzorci su najčešće oblika prstena ili šipke. Prednost prstena je lako određivanje jakosti magnetskog polja, a

nedostatak je teškoća izrade od pojedinih tvrdomagnetskih materijala. Kod šipke izrade je jednostavna i zamjena laka, bez obzira o kojem se materijalu radi, a nedostatak je što za njihovo mjerjenje trebamo posebnu opremu (magnetski jarmovi i slično.) određivanje jakosti magnetskog polja nije tako jednostavno.

Snimanje krivulje magnetiziranja (prstenasti uzorak)

Na slici 16.7. prikazan je spoj za snimanje krivulje prvog magnetiziranja.



Slika 16.7. Snimanje krivulje magnetiziranja.

U primarnom krugu struju postupno mijenjamo uklapanjem otpornika. Kada su sve sklopke isključene nema struje, postupnim uključivanjem otpornika dobivamo pripadne jakosti magnetskog polja H_1, H_2, \dots, H_n koje su određene :

$$H = \frac{N_1 \cdot I}{l_{sr}} = \frac{N_1 \cdot I}{2 \cdot \pi \cdot r_{sr}}$$

Srednji polumjer prstena je :

$$r_{sr} = \frac{r_1 + r_2}{2}$$

Struja magnetiziranja se poveća, prilikom uklapanja svakog opora, za pripadajuću vrijednost , u jednakim skokovima povećava se i gustoća magnetskog toka. To registrira galvanometar.

$$\Delta B = \frac{K_n}{N_2 \cdot A} \cdot \alpha$$

K_n - konstanta galvanometra

N_2 - broj zavoja sekundarnog mjernog svitka

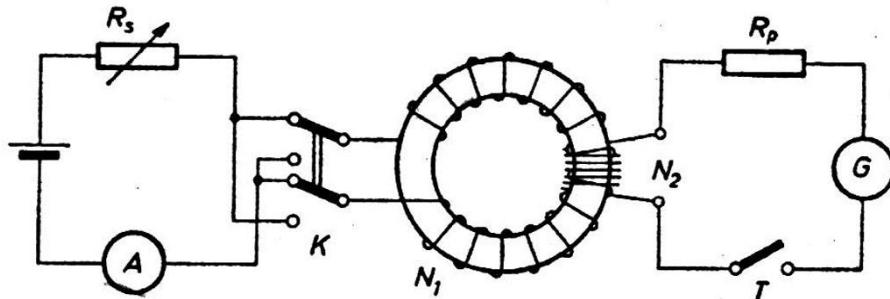
A - presjek prstena

α - otklon galvanometra

Za vrijeme snimanja nema korekcija struje. Struju stalno povećavamo, inače svaka promjena struje u drugom smjeru pomjerila bi krivulju.

Snimanje staticke komutacijske krivulje

Krivulja koja spaja vrhove pojedinih histereznih petlji snimljenih za različite maksimalne vrijednosti jakosti polja, zove se staticka komutacijska krivulja. Spoj za mjerjenje prikazan je na slici 16.8.



Slika 16.8. Snimanje staticke komutacijske krivulje

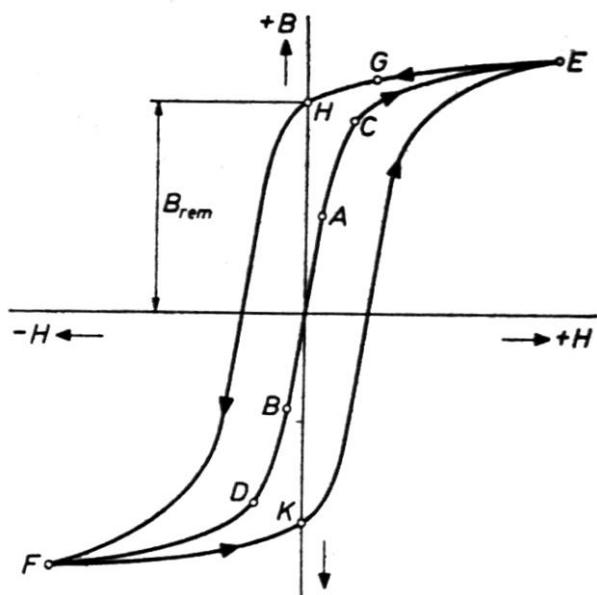
Mjerjenje se odvija na slijedeći način: Uzorak treba razmagnetizirati. Promjenljivim otporom namjestiti struju na neku početnu vrijednost koja nam odredi položaj početne točke *A*. Komutiramo struju i dobijemo točku *B* suprotnu od početne točke. Pripadajuća promjena gustoće *AB* dva puta je veća od gustoće u točki *A*, pa je izrazimo kao:

$$B_A = \frac{K_B}{2N_2 S} \cdot \alpha \quad \text{odnosno} \quad H = \frac{N_1 \cdot I_1}{l_{sr}}$$

Ponovo komutiramo struju, vratimo se u točku *A*, pa je povećamo da bi dobili točku *C*, opet je komutiramo dobijemo točku *D* i tako nastavljamo dok ne postignemo točke vrhova *E* i *F*. U tim točkama imamo maksimalnu gustoću magnetskog toka. Na taj način imamo sve potrebne vrijednosti, pa možemo nacrtati cijelu krivulju.

Snimanje petlje histereze

Koristimo isti spoj kao za snimanje komutacijske krivulje, s tim da na početku struju namjestimo na maksimalnu vrijednost, znači da polazimo iz točke *E* (sl.11.). Linearno smanjujemo struju magnetiziranja, tako da dođemo u točku *G*. Kada struju potpuno isključimo dobijemo točku *H*, koja definira točku remanentnog magnetizma, to je remanentna gustoća magnetskog polja B_{rem} . Za nastavak snimanja krivulje treba struju komutirati i povećavati u suprotnom smjeru sve dok ne dobijemo točku *F*. Ponovnim smanjivanjem struje dobijemo točku *K*. Zadnji dio histerezne krivulje dobijemo tako da struju opet komutiramo i povećavamo do točke *E*. Treba ponovo napomenuti da za vrijeme ovog mjerjenja struju treba kontinuirano mijenjati u istom smjeru, u suprotnom doći će do pomaka krivulje, pa bi cijelo mjerjenje trebalo ponoviti u cijelosti.

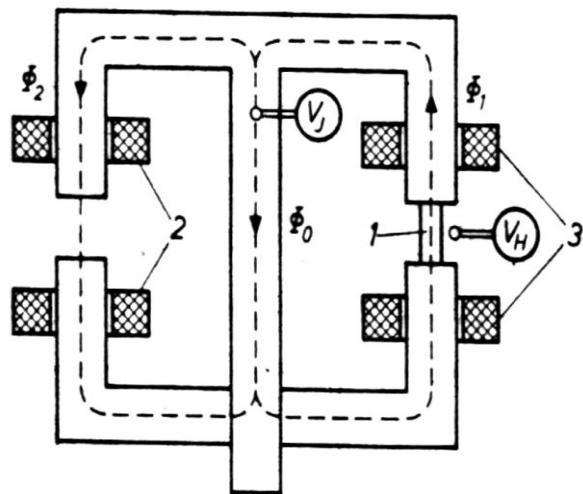


Slika 16.9. Petlja histereze

Mjerenja osobina magnetskih materijala na prstenastim uzorcima su vrlo pogodna i točna. Ipak često se odlučujemo za mjerne uređaje i postupke koji omogućuju upotrebu šipkastih uzoraka. U pravilu kod tvrdomagnetskih materijala upotrijebit ćemo šipkaste uzorke.

Steinitzov jaram

Do sada je razvijeno nekoliko mernih uređaja za mjerjenje magnetskih materijala. Jedan od njih je i Steinitzov jaram (sl. 16.10.). To je uređaj koji za mjerjenje gustoće



Slika 16.10.

magnetskog toka ima ugrađena dva mjerna generatora s rotirajućim ili titrajnim svitkom. Jaram se sastoji iz dva dijela, tako da magnetski tok uzbuduje dva para svitaka, te da se magnetski tokovi u sredini jarma kompenziraju, ako u jarmu nema uzorka. Kad u magnetski krug ubacimo uzorak, magnetski tok u tom stupu se poveća, a u srednjem stupu se pojavi magnetski tok razmijeran magnetskoj polarizaciji uzorka:

$$J = B - \mu_0 H$$

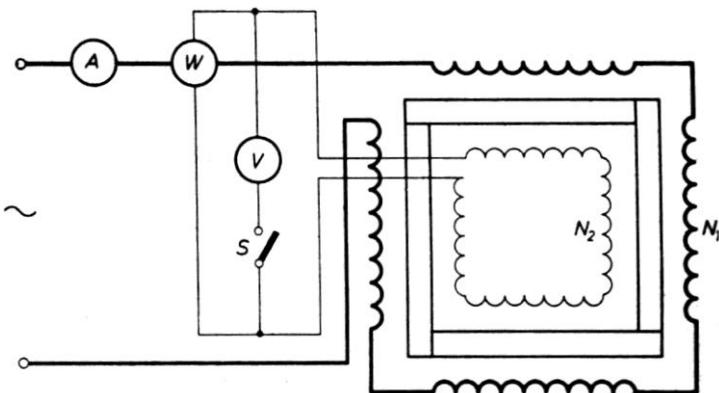
U srednjem stupu smješten je rotirajući ili titrajni svitak, u njemu se inducira napon U_J , koji je razmijeran magnetskom toku, odnosno magnetskoj polarizaciji uzorka. Jakost magnetskog polja mjeri se drugim rotirajućim svitkom smještenim uz površinu uzorka. On mjeri napon U_H razmijeran jakosti magnetskog polja H .

Cijeli jaram je izrađen od visokopermeabilnog magnetskog materijala dovoljno velikog presjeka, da bi mogli zanemariti utjecaj magnetskog otpora jarma. Na ovaj način možemo snimati cijele petlje histereze ili samo jedan dio, koji nam je bitan.

16.2. Izmjenično magnetiziranje magnetskog materijala

Mjerenje gubitaka u magnetskom limu

Epsteinov aparat (sl.16.11.) se često upotrebljava za mjerenje gubitaka u magnetskim limovima. Za mjerenje trebamo uzorak magnetskog lima. Obično su to trake određene mase, širine i dužine. Kod traka treba voditi računa o smjeru valjanja lima, jer prema njemu ih slažemo u jezgru. Trake međusobno izoliramo i umetnemo ih u četiri duguljasta svitka, koji čine kvadrat. Trake se okruže s dva namota. Jedan je za magnetiziranje i drugi je mjerni



Slika 16.11. Epsteinov aparat

namot. Primarni (za magnetiziranje) spojenje na izmjenični sinusni napon, namještenim na traženu vrijednost. U napojnom strujnom krugu serijski su priključeni ampermetar i strujna grana vatmetra, a na merni sekundarni (napon priključeni su voltmetar i naponska grana vatmetra. Gubitke u limu obično mjerimo pri gustoći od 1T ili 1.5T. Gustoću određujemo iz induciranih napona u sekundarnom svitku:

$$U = 4\xi B_m A N_2 f$$

ξ - koeficijent oblika koji kod gustoće od 1T iznosi 1.1, ili kod 1.5T iznosi 1.14

A - presjek uzorka, određen iz mase uzorka i gustoće materijala

Vatmetrom mjerimo snagu gubitaka u uzorku magnetskog lima, kao i potrošak naponskog svitka vatmetra i voltmetra. Zato isključimo voltmetar poslije namještanja napona, a potrošak vatmetra odbijemo od mjerene vrijednosti.

$$P_{\dot{z}} = P_w - \frac{U^2}{R_w}$$

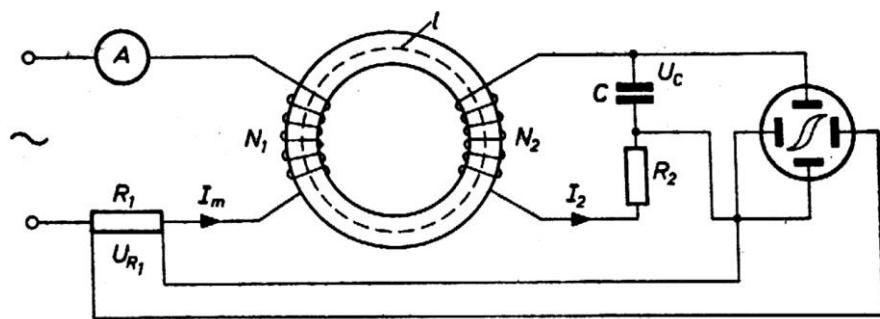
Specifične gubitke dobijemo ako snagu koju smo dobili podijelimo s masom uzorka m .

$$P_{spec} = \frac{P_{\dot{z}}}{m} = \frac{P_w - \frac{U^2}{R_w}}{m} \quad \left(\frac{W}{kg} \right)$$

U posljednje vrijeme koristi se mali Epsteinov aparat za uzorke od 28 mm, ukupne mase do 2 kg. Za ovakva mjerena trebaju osjetljiviji instrumenti.

Snimanje petlje histereze elektroničkim osciloskopom

Relativno jednostavno možemo snimiti petlju histereze pomoću osciloskopa. Za uzorak možemo uzeti prstenastu jezgru (sl. 16.12.).



Slika 16.12. Snimanje petlje histereze elektroničkim osciloskopom

Najpogodnije je da primarni namotaj bude namotan duž cijele jezgre, a preko njega sekundarni namotaj. Pad napona U_{R1} dovedemo na osciloskopske pločice za horizontalni otklon, pa je otklon elektronske zrake u smjeru X- osi, razmijeran struji magnetiziranja I_{m1} . Budući je u prstenastoj jezgri, horizontalni otklon elektronske zrake razmjerno je ovisan i o jakosti magnetskog polja:

$$U_{R1} = \frac{R_1 \cdot l}{N_1} \cdot H = k_H \cdot H$$

Na pločice za vertikalno otklon dovedemo pad napona U_C . Treba voditi računa da je ispunjen uvjet :

$$R_2 \gg \frac{1}{\omega C}$$

U tom slučaju u sekundarnom krugu prevladava omsko opterećenje, koje je potrebno za pravilan zakret napona na pločicama za vertikalni otklon, pa imamo:

$$U_C = -\frac{N_2 \cdot A}{R_2 \cdot C} \cdot B = k_B \cdot B$$

A- efektivni presjek uzorka.

Na ovakav način na zaslonu osciloskopa dobijemo dinamičku histereznu petlju uzorka, koja je veća što je uzorak više magnetiziran.

Primjer 15:

Koliki je efektivni iznos napona, frekvencije 50 Hz, potreban da bi kod malog Epsteinovog aparata dobili indukciju 1T, u uzorku od trafo-lima mase 0.470 kg, a duljina uzorka je 0.28 m. Primarni i sekundarni namoti imaju po 700 zavoja. ($\rho_{Fe} = 7.65 \frac{kg}{dm^3}$).

Rješenje:

$$U_{ef} = 4 \xi B_m f N A_{Fe}$$

$$A_{Fe} = \frac{m}{4l \rho_{Fe}} = 5.485 \cdot 10^{-5} m^2$$

$$U_{ef} = 8.52 V$$

Primjer 16:

Za neki magnetski materijal treba ustanoviti koliki su gubici histereze, a koliki vrtložnih struja, pri frekvenciji 100 Hz. U tu svrhu izmjerili smo ukupne gubitke uz istu indukciju pri frekvenciji 60 Hz i 100 Hz. Pri frekvenciji 60 Hz iznosili su 414 W, a pri 100 Hz su 850 W. Koliki su gubici histereze i vrtližnih struja ?

Rješenje:

$$P_h = \frac{\frac{P_2 f_1^2}{f_2} - P_1 f_2}{f_2 - f_1} = 450 \text{ W}$$

$$P_1 = P_h + P_V$$

$$P_V = P_1 - P_h = 850 - 450 = 400 \text{ W}$$

17. ELEKTRIČNO MJERENJE NEELEKTRIČNIH VELIČINA

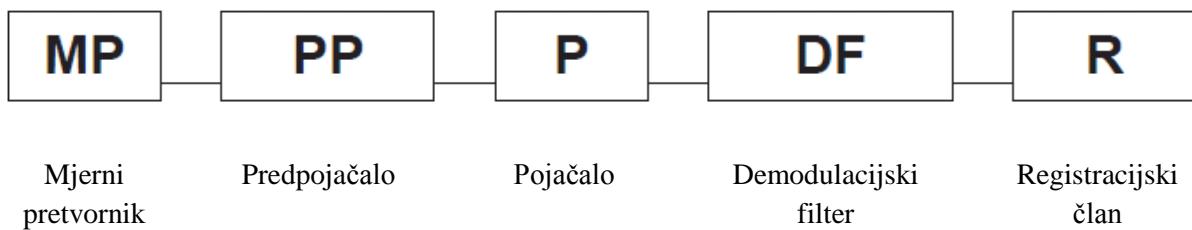
Električna mjerena neelektričnih veličina su česta zbog prednosti koje u odnosu na druge mjerne sustave pokazuju mjerne uređaji. Usavršavanjem mjerne i računalne tehnike ova mjerena postaju nezaobilazna u tehničkoj praksi, kao i u svim područjima gdje se izvode mjerena i kontrole. Prethodno nabrojane prednosti, i sada već relativno pristupačna cijena, omogućavaju široku primjenu i za komercijalne svrhe mjerena.

17.1. Električni mjerne sustav

Električni mjerne sustav predstavlja skup uređaja i dodatne opreme zamjerenje parametara rada (neelektričnih veličina) nekog mernog objekta ili procesa. Velika prednost ovakvih mernih sustava je mogućnost izvođenja mjerena na objektima koji tijekom rada pokazuju velike dinamičke promjene.

Mjerni sustav u principu sadrži tri dijela povezana u lanac i to :

- mjerne pretvornik
- merno pojačalo
- registracijski član.



Slika 17.1. Blok shema mernog sustava

Na početku mernog lanca merna neelektrična veličina se uz pomoć mernog pretvornika pretvara u odgovarajuću električnu veličinu. Ulazni signal mehaničke veličine mogu biti statičkog i dinamičkog karaktera. Statičkim mjerjenjem lakše se postiže linearan odnos između ulazne i izlazne veličine. Kod dinamičke ulazne veličine, odnos veličine ovisne ovremenom treba uspostaviti relaciju između ulaza i izlaza.

Osnovne su karakteristike mernog pretvornika : linearnost ulaza i izlaza, i dinamičkih veličina koje se mjeri. Neki mjerne instrumenti daju linearan odnos ulazne i izlazne veličine koji je opisan jednadžbom $y=ax$, gdje je **a** kalibracijski faktor.

Mjerni instrumenti, koji uspostavljaju linearan odnos ulaza i izlaza zanemaruju utjecaj histereze, klizanja i drugih negativnih pojava. Međutim, ove pojave su realne i one kvare linearnu relaciju između ulaznihi izlaznih karakteristika.

Prvi dio mjernog lanca, mjerni pretvornik, prima neelektričnu veličinu koja semjeri i pretvara je u odgovarajući električni signal.

Električni signal, koji je obično slabog intenziteta, u drugom se dijelupojačava, demodulira i filtrira, a zatim se u pogodnom obliku šalje doregistracijskog člana koji može biti u sklopu mjernog uređaja ili udaljen odnjega.

Ovisno o veličinama koje se mjere i registriraju, registracijski član može biti računalo, pisač, osciloskop, oscilograf, zaslon, magnetska traka ili disketa. Izmjerene veličine mogu se prikazati na analogan ili digitalan način.

17.2. Elektromehanička analogija

Između električnih i mehaničkih veličina mogu se uspostaviti analogne veze. Analogni sustavi su takvi fizički sustavi koji imaju jednadžbe istog oblika. Ako se jedan sustav ispita, po analogiji se mogu uspostaviti veze iprelijeti rezultati, tj. donijeti zaključci o ponašanju njemu analognog sustava.

Mehanički sustavi su analogni električnim sustavima jer su opisani jednadžbama koje se razlikuju samo po vrsti nepoznatih veličina i koeficijentima. Kao jedinstven primjer elektromehaničke analogije mogu se promatrati izrazi u mehanici za silu i u elektrotehnici za napon.

$$F = \frac{m \cdot dv}{dt}$$

$$F = \frac{L \cdot dl}{dt}$$

Vidljivo je da su izrazi u formulama istog oblika. Analogna je veličina sili F u mehanici, napon U u elektrotehnici, mase m analogan je induktivitet L , a brzini v jakost struje I .

Primjer analogije električnih i mehaničkih veličina može se prikazati preko mehaničke i električne snage:

$$P = F \cdot v = m \cdot a \cdot \frac{x}{t} = m \cdot \frac{x^2}{t^3} \quad (\text{za translacijski sustav})$$

$$P = m \cdot \omega \quad (\text{za rotacijski sustav})$$

$$P = U \cdot I \quad (\text{za električni sustav}),$$

gdje je: P - snaga ω - kutna brzina

F - sila I - jakost struje

x - pomak U - napon

M – moment v - brzina

m - masa t – vrijeme.

Ako se izjednače izrazi za snagu translacijskog i električnog, te rotacijskog i električnog sustava dobiva se :

$$U \cdot I = \frac{F \cdot x}{t} = m \cdot \frac{x^2}{t^3}$$

$$U \cdot I = M \cdot \omega \cdot L$$

Lijeve strane jednadžbi mogu se proširiti faktorom n i napisati u obliku :

$$U \cdot n \cdot \frac{I}{n} = \frac{F \cdot x}{t} = m \cdot \frac{x^2}{t^3}$$

$$U \cdot n \cdot \frac{I}{n} = M \cdot \omega \cdot L$$

a zatim napisati u dva dijela :

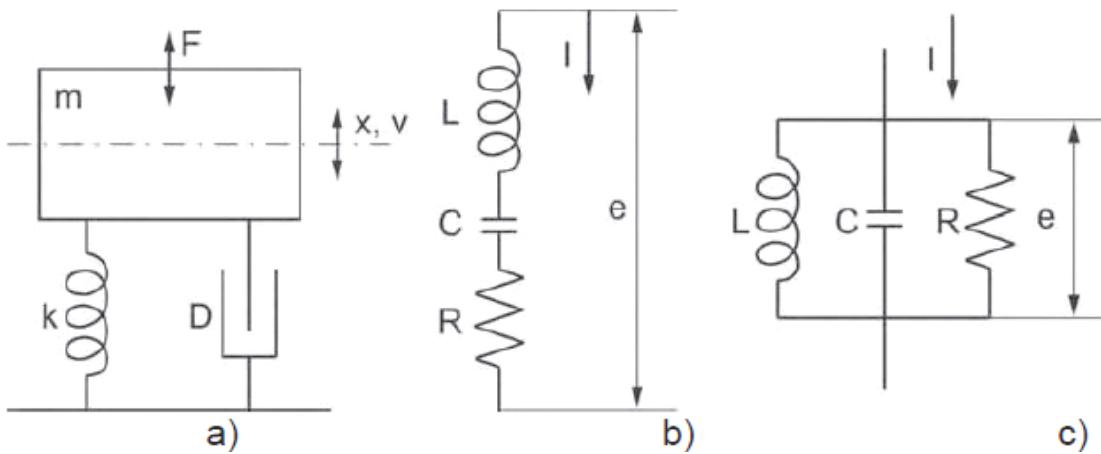
$$\frac{U}{n} = F = \frac{m \cdot x}{t^2} \quad \text{i} \quad l \cdot n = \frac{x}{t} = v$$

$$\frac{U}{n} = M = F \cdot x \quad \text{i} \quad l \cdot n = \omega = \frac{l}{t}.$$

Faktor n zove se "translacijski" faktor i pomoću njega se određuje veza između električnih i mehaničkih veličina.

Kada je faktor n=1, analogija je izravna. Izravna analogija postoji izmeđumomenata M i napona U. Izravna analogija također postoji između jakosti struje I i kutne brzine ω . Osim izravne, postoji i neizravna analogija električnih i mehaničkih veličina. U tom slučaju je n ≠ 1.

Na slici 17.2 prikazan je primjer i shema izravne i neizravne analogije mehaničkog i električnog sustava.



Slika 17.2. Izravna i neizravna analogija mehaničkog i električnog sustava
a) mehanički vibracijski sustav, b) izravna analogija, c) neizravna analogija.

Mehanički sustav koji vibrira sadrži masu m , oprugu k , prigušivač D . Električne veličine, koje su analogne, nabrojane su induktivitet zavojnice L , kapacitet kondenzatora C i otpor otpornika R .

Kod izravne i neizravne analogije u električnom sustavu isti su elementi sustava, a razlikuju sesamo u povezanosti. U slučaju izravne analogije elementi električnog sustava spojeni su serijski, a u slučaju neizravne analogije spojeni suparalelno. Izravna analogija u elektromagnetskom sustavu jepogodnija tamo gdje postoji neposredna veza između sile i električnog napona (piezoelektričnih sustava).

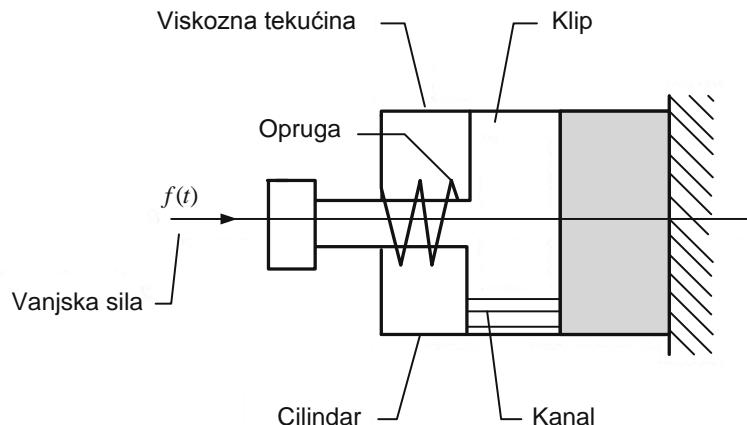
Diferencijalne jednadžbe kojima se opisuje mehanički vibracijski sustavi injemu analogni električni, dane su u funkciji o, brzini v i jakosti struje I .

$$F = m \cdot \frac{dv}{dt} + D \cdot v + \frac{1}{k} \int v \cdot dt$$

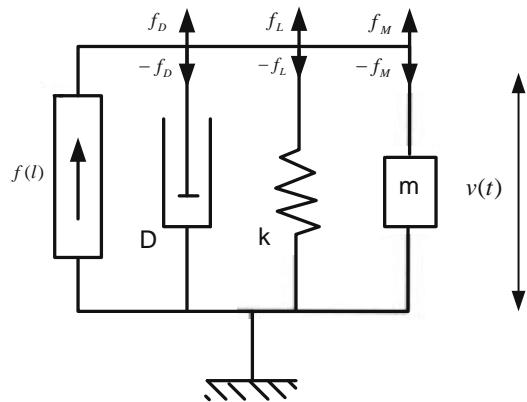
$$U = L \cdot \frac{dl}{dt} + R \cdot l + \frac{1}{C} \int v \cdot dt$$

Na slici 17.3 prikazan je uređaj za prigušenje udara. Uređaj se sastoji od cilindra ispunjenog viskoznom tečnošću, klipa i opruge. Klip vrši translacijsko kretanje pod djelovanjem sile $F=f(t)$.

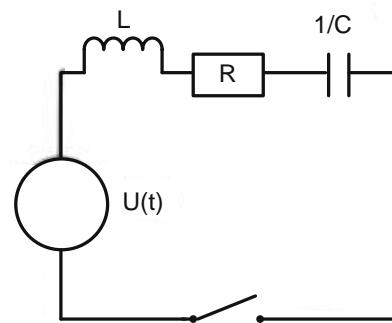
Prilikom modeliranja ovog sustava treba napraviti mehaničku shemu sustava (slika 17.3.b) i sve elemente mehaničkog sustava spojiti u krug. Na osnovi mehaničkog kruga, u kojem su elementi spojeni paralelno, formira se električni analogni krug u kome su odgovarajući elementi povezani serijski (slika 17.3.c).



a) Uređaj za prigušenje



b) Mehanička shema sustava



c) Električni krug

Slika 17.3. Primjer primjene analogije sa uređajem za prigušenje udara.

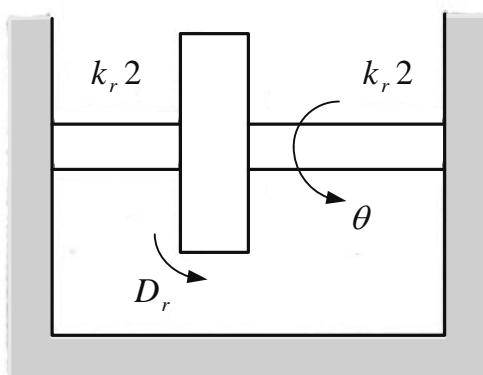
Diferencijalne jednadžbe kojima su opisani mehanički sustav (slika 17.3.b) i električni sustav (slika 17.3.c) su:

$$m \cdot \frac{dv(t)}{dt} + Dv(t) + k \int_{-\infty}^t v(t) dt = f(t)$$

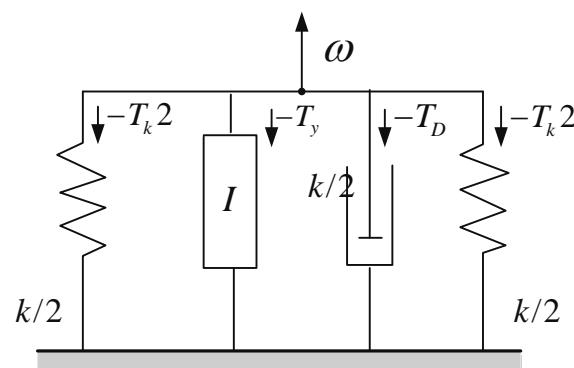
$$L \cdot \frac{dl}{dt} + Rl + \frac{1}{C} \int_0^t l(t) dt = U(t)$$

Mehanički i električni krug na slici 17.3 razlikuju se po obliku, jer mehaničkom paralelnom krugu odgovara električni serijski spoj. U mehaničkom krugu postoji jedna brzina, brzina v kretanja klipa i jedna struja koja protjeće kroz sve elemente električnog kruga. Rotacijski mehanički sustavi bitno se ne razlikuju od translacijskih kada je upitanju njihova analogija s električnim sustavima. Jednadžbe kretanja mehaničkih rotacijskih sustava su istog oblika, ali se parametriraju različito. U tablici 17.1 dane su analogne veličine translacijskih rotacijskih sustava.

Translacijske karakteristike mehaničkog sustava		Rotacijske karakteristike mehaničkog sustava	
Naziv	Oznake	Naziv	Oznake
Masa	M	Moment inercije	I
Translacijska krutost	k	Krutost uvijanja	kr
Translacijski otpor	D	Ootpor uvijanja	Dr
Translacijski pomak	x	Kutno zakretanje	θ
Translacijska brzina	v	Ugaona brzina	ω
Sila	F	Moment sile	M



a) Skica sustava



b) Mehanički krug

Slika 17.4. Rotacijski sustav

Rotacijski sustav na slici 17.4 mehanički je vibracijski sustav koji se sastoji od zamašnjaka i elastične osovine ukliještene na oba kraja. Zamašnjak je postavljen na sredini osovine. Dijelovi osovine lijevo i desno od zamašnjaka imaju krutost uvijanja $kr/2$, a moment inercije zamašnjaka je 1. Vibracije uvijanja zamašnjaka prigušuju viskozno trenje, čiji je otpor uvijanja Dr .

Kada se zamašnjak izvede iz ravnotežnog položaja i zakrene za neki početni kut θ_0 on se nastavlja kretati. Sustav ima određeni stupanj slobode kretanja, a kretanje je opisano koordinatom θ . Sustav vibrira kutnom brzinom ω . Jednadžba kojom je opisano kretanje sustava na slici 2.4 je:

$$I \cdot \frac{d^2\theta}{dt^2} + D_r \frac{d\theta}{dt} + k_r \theta = 0 \quad i \quad \frac{d\theta}{dt} = \omega$$

$$I \cdot \frac{d\omega}{dt} + D_r \omega + k_r \int_0^t \omega(t) dt = -k_r \theta_0$$

17.3. Mjerni pretvornici neelektričnih veličina

Mjerne pretvornike dijelimo prema vrsti pretvorbe :

- mjerjenje pomaka
- mjerjenje sile
- mjerjenje razine (volumena) tekućina
- mjerjenje temperature
- mjerjenje brzine vrtnje (broja okretaja)
- mjerjenje protoka fluida
- mjerjenje zakreta.

Osjetila su elementi ili skloovi koji pretvaraju informaciju iz jednogoblika u drugi. Rabe se u pretvornicima električnih i neelektričnih veličina u električne veličine. Mjerni instrument je također vrsta pretvornika koji električnu veličinu pretvara u promjenu neelektrične, vidljive veličine ili informacije (npr. struju pretvara u mehaničku veličinu, tj. kut zakreta kazaljke relativno uodnosu prema ljestvici, ili napon pretvara u svjetlosne znakove, optički interpretirane kao brojke na zaslonu digitalnog instrumenta).

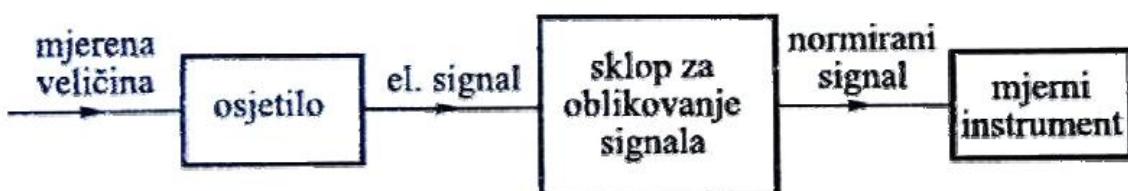
Gotovo se sve neelektrične veličine uporabom prikladnih pretvornika (transducera) mogu mjeriti električnim postupcima:

- razne fizikalne veličine mjeriti jednom vrstom mjernog instrumenta ili jednom metodom.

Tom pretvorbom mogu se :

- male promjene neelektrične veličine, nakon pretvorbe u električnu, pojačati, a zatim lako prikazati i izmjeriti manje osjetljivim mjerilima;
- obaviti mjerjenja na daljinu;
- mjeriti i bilježiti vrlo brze promjene neelektričnih veličina.

Načelna blok shema pretvornika (sl. 17.5.):



Slika 17.5. Blok shema mjernog pretvornika

Pretvornik čini:

- osjetilo (davač, senzor, sonda);
- sklop za oblikovanje signala;
- pokaznik (mjerni instrument, registracijski uređaj, osciloskop i sl.);
- osjetilo pasivno ili aktivno:
- pasivno osjetilo - za čiji je rad potreban izvor napajanja;
- aktivno osjetilo – stvaraju električni signal bez takva izvora;

- osjetilo pretvara neelektričnu veličinu u električnu, a sklop zaoblikovanje stvara normirani (propisani) oblik i opseg vrijednosti(npr. od 0 do 20 mA, ili od 0 do 5 V) izlaznog signala;
- izbor osjetila ovisi o očekivanom opsegu promjene mjerene veličine, njezinoj frekvenciji, očekivanoj točnosti mjerena, vrsti i razini normiranog izlaznog signala, dozvoljenom vlastitom potrošku (kod pasivnih osjetila), utjecaju (interakciji) mjerene veličine s ostalim fizikalnim veličinama;
- ako ne postoji prikladno osjetilo komercijalne izvedbe, tada moramo projektirati, izvesti i umjeriti osjetilo vlastite izvedbe.

Prijenosne značajke osjetila:

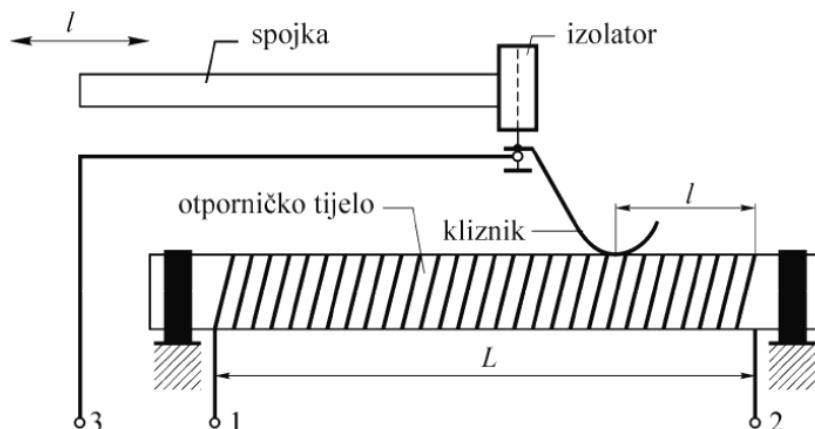
- dijele se na statičke i dinamičke;
- statičke značajke opisuju ovisnost izlaznog signala o mjerenoj veličini i mogu biti linearne, nelinearne i s histerezom;
- dinamičke značajke pokazuju ovisnost izlaznog signala osjetila promjenom mjerene veličine, u vremenskoj domeni (mogu biti prigušeno titrajne ili aperiodske naravi);
- primjer: otporno osjetilo temperature.

17.3.1. Mjerenje pomaka

Za mjerenje pomaka rabe se otporna, induktivna i kapacitivna osjetila.

A. Otporna osjetila pomaka

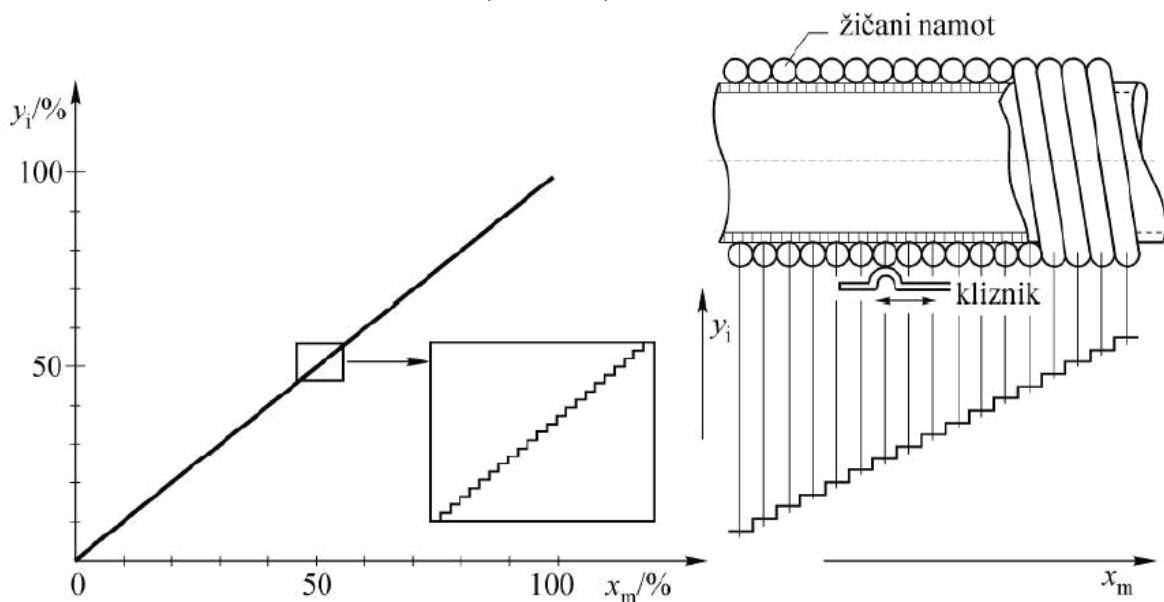
1. Pasivno osjetilo pomaka – klizni otpornik u potenciometarskom spoju (sl. 17.6.)



$$- 2 \text{ i } 1 \text{ napon napajanja } U, 3 \text{ i } 1 \text{ napon } U_k: \quad I = L \cdot \frac{U_k}{U} = k \cdot U_K$$

Slika 17.6. Klizni otpornik u potenciometarskom spoju

- klizni otpornici mogu biti slojni i žičani teorijska statička karakteristika im je pravac;
- uz neprekinutu promjenu mjerene veličine, izlazna veličina mijenja se u vrlo malim, diskretnim koracima (sl. 17.7.).

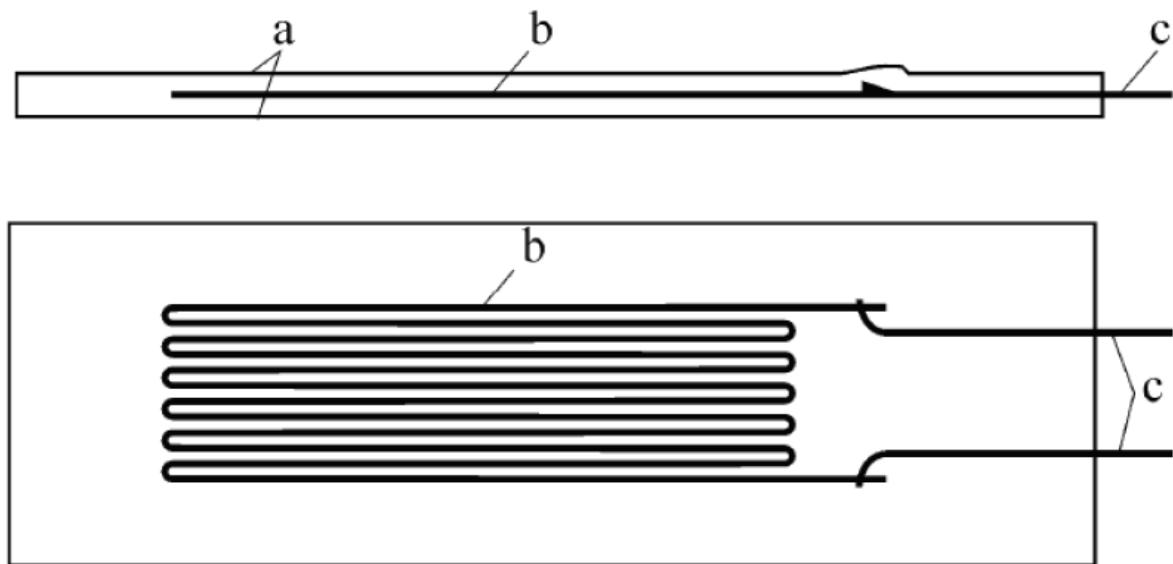


Slika 17.7. Promjena izlazne veličine

- pojam razlučivanja (razloženost, rezolucija) statičke karakteristike;
- odlikuju se robusnošću, jednostavnosću i dugim životnim vijekom (više od milijun operacija);
- izlaz se ne smije opteretiti, jer dolazi do nelinearnosti statičke karakteristike;
- opsezi od 0 do 1 mm pa sve do 1 m, razlučivanje oko 0,1 %, linearnost bolja od $\pm 0,5 \%$;

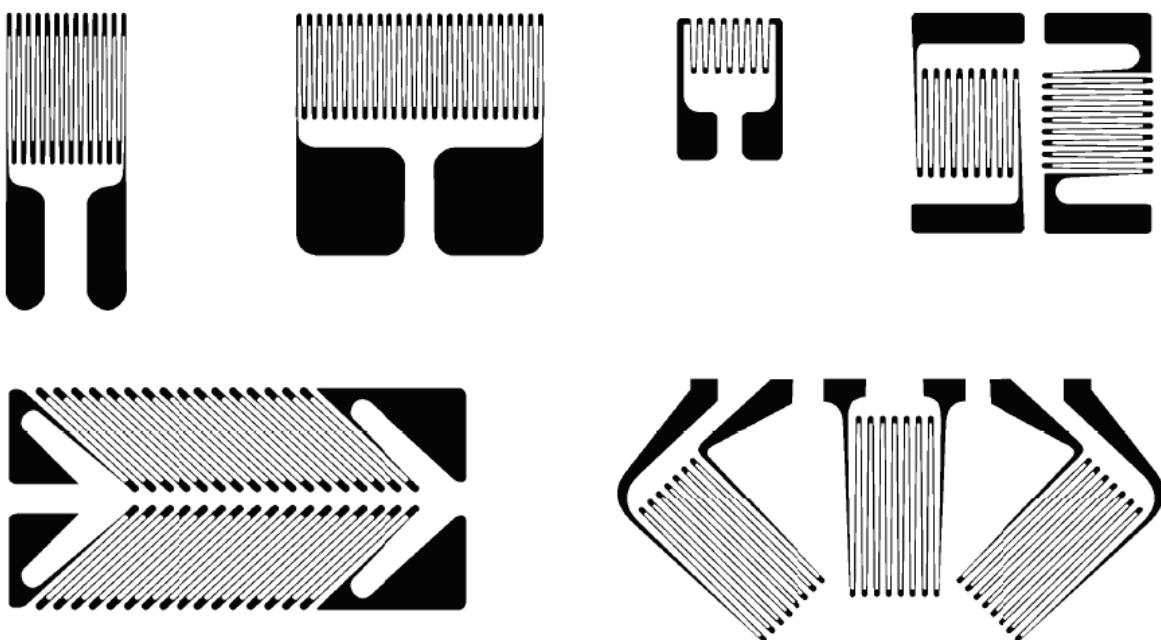
2. Rastezna otporna osjetila (*strain gauges*)

- koriste se za određivanje deformacija (relativnih promjena pomaka ili duljine), a rastezno tijelo je žica ili listić od vodljivog ili poluvodljivog materijala koji se pričvršćuje na promatrani objekt;
- pod djelovanjem sile objekt se, zajedno s osjetilom rasteže ili steže, a kako su deformacije male povoljnije ih je iskazivati u relativnom obliku (npr. mm/m, μ m/m ili ppm);
- žičana rastezna osjetila izrađuju se od tanke žice (0,02 mm u promjeru) od nikla ili nehrđajućeg čelika, oblikovanih vijugavo (čime se povećava osjetljivost);
- žica (b) nalijepljena je na osnovicu (a) od epoksidne smole ili papira i zaštićena istim materijalom, s izvedenim priključcima (c):



Slika 17.8. Žičano rastezno osjetilo

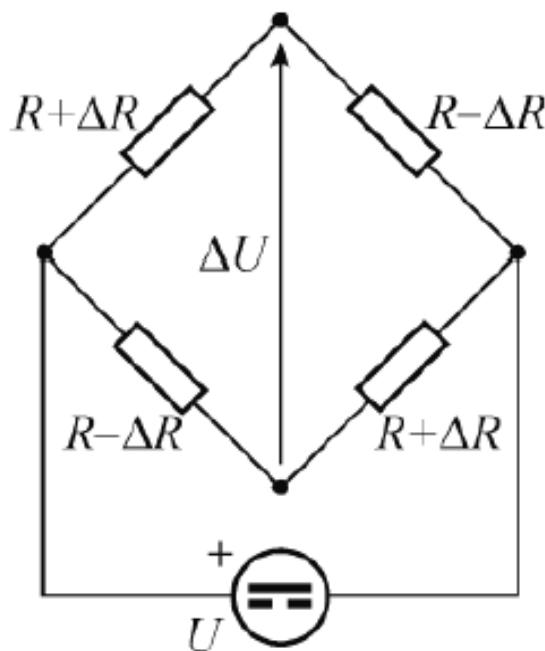
- folijska rastezna osjetila načinjena su jetkanjem otporne folije (konstantan, Iso-elastic, slitina Ni-Cr) debljine od 3μ m do 8μ m, nanesene na osnovicu:



Slika 17.9. Fokijska rastezna osjetila

- osjetilo se pričvršćuje na mjerno mjesto tako da može vjerno slijediti deformacije objekta (npr. torzijsko uvijanje osovine, progib mosta pod opterećenjem i sl.);
- pričvršćuje se lijepljenjem, a uspješnost mjerena uveliko ovisi o pripremi površine na koju se osjetilo lijepi, načinu lijepljenja i izboru lijepila (lijepilo je uvijek mnogo skuplje od samog osjetila!);
- električke značajke su otpor i najveća dopuštena struja;

- otpor je tipičnih iznosa 60Ω , 120Ω , 240Ω , 300Ω , 600Ω i 1000Ω , a dopuštena struja u granicama od 10 mA do 20 mA ;
- deformaciju određujemo mjerjenjem promjene otpora osjetila – Wheatstoneovim mostom napajanim istosmjernom ili češće izmjeničnom strujom (nema pogrešaka zbog termonapona);
- mjerni opseg deformacija je do $0,15\%$, dok se za mjerjenja mnogo manjih deformacija koriste poluvodička osjetila;



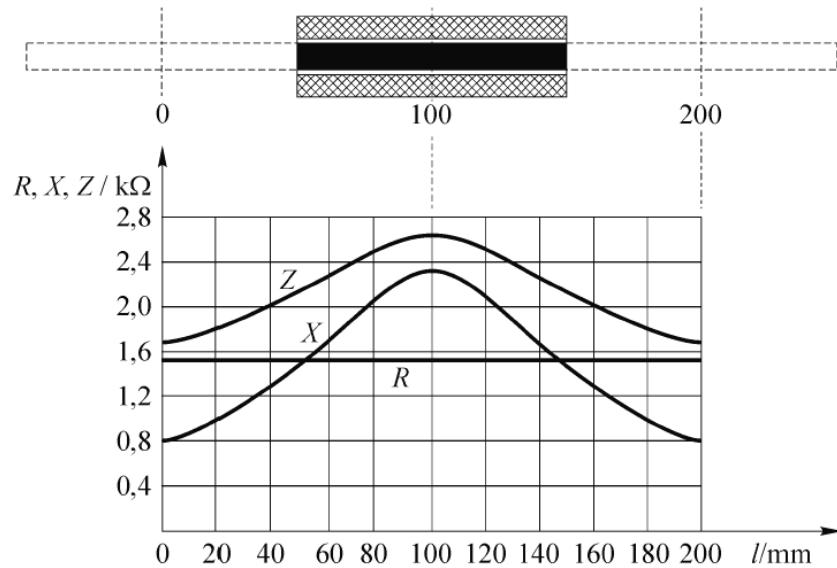
Slika 17.10. Mjerjenje deformacije promjenom otpora osjetila

B. Induktivna osjetila pomaka

- pasivna osjetila koja se koriste za mjerjenja pomaka do reda 1 nm – rade na načelu promjene L ili M , pa je potrebna manja sila nego za otporna osjetila pomaka;
- induktivitet ravnog jednoslojnog svitka s N zavoja žice djelatnog otpora R , površine S i duljine l iznosi:

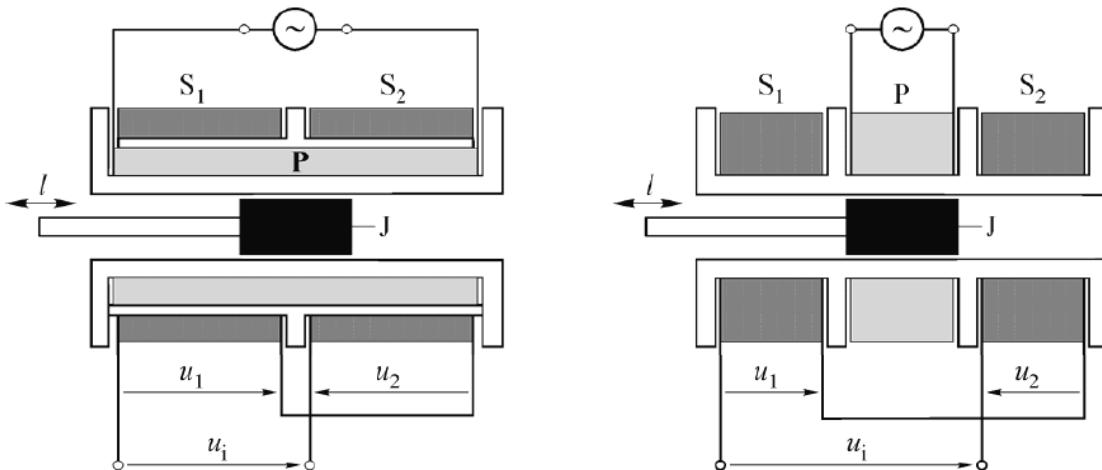
$$L = \mu \cdot N^2 \cdot \frac{S}{l}$$

- promjena induktiviteta ΔL može biti prouzročena promjenom bilo kojeg parametra;
- najjednostavnija je promjena permeabilnosti μ uvlačenjem feromagnetske jezgre u svitak (slika 17.11.);
- promjene $\Delta X = \omega \Delta L$ i $\Delta Z = R + j\Delta X$ nisu linearne;



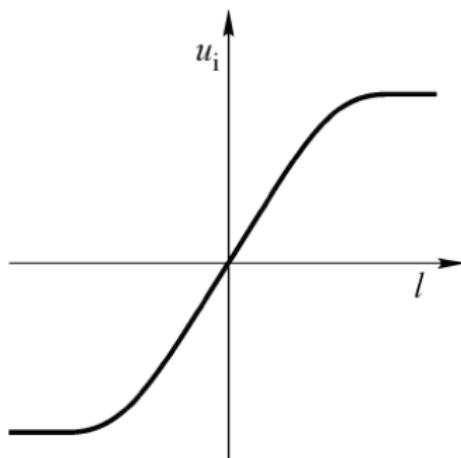
Slika 17.11. Promjena permeabilnosti feromagnetskom jezgrom

- promjene $\Delta X = \omega \Delta L$ i $\Delta Z = R + j\Delta X$ nisu linearne;
- linearno promjenjivim diferencijalnim transformatorom (LPDT) postiže se mnogo bolja linearnost prijenosne funkcije:



Slika 17.12. Linearno promjenjivi diferencijalni transformator (LPDT)

- uzbudni svitak P i dva identična svitka S1 i S2 u serijskom protuspoju – pomak jezgre J iz centralnog simetričnog položaja dovodi do razlike napona u_1 i u_2 , tj. do pojave napona u_i , koji je faza ovisna o smjeru pomaka jezgre;
- izlazni signal osjetila (napon u_i) s pomoću fazno osjetljiva sklopa pretvara se u istosmjerni napon odgovarajućeg predznaka;
- u opsegu pomaka jezgre statička karakteristika osjetila je linearna;
- utjecaj stranih magnetskih polja uklanja se oklapanjem magnetskim materijalom;
- ovakvim osjetilom mјere se pomaci u opsegu od nekoliko nm do nekoliko cm, s granicama pogrešaka $\pm 0,5\%$ i linearnošću $\pm 0,5\%$.



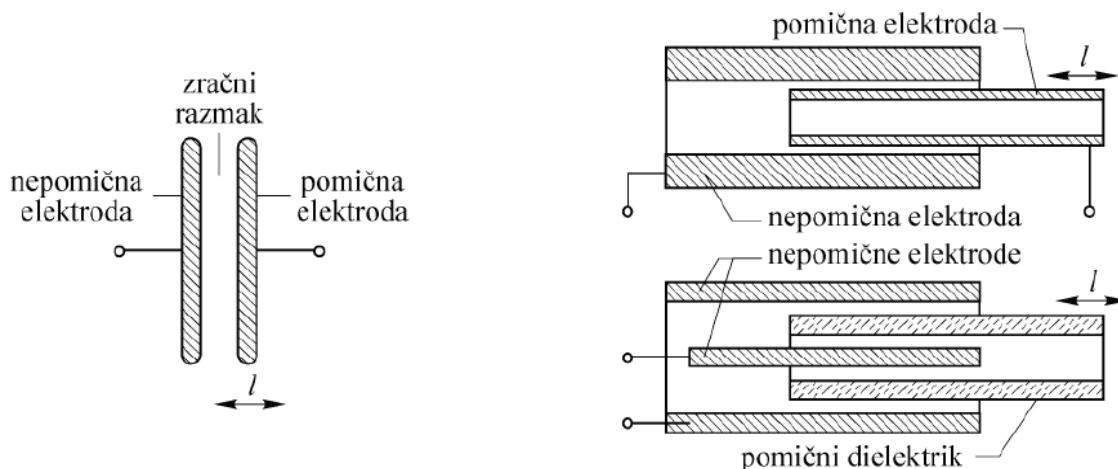
Slika 17.13. Izlazni signal osjetila (napon u_i)

C. Kapacitivna osjetila pomaka

- kapacitet geometrije s dvije elektrode ovisi o dielektričnoj stalinici tvari između elektroda, njihovoj efektivnoj površini i efektivnom razmaku:

$$C = \epsilon \cdot \frac{S}{d}$$

- impedancija ovisi o kapacitetu osjetila (tipično 10 pF ili 100 pF) i frekvenciji signala izvora kojim se osjetilo napaja;
- pogreške mogu nastati zbog izolacijskog otpora osjetila te otpora i parazitskog kapaciteta kabela kojim se ono povezuje s mjernim uređajem, pa se kao dielektrik često uzima zrak, a kabel se posebno oklapa;
- kapacitivnim osjetilima mjere se pomaci reda veličine μ m ili čak nm, a prikladna su i za mjerjenja dinamičkih pomaka frekvencije do 1 kHz.

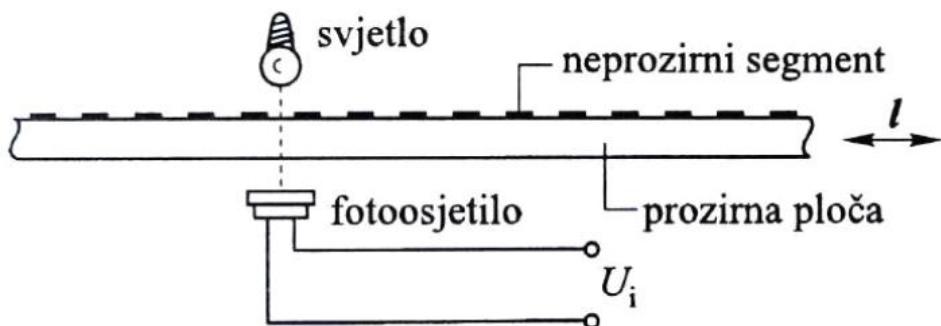


Slika 17.14. Kapacitivno osjetilo

- tri tipa izvedbe, kod kojih se promjena kapaciteta ΔC postiže promjenom razmaka elektroda d , promjenom površine S i promjenom dielektrične kon. ϵ :
- često se koriste diferencijske izvedbe, a promjene kapaciteta mjere se poznatim metodama, najčešće mosnim (Wienov most).

D. Digitalna osjetila pomaka

- pomak se opaža binarnim sustavom kao niz impulsa;
- koriste se staklene, od izolacijskog materijala ili metalne binarne ljestvice;



Slika 17.15. Digitalno osjetilo pomaka

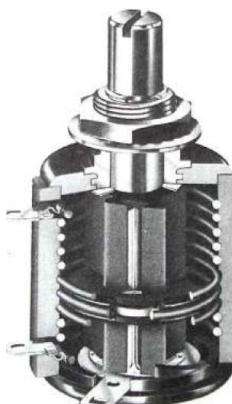
- neprozirni segment daje izlaz "0", a prozirna izlaz "1";
- broj segmenata i razlučivanje uvjetovan je brojem digita u binarnom broju;
- mjere pomake od reda veličine mm do nekoliko m s granicama pogrešaka reda veličine 10^{-5} .

17.3.2. Mjerenje zakreta

A. Otporna osjetila zakreta

1. Pasivno osjetilo zakreta otporni je element kružnog oblika s kliznikom koji se također giba kružno (sl. 17.16.):

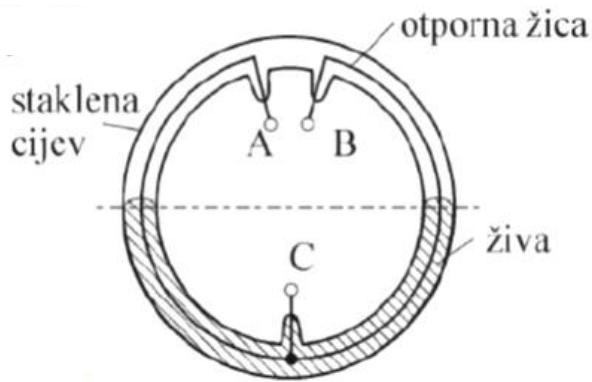
2.



Slika 17.16. Zakretno pasivno osjetilo

- za kuteve veće od 360° - helikoidalni klizni otpornik u potenciometarskom spoju (tipično do 3600, 10 okretaja kliznika).

3. Osjetilo zakreta sa živom – koristi se u eksplozivnoj ili agresivnoj atmosferi
- osjetilo je zataljeno u kružnoj staklenoj cijevi;

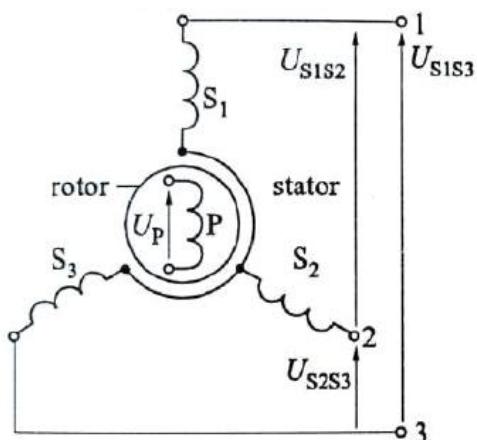


Slika 17.17. Osjetilo zataljeno u kružnoj staklenoj cijevi

- zakretanjem cijevi živom se kratko spaja veći ili manji dio platinske žice, pa se otpor između izvoda A i C te B i C mijenja.

B. Induktivno osjetilo zakreta

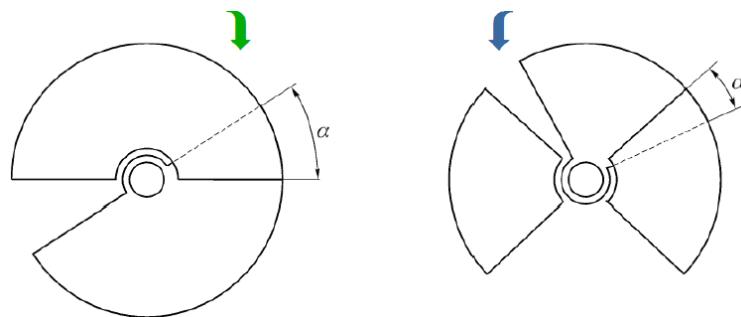
- sinkropretvornici (Selsyn) sastavljeni od rotora (kotve) s jednim primarnim svitkom i statora s tri sekundarna svitka;
- osjetilo je zataljeno u kružnoj staklenoj cijevi;
- sekundari su simetrično raspoređeni oko rotora i spojeni u zvijezdu
- primar se napaja naponom frekvencije 400 Hz, a u sekundarima se induciraju naponimeđusobno fazno pomaknuti za 120° ;
- mjerni opseg je 360° s granicama pogrešaka od $\pm 0,1^\circ$.



Slika 17.18. Induktivno osjetilo zakreta

C. Kapacitivno osjetilo zakreta

- kapacitivna osjetila izvedena za mjerjenje kružnog gibanja pomičnog dijela-izvedbe: s polukružnim elektrodama i diferencijska;



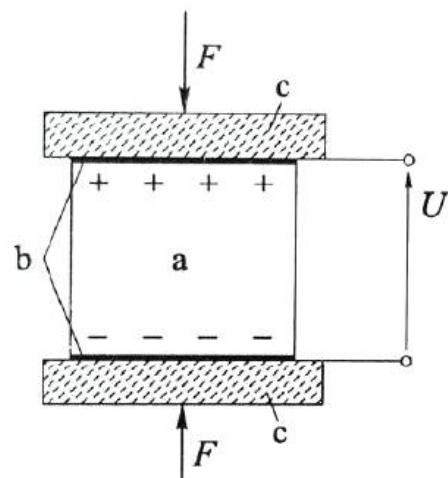
Slika 17.19. Kapacitivno osjetilo zakreta

- omogućuju mjerjenja kutova α do 360° s granicama pogrešakamanjim od 0,1 %.

17.3.3. Mjerjenje sile

A. Piezoelektrična osjetila sile

- aktivno osjetilo čiji se rad temelji na piezoelektričnoj pojavi
- povratna povezanost mehaničke veličine (deformacija, naprezanje) i električne veličine (naboj i jakost električnog polja);
- piezoelektrične značajke pokazuju monokristalne tvari (turmalin, segnetova sol, kremen) kao i polikristalične tvari (keramike);
- primjenom sile F na takve tvari nastaje deformacija i pojava raznoimenih naboja na dvjema njegovim suprotnim plohama:



a – piezokristal, b – kovinske elektrode, c - izolacija

$$Q = K \cdot F , K \text{ je piezoelektrički koeficijent}$$

Slika 17.20. Piezoelektrično osjetilo sile

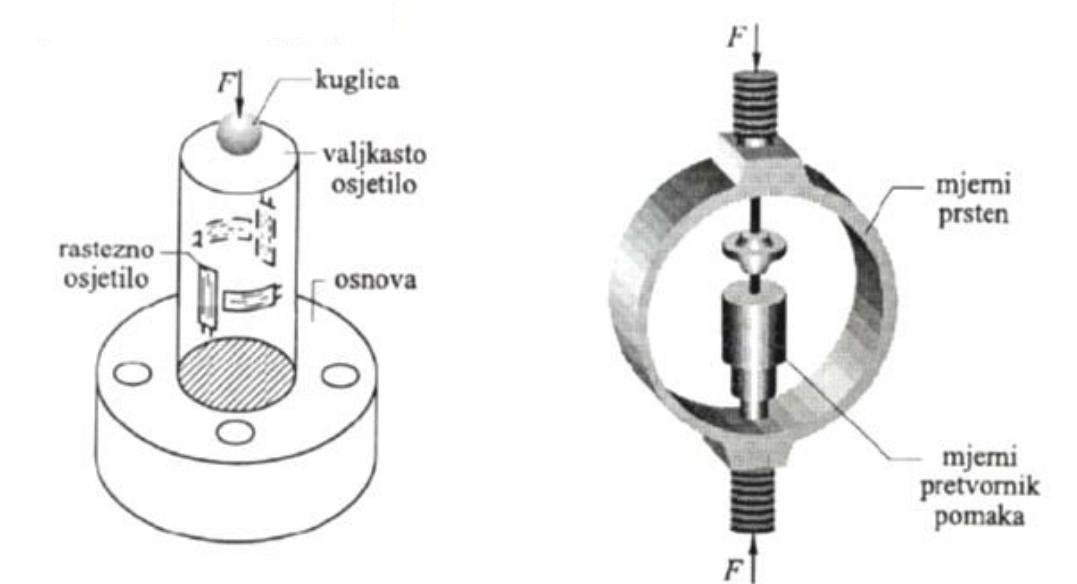
- između tih ploha postoji razlika potencijala:

$$U = \frac{K \cdot F}{C} , \text{ C je ukupni kapacitet osjetila}$$

- kremen: $K = 2,3 \text{ pAs/N}$ uz $C = 230 \text{ pF}$, osjetljivost je 10 mV/N
- primjena: vase i osjetila vibracija (kod automobila tzv. knock-senzori).

B. Osjetila sile temeljena na osjetilu pomaka

- iskorištavaju se dvije aktivno osjetilo čiji se rad temelji na piezoelektričnoj pojavi



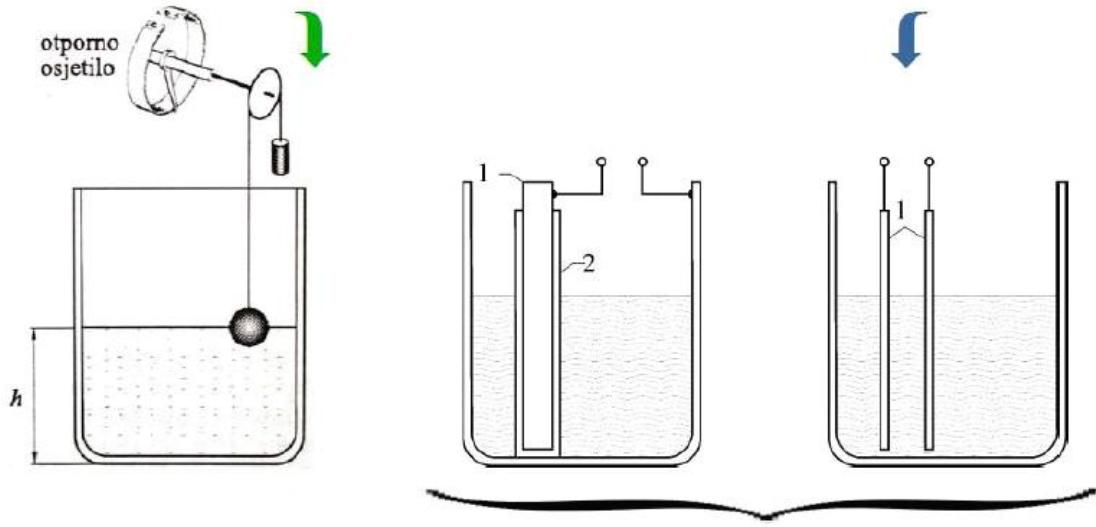
Slika 17.21. Osjetila sile temeljena na osjetilu pomaka

- koriste se posebna tijela od čelika, fosforne ili berilijske bronce različitih oblika (gredice, membrane, prstenovi i stupci) uporaba: u suvremenim elektroničkim vagama.

17.3.4. Mjerenje razine tekućina

Otporna i kapacitivna osjetila

- osjetila linearnog pomaka ili kutnog zakreta, te kapacitivna osjetila.
- kapacitivna osjetila:
 1. s vodljivom tekućinom, promjenom kapaciteta putem promjene djelatne površine elektroda;
 2. s nevodljivom tekućinom, promjenom kapaciteta putem promjene relativne dielektričnosti izolacije kondenzatora.



Slika 17.22. Mjerenje razine tekućina

17.3.5. Mjerenje temperature

- Rad osjetila temperature zasniva se na promjeni obujma tijela, tekućina ili plinova, električkog otpora vodiča ili poluvodiča, energije zračenja tijela te elektromotorne sile (termonapona) na spojuštu dvije različite kovine.

Otporna osjetila:

1. Kovinski otpornički termometri čiji je otpor s promjenom referentne temperature dan izrazom:

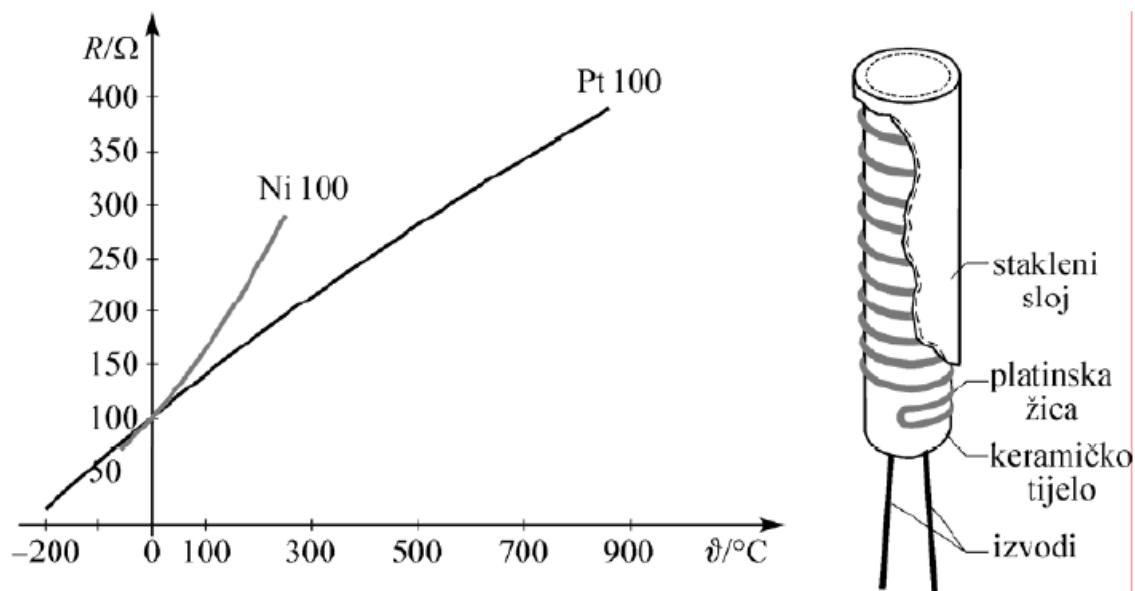
$$R = R_0 [1 + \alpha \Delta T + \beta (\Delta T)^2 + \gamma (\Delta T)^3 + \dots]$$

R_0 – otpor osjetila pri referentnoj temperaturi;

α, β, γ – stalnice za pojedini materijal – za većinu čistih kovina vrijedi približenje:

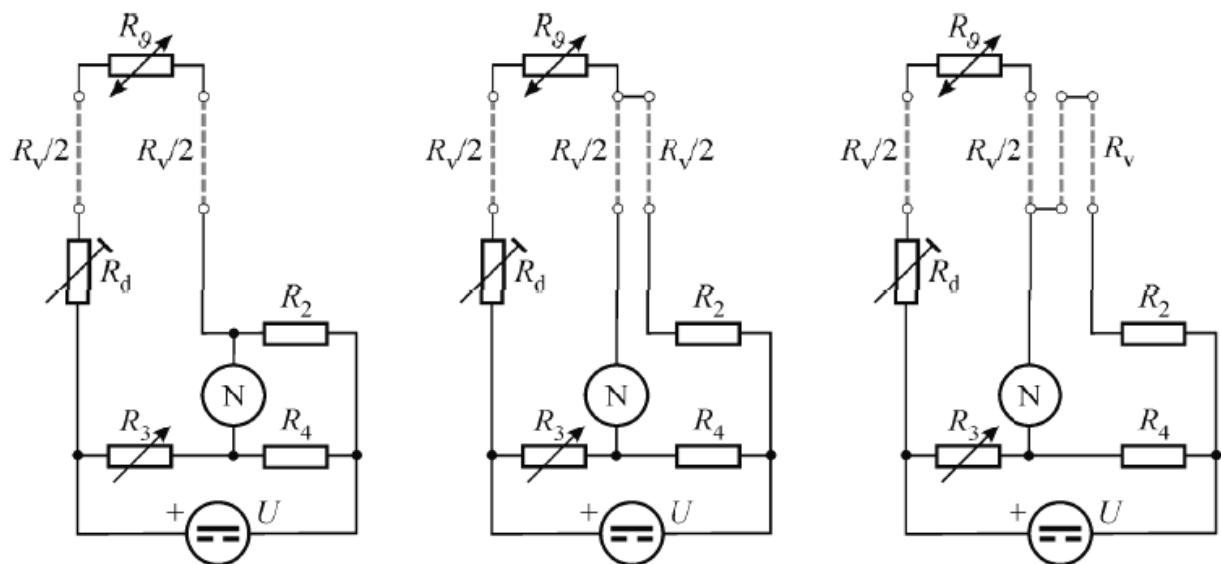
$$R = R_0 [1 + \alpha \Delta T]$$

- kovinska osjetila izrađuju se namatanjem žice ili naparivanjem tankog kovinskog sloja na izolator;
- najčešće se rabe kovine velikog temperaturnog koeficijenta otpora (od 0,35 % do 0,7 % po kelvinu) koje se mogu rafinirati s velikom čistoćom, jer imaju ponovljivost otporne karakteristike – platina (Pt), nikal (Ni), volfram (engl. tungsten - W) i bakar (Cu);
- najčešća su platinska osjetila, koriste se za mjerenje temperature u rasponu od -200°C do 850°C ;
- otpori platinskih osjetila pri 0°C mogu biti $10\ \Omega$ i $100\ \Omega$ (najčešće);



Slika 17.23. Otporna temperaturna osjetila

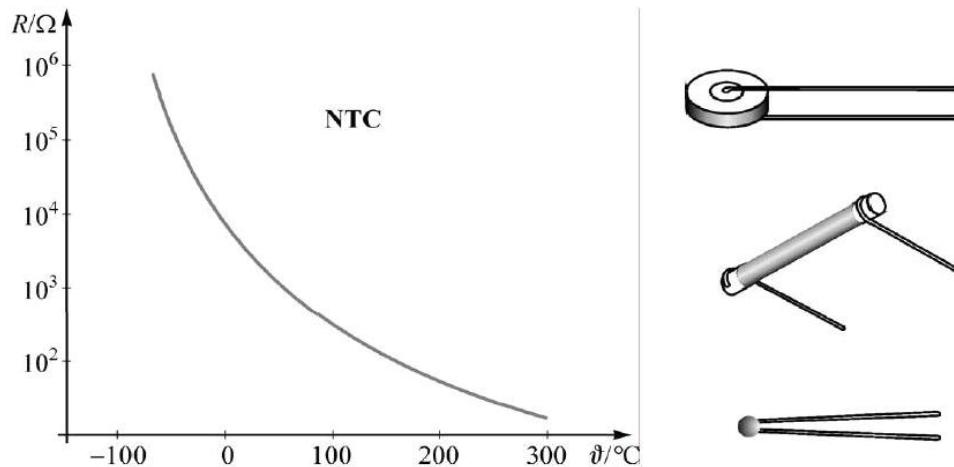
- kod platinske sonde R_0 je otpor pri $0\text{ }^\circ\text{C}$, a vrijednosti stalnice α iznosi $3,908 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1}$;
- u pogledu pogrešaka, podijeljena su u dva razreda: A, za temperaturni opseg od $-200\text{ }^\circ\text{C}$ do $650\text{ }^\circ\text{C}$ i B, za opseg od $-200\text{ }^\circ\text{C}$ do $850\text{ }^\circ\text{C}$;
- oznaka platinskih osjetila sastoji se od otpora R_0 , razreda, načina spajanja i mjernog opsega: npr. Pt 100/A/3 -100/+200;



Slika 17.24. Temperaturna osjetila

- za mjerjenje se koristi Wheatstoneov most u dvožičnom, trožičnom i četverožičnom spoju ili neka od metoda za mjerjenje otpora;
2. Poluvodička otporna osjetila temperature

- NTC otpornici (negativni temp. koeficijent otpora), mnogo većepromjene otpora s temperaturom, nelinearne karakteristike i mnogo širih granica pogrešaka ($\pm 10\%$), osim specijalnih izvedaba ($\pm 0,1\%$);



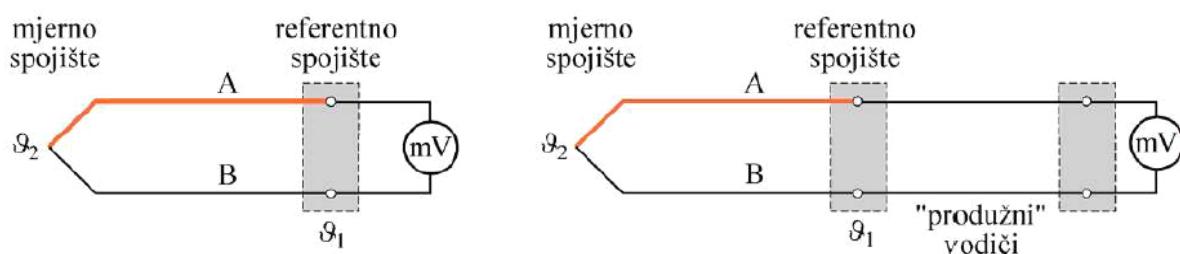
Slika 17.25. Poluvodička otporna osjetila temperature

- postoje i PTC izvedbe s pozitivnim temp. koeficijentom otpora.

Termoelektrična osjetila

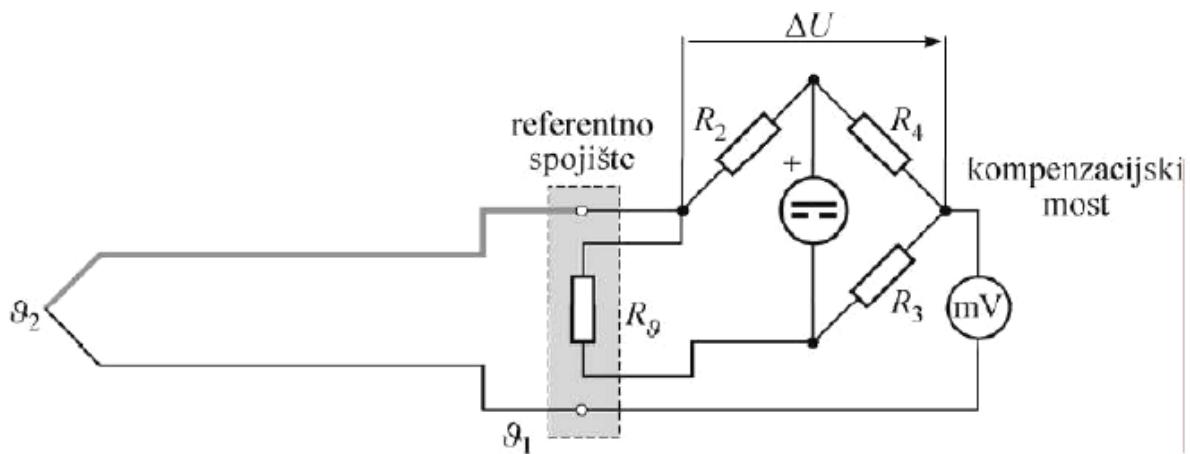
- Ova osjetila rade prema načelu termoelektričnog efekta – termoelektrični napon (TEMS) E približno je razmjeran razlici temperatura ($T_2 - T_1$) toplog spojišta i hladnih krajeva termopararačinjenog od dviju kovina A i B :

$$E = \alpha (T_2 - T_1)$$



Slika 17.26. Termoelektrična osjetila

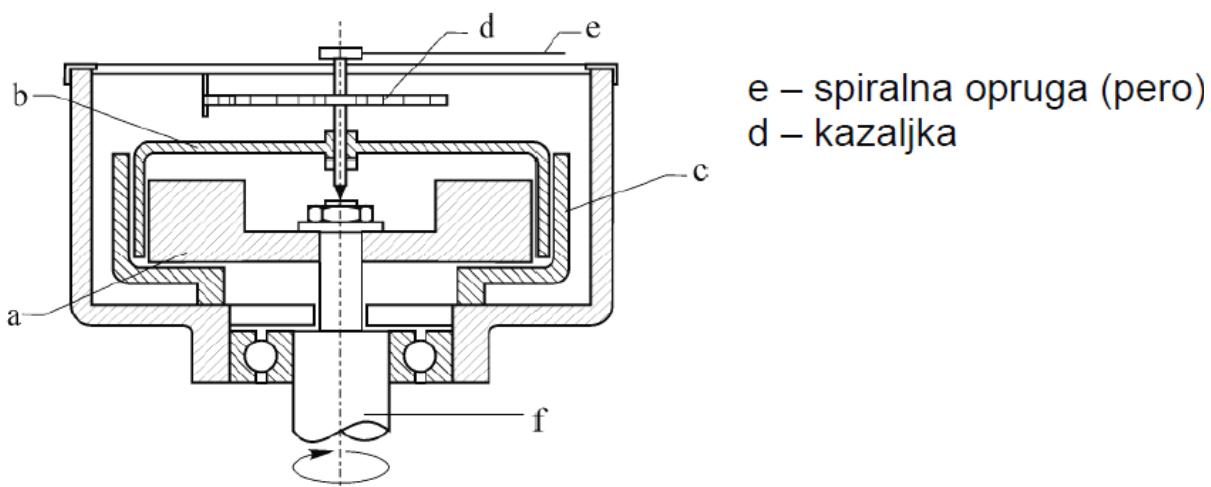
- mjerjenje temperature svodi se na mjerjenje napona;
- u mjerne svrhe koriste se parovi kovina s dobrim fizičkim i kemijskim značajkama te dovoljno linearnom statičkom karakteristikom (bakar-konstantan, željezo-konstantan, nikal-krom-nikal, platina-platinorodij);
- zbog promjene temperature T_1 potrebno je provesti kompenzaciju referentnog spojišta:



Slika 17.27. Termo-električni efekt

17.3.6. Mjerenje brzine i vrtnje

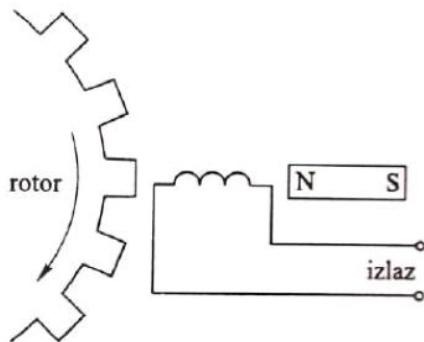
- brzina vrtnje rotacijskih strojeva najčešće se iskazuje brojem okretaja u minuti:
 1. Tahogenerator – generator istosmjernog ili izmjeničnog napona posebne izvedbe, čiji je izlazni napon precizno razmjeran brzini vrtnje rotora – od 7 V/ 1000 okr/min do 500 V/ 1000 okr/min – gornja granica mjernog opsega je 50 000 okr/min, a granice pogrešaka od μ 0,1 % do $\pm 0,5$ %, s linearnošću od 0,05 %.
 2. Indukcijski tahometar – vrtnjom permanentnog magneta (a) povezanog s osovinom (f) stvaraju se vrtložne struje u aluminijskom ili bakrenom bubenju (b) smještenom između magneta i jarma (c).



Slika 17.28. Indukcijski tahometar

- zakretni moment bubnja razmjeran je vrložnim strujama, a one brzini vrtnje magneta.
- 3. Induktivno osjetilo brzine vrtnje

- rad ovih osjetila temelji se na načelu promjenjivog magnetskog otpora (reluktancije) zbog čega dolazi do induciranja napona na krajevima svitka;



Slika 17.29. Induktivno osjetilo brzine vrtnje

- frekvencija induciranih naponi razmjerne je brzini vrtnje i broju zuba na rotoru;
- koristi se i za mjerjenje brzine vrtnje kotača vozila i kao osjetilo blokirana prilikomkočenja (ABS senzor).

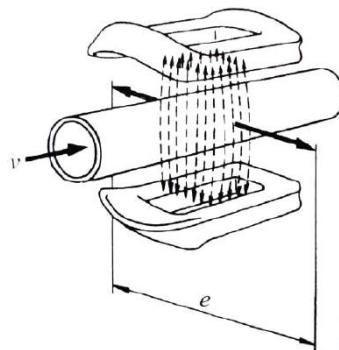
17.3.7. Mjerjenje protoka fluida

1. Osjetilo volumnog protoka fluida:

- induksijski pretvornik – izolirana cijev kroz koju teče tekućina nalazi se u izmjeničnom magnetskom polju dvaju svitaka – na elektrodama, dijametralno učvršćenim na stijenku cijevi, inducira se napon razmjeran brzini tekućine, razmaku elektroda i indukciji:

$$e = B \cdot I \cdot v$$

- za ovaj postupak vodljivost tekućinomora biti barem $1 \mu \text{S/cm}$ (vodljivost destilirane vode je svega 10nS/cm);
- brzinom, promjerom cijevi i gustoćom tekućine može se mjeriti i volumni njezin protok.

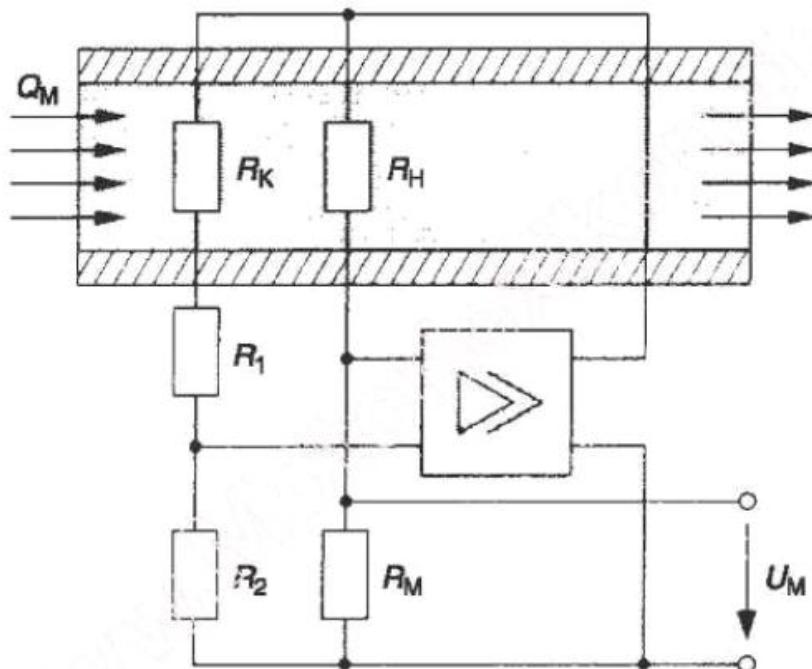


Slika 17.30. Mjerjenje protoka

2. Osjetilo masenog protoka zraka

- radi prema načelu hlađenja platinskog osjetila grijanog mjereno strujom;

- automatskom regulacijom struje održava se stalna temperatura osjetila, a struja je podatak o protoku mase.



Slika 17.31. Osjetilo masenog protoka zraka

17.3.8. Ostali pretvornici

- akcelerometri
- ultrazvučni pretvornici za mjerjenje pomaka i udaljenosti
- termometri s detekcijom u infracrvenom spektru
- osjetila tlaka na kapacitivnom načelu
- mjerila sastava plina (npr. lambda senzor).
-

LITERATURA

1. F. Mlakar, Opća električna mjerena, Tehnička knjiga, Zagreb, 2003.
2. V. Bego: Mjerenja u elektrotehnici, 9. izdanje, Graphis, Zagreb, 2003.
3. C.F. Combs: Electronic Instrument Handbook, 3rd ed., McGraw-Hill, New York, 1999.
4. A. Muharemović: Električna mjerena, ETF Sarajevo 2005.
5. Priručnici proizvođača mjerne instrumentacije